3-dimensionale Plasmarandschicht-Simulationen in unvollständig ergodisierten Magnetfeldern

von

Derek M. Harting

Dissertation im Fach Physik

Heinrich-Heine-Universität Düsseldorf, durchgeführt am Institut für Energieforschung-Plasmaphysik des Forschungszentrums Jülich

16.3.2008

Kurzfassung

Um die Kernfusion als eine neue primäre Energiequelle für die Menschheit verfügbar zu machen, müssen die derzeit verfügbaren magnetischen Einschlusskonzepte optimiert werden. Dabei stellt vor allem die Plasmarandschicht, in der das sehr heiße (einige 100 Millionen Grad Kelvin) Fusionsplasma in Kontakt mit der Wand tritt, einen wichtigen Bereich dar, um Einfluss auf das Einschlussverhalten des Fusionsplasmas zu nehmen.

Ein neues Konzept, um gezielt Einfluss auf den Transport in der Plasmarandschicht zu nehmen, ist die Verwendung von externen resonanten Störfeldern, die zu einer Ergodisierung der Plasmarandschicht führen. So konnten mit resonanten externen Störfeldern bereits unerwünschte Plasmarandschichtinstabilitäten, sogenannte ELM's, unterdrückt werden, wodurch sehr hohe thermische Spitzenbelastungen der Wandmaterialien vermieden werden.

Um solche Phänomene zu verstehen, muss das Transportverhalten in ergodisierten Plasmarandschichten detailliert untersucht werden. Aus diesem Grund wurde das Fusionsexperiment TEXTOR um den Dynamisch Ergodischen Divertor (DED) erweitert, mit dem stationäre und dynamische externe resonante Störfelder in unterschiedlichen Basismodenkonfigurationen produziert werden können. Begleitend zum Experiment werden dabei dreidimensionale Plasmarandschicht-Simulationen durchgeführt, um die Transportmechanismen in der komplexen Topologie der ergodisierten Magnetfelder zu quantifizieren.

Im Rahmen dieser Arbeit wird ein numerisches Werkzeug weiterentwickelt und angewendet: der EMC3/EIRENE-Code, mit dem die stark anisotropen 3D Flüssigkeitsgleichungen für das Hauptplasma (Wasserstoff) sowie Plasmaverunreinigungen (z.B. Kohlenstoff) in einer ergodisierten Plasmarandschicht gelöst werden können. Der EMC3-Code wurde dabei zunächst für Stellaratorgeometrien am Max-Planck-Institut für Plasmaphysik in Greifswald entwickelt und im Rahmen der vorliegenden Arbeit auf Tokamaks, z.B. TEXTOR, angepasst. Im Rahmen dieser Arbeit werden die Modellgleichungen des EMC3-Codes genau beleuchtet und notwendige physikalische Modellerweiterungen beschrieben und ausgeführt, die erstmals eine realistische Simulation der Randschicht von TEXTOR-DED unter Berücksichtigung aller derzeit bekannten Einflussgrössen ermöglichen. Es ist somit erstmals ein numerisches Werkzeug entstanden, mit dem sowohl Stellarator- als auch Tokamak-Randschichten quantitativ vergleichend simuliert werden können.

Bei den Code-Validierungen für die unterschiedlichen Basismodenkonfigurationen des DED hat sich herausgestellt, daß durch das Störfeld eine helikale Struktur aus laminaren Flussröhren (Feldlinienbündel mit einem poloidalen Umlauf) entsteht. Da innerhalb dieser helikalen laminaren Flussröhren das parallele Abströmen auf die Wand dominiert, und die laminaren Flussröhren nur durch den senkrechten Transport befüllt werden, wirken sich diese laminaren Flussröhren wie eine nach innen erweiterte helikale Abschälschicht aus, was zu einer lokalen Reduktion der Dichte und der Elektronentemperatur führt. Zusätzlich konnte in der 3/1-Basismodenkonfiguration ein vielversprechendes Szenario gefunden werden, in dem remanente Inselstrukturen noch sehr nahe an der DED-Oberfläche existieren. Durch die Ionisation der neutralen Wasserstoffatome innerhalb dieser remanenten Inseln steigt die Dichte dort lokal sehr stark an, und die Temperatur der Elektronen und Ionen sinkt. Es konnte gezeigt werden, daß es in diesem Fall eine starke Änderung im Recyclingverhalten gegeben hat, und es wird sogar ein lokales "High-Recycling-Regime" vermutet.

Es werden in dieser Arbeit erste systematische Vergleiche zwischen Simulation und Experiment dargestellt. Die dabei auftretenden leichten Abweichungen gaben den Anlass dazu, das Modell des EMC3-Codes zu erweitern. In diesem Zusammenhang wurden kinetische Korrekturen an der klassischen parallelen Wärmeleitfähigkeit der Elektronen und der klassischen parallelen Viskosität der Ionen eingeführt. Diese ergaben auch schon für TEXTOR-Bedingungen einen relevanten Einfluss auf die Simulationsergebnisse und sind daher ein kritischer Modellparameter.

Insgesamt haben sich die in der vorliegenden Arbeit diskutierten Modellentwicklungen als signifikante Modellparameter herausgestellt und die vergleichenden Anwendungen gezeigt, daß das grundlegende Verhalten des im Experiment beobachteten Plasmatransportes in der ergodisierten Randschicht mit dem EMC3/EIRENE-Code modelliert werden kann.

Der EMC3/EIRENE-Code ist somit der Testphase entwachsen und wird inzwischen routinemäßig begleitend zu experimentellen Kampagnen eingesetzt.

Shortform

In order to make fusion available to mankind as a new primary energy source, the known magnetic confinement concepts have to be optimized. In this process, the plasma edge, in which the hot core plasma (several 100 million degree kelvin) interacts with the first wall, plays an important role to effect the confinement of the fusion plasma in specific.

To exert influence well directed on the transport in the plasma edge, the use of external resonant magnetic perturbation, which leads to an ergodisation of the magnetic field in the edge plasma, turned out to be an effective concept. It was already shown that resonant magnetic perturbations can for example mitigate and even suppress undesirable edge plasma instabilities called ELMs. By this, very high thermal peak loads to the wall can be avoided which extends the lifetime of the first wall dramatically.

To understand such phenomenons, the transport in ergodic edge plasmas has to be studied in detail. On this account, the experimental fuison device TEXTOR has been advanced by installing the dynamic ergodic divertor, which can apply static and dynamic resonant magnetic perturbations in different base mode configurations to the edge plasma. Attendant to the experimental campaign, three dimensional plasma edge simulations are essentially required to understand the transport mechanisms in the complex topology of the ergodized edge plasma.

Within this work, a numerical tool, the EMC3/EIRENE code, will be presented which solves self-consistently the strongly anisotropic 3D fluid equations for the main plasma (hydrogen) and plasma impurities (e.g. carbon) in an ergodic edge plasma layer. The EMC3 code was originally developed at the Max-Plack-Instititut for plasma physics in Greifswald for Stellarator devices, and was adapted at the Forschungszentrum Jülich for Tokamak devices. Within the scope of this work, the model equations of the EMC3 code are discussed in detail and essential technical extensions are described and carried out, which enables realistic simulations of the edge plasma at TEXTOR-DED. Hence, the first numerical tool emerged, which can be used to model both Stellarator and Tokamak edge plasmas. This enables that in the future, direct comparisons of the plasma edge can be achieved between these two different magnetic confinement concepts.

In course of the simulations for the different base mode configurations of the DED, it turned out that a helical structure of laminar flux tubes (bunch of fieldlines with one poloidal turn) is formed by the resonant perturbation field. Due to the dominant parallel streaming to the wall being the loss channel in this helical laminar flux tubes and the perpendicular transport into them being the source channel, the laminar flux tubes act like an extended helical scrape of layer, and thus the density and electron temperature are reduced locally in these flux tubes. Additionally, a promising scenario could be identified in the 3/1 base mode configuration of the DED, where remanent island structures exist near the recycling DED surface. Due to the ionization of the recycled hydrogen atoms in this remanent islands, the density increases strongly in these remanent islands and the electron and ion temperatures are reduced locally. It has been shown that in this case, the recycling is significantly changed and even a local high recycling regime is presumed.

Furthermore, first direct systematic comparisons between the simulation results and the experimental measurements are shown. The observed slight differences gave reason to extend the model of the EMC3 code. In this context, some kinetic corrections on the classical parallel electron heatconductivity and the parallel viscosity of ions were implemented into the EMC3 code. These effect already significantly the simulation results and thus are critical model parameters.

In conclusion, the model extensions presented in this work have all turned out to be significant model parameters, and the comperative studies show that the fundamental transport properties of the ergodic edge plasma observed in the experiment could be modelled with the EMC3/EIRENE-code.

Finally, the EMC3 code has grown out of its test stage and is used today routinely to accompany the experimental campaign.

Inhaltsverzeichnis

1 Einführung **7**

2 Der Tokamak TEXTOR mit dem Dynamisch Ergodischen Divertor **11**
2.1 Konzept des magnetischen Einschlusses in einem Tokamak 11
2.2 Der Dynamisch Ergodische Divertor 14
2.3 Experimentelle Befunde und einfache Modelle 17

3 Numerische Simulation des Randschichtplasmas **21**
3.1 Theoretische Beschreibung von Fusionsplasmen 21
3.2 Der EMC3-Code 29
3.2.1 Modellgleichungen für das Hauptplasma 30
3.2.2 Modellgleichungen für Verunreinigungen 31
3.2.3 Monte-Carlo-Methode 33

4 Gittergenerierung und Erweiterungen zur Beschreibung des Experimentes TEXTOR im EMC3-Code **37**
4.1 Der GOURDON-Code 38
4.1.1 Darstellung der Plasmarandschicht 42
4.1.2 Magnetfeldgitter 42
4.1.3 Basisgitter und Randbedingungen für die Modellierung 45
4.2 Optimierung der Beschreibung der Magnetfeldstruktur 49
4.2.1 Erweiterung der DED-Spulen 49
4.2.2 Einfluss der Feldinterpolation 51
4.2.3 Stromverteilung in den DED-Spulen 52
4.2.4 Ripple-Effekt 52
4.2.5 Parallele Profile 54
4.3 Implementation weiterer rezyklierender Flächen 54
4.3.1 Seitenflächen des DED's 56
4.3.2 ALT-II Limiter 58

5 Plasmarandschichtsimulationen für alle Basismodenkonfigurationen des Dynamisch Ergodischen Divertors **61**
5.1 Einfluss der verschiedenen Basismodenkonfigurationen des DED's auf die Plasmarandschicht 61
5.1.1 Simulationsergebnisse für alle Basismodenkonfigurationen des DED's . . . 63
5.1.2 Teilchen- und Energiedeposition für alle Basismodenkonfigurationen des DED's 74
5.1.3 Einfluss der laminaren Flussröhren auf die Teilchendichte und Temperatur 77
5.1.4 Nichtlineares Verhalten des Recyclingregimes in der 3/1-Basismodenkonfiguration des Störfeldes 84

5.1.5 Einfluss des DED's auf die Dichte der Kohlenstoffverunreinigungen 90
5.2 Vergleich zwischen Simulation und Experiment in der 12/4-Basismodenkonfiguration des DED's 96
5.2.1 Teilchendeposition 99
5.2.2 Radiale Profile 101
5.2.3 Poloidale Profile und experimentelle Stromrampe 104

6 Modellerweiterungen 109
6.1 Limitierung des konduktiven parallelen Wärmeflusses der Elektronen 109
6.2 Limitierung der parallelen viskosen Spannung der Ionen 111
6.3 Adiabatischer Kühlungsterm 112
6.3.1 Krummliniges Koordinatensystem 112
6.3.2 Adiabatischer Kühlungsterm als Volumensenke 113
6.3.3 Repräsentation als Transport 116
6.4 Sputtern auf EIRENE Seite 119

7 Auswirkungen der Modellerweiterungen auf die Simulationsergebnisse 121
7.1 Einfluss der Limitierung der parallelen Wärmeflussdichte der Elektronen 121
7.2 Einfluss der parallelen Viskosität und der Limitierung der parallelen viskosen Spannung 124
7.2.1 Ohne externes Störfeld des DED's 125
7.2.2 Mit externem Störfeld des DED's in 6/2-Basismodenkonfiguraton 128
7.3 Einfluss des adiabatischen Kühlungsterms als Volumenenergiesenke 133
7.4 Einfluss des adiabatischen Kühlungsterms als Transportterm und Volumenenergiesenke 136

8 Zusammenfassung 141

A Beschleunigung durch Parallelisierung 145

B Eindimensionales Abschälschichtmodell mit Impulsquelle 149
B.1 Eindimensionales Abschälschichtmodell mit ortsabhängiger Temperatur 151
B.2 Eindimensionales Abschälschichtmodell mit Ionisationsquelle 152

C Krummlinige Koordinaten 155

D Verwendete Symbole 157

E Verwendete Programme 161

Kapitel 1

Einführung

In der Fusionsforschung ist es das Ziel, durch die Verschmelzung (Fusion) von leichten Atomkernen mit einer Massenzahl $A \sim 1$ und der dabei freiwerdenden Bindungsenergie eine neue Primärenergiequelle für die Menschheit bereit zu stellen. Dabei spielt der Fusionsprozess

$$D + T \longrightarrow He + n + 17.6 \text{ MeV}, \tag{1.1}$$

der die Fusion der Wasserstoffisotope Deuterium D und Tritium T in Helium He und ein Neutron n beschreibt, eine wichtige Rolle, da er den günstigsten Wirkungsquerschnitt besitzt. Die freiwerdende Bindungsenergie von 17.6 MeV ist dabei als kinetische Energie zu 3.5 MeV auf den Heliumkern und 14.1 MeV auf das Neutron verteilt. Aufgrund der langreichweitigen elektromagnetischen Wechselwirkung kann dieser Fusionsprozess effektiv nur in einem thermischen System erreicht werden. In einem solchen System muss das Wasserstoffgas sehr stark (auf einige 100 Millionan Grad Kelvin) erhitzt werden, wodurch der Wasserstoff ionisiert wird und in einen Plasmazustand übergeht. Ein Konzept, dieses sehr heiße Fusionsplasma einzuschließen, ist dabei der magnetische Einschluss in einem Magnetfeld.

Das Fusionsplasma wird in der Fusionsforschung hauptsächlich in zwei Bereiche aufgeteilt. Zum einen in das sehr heiße und dichtere Kernplasma, in dem der eigentliche Fusionsprozeß statt findet, und zum anderen in die Plasmarandschicht, in der das Fusionsplasma in Kontakt mit der Wand tritt. Das Verständnis der grundlegenden Mechanismen und Prozesse in der Plasmarandschicht stellt dabei eine große Herausforderung dar. So muss zum Beispiel die Energieauskopplung des Fusionsplasmas über den Kontakt mit der Wand so gesteuert und beeinflusst werden, daß die hohen Temperaturen des Plasmas nicht die Wand, mit der das Plasma in Kontakt tritt, zerstört. Als ein neues Konzept zur Steuerung der Transportprozesse in der Plasmarandschicht hat sich in den letzten Jahren die Ergodisierung des Magnetfeldes in der Randschicht, die durch die Überlagerung eines externen resonanten magnetischen Störfeldes mit dem Magnetfeld, welches das Plasma einschließt, herausgestellt. So konnten die sogenannten “Edge Localized Modes” (ELM), welche in H-Mode (“High Confinement”) Plasmen häufig auftreten und zu periodischen kurzen, aber sehr hohen Wärmeflüssen auf die Wand führen, durch eine Ergodisierung des Randschichtplasmas bei dem weltweit größten Fusionsexperiment JET (Joint European Torus) in Culham bei Oxford abgeschwächt werden [1]. An dem Fusionsexperiment DIII-D in San Diego konnte durch ein resonantes magnetisches Störfeld sogar eine komplette Unterdrückung der ELMs erreicht werden [2]. Auch an TEXTOR-DED werden Untersuchungen in dieser Richtung vorgenommen. Dabei konnten inzwischen auch Szenarien gefunden werden, in denen ELM ähnliche Instabilitäten in einem H-Mode Plasma abgeschwächt werden [3]. Dies ist allerdings nur ein Beispiel für die unterschiedlichsten Einflüsse, die ein externes resonantes magnetisches Störfeld auf die Prozesse in der Plasmarandschicht haben kann.

In dieser Arbeit soll mit Hilfe von numerischen Methoden der Einfluss ergodisierter Randschichten auf die Plasmaparameter wie Plasmadichte, parallele Strömungsgeschwindigkeit und

Temperatur der Elektronen und Ionen anhand des Dynamisch Ergodischen Divertors am Fusionsexperiment TEXTOR untersucht werden. Dazu wurde zunächst der EMC3-Code, welcher hier als numerisches Wekzeug für die dreidimensionale Simulation der Plasmarandschicht verwendet wird und ursprünglich am Max-Planck-Institut für Plasmaphysik in Greifswald für die Stellaratoren Wendelstein 7-AS und 7-X entwickelt wurde, für die Simulation einer ergodisierten Tokamak-Randschicht an TEXTOR angepasst. Dadurch entstand ein numerisches Werkzeug, mit dem erstmals die Plasmarandschicht sowohl von Stellaratoren als auch eines Tokamakas simuliert werden kann, und somit auch direkte Vergleiche zwischen beiden magnetischen Einschlussprinzipien ermöglicht werden. Durch die gute Ausstattung von TEXTOR mit Randschichtdiagnostiken sind damit auch detaillierte Vergleiche zwischen Simulation und Experiment möglich geworden, mit denen das Randschichtmodell des EMC3-Codes überprüft werden kann.

Im Rahmen dieser Arbeit werden erstmals Plasmarandschichtsimulationen für alle Basismodenkonfigurationen des Dynamisch Ergodischen Divertors durchgeführt. Dabei ist das Ziel, die im Experiment beobachteten Effekte auch in der Modellierung wieder zu finden, und so die Ergebnisse des numerischen Modells zu untermauern. Des Weiteren wurden zum ersten Mal spezielle Modellierungen für einzelne Entladungen aus der experimentellen Kampagne von TEXTOR durchgeführt und diese Ergebnisse mit einander verglichen. Außerdem wurde zusätzlich das Plasmarandschichtmodell des EMC3-Codes erweitert und die Auswirkungen dieser Modellerweiterungen auf die Plasmaparameter untersucht. Der EMC3-Code ist damit der Testphase entwachsen und wird jetzt routinemäßig begleitend zum Experiment an TEXTOR-DED eingesetzt.

Im zweiten Kapitel wird zunächst das Prinzip des magnetischen Einschlusses erläutert. Dabei wird auf die Besonderheiten des Fusionsexperimentes TEXTOR eingegangen und der Dynamisch Ergodische Divertor eingeführt. In diesem Zusammenhang wird auch auf die durch den Dynamisch Ergodischen Divertor hervorgerufende komplexe Magnetfeldtopologie der Plasmarandschicht eingegangen und einige grundlegende Eigenschaften erläutert.

Die numerischen Methoden, mit deren Hilfe die Plasmarandschichtsimulation der ergodisierten Plasmarandschicht von TEXTOR durchgeführt werden, werden im dritten Kapitel vorgestellt. Dazu wird zunächst erläutert, wie man ein Fusionsplasma im Flüssigkeitsbild theoretisch beschreiben kann. Danach wird der EMC3-Code, mit dem die dreidimensionalen Plasmarandschichtsimulationen durchgeführt werden, mit seinen Modellgleichungen und Annahmen beschrieben. Dabei wird auch die numerische Methode des EMC3-Codes erläutert.

Das vierte Kapitel ist eher technischer Natur. In ihm wird zunächst erklärt, wie das vom EMC3-Code benötigte Gitter erzeugt wird und welche Eigenschaften es besitzen muss. Dabei wird auch das verwendete numerische Werkzeug, der GOURDON-Code, welcher ein Feldlinieverfolgungscode ist, beschrieben. Außerdem wird auf die Randbedingungen, die der EMC3-Code im Zusammenhang mit diesem Gitter benötigt, eingegangen. Des Weiteren werden technische Erweiterungen des EMC3-Codes erläutert, die eine erweiterte und genauere Beschreibung des Fusionsexperimentes TEXTOR-DED ermöglichen. Dazu gehört vor allem eine verbesserte Spulengeometrie und eine Erweiterung auf alle Basismodenkonfigurationen des Dynamisch Ergodischen Divertors. Zusätzlich wurde auch die Interaktion des Plasmas mit der Wandgeometrie des Dynamisch Ergodischen Divertors verbessert sowie der ALT-II Limiter in den EMC3-Code implementiert.

Kapitel fünf bildet das zentrale Kapitel der Plasmarandschichtsimulationen für TEXTOR-DED. Diese lässt sich grob in zwei Abschnitte aufteilen. Im ersten Teil wird der grundlegende Einfluss des Ergodisch Dynamischen Divertors untersucht. Dabei werden für den Fall ohne Störfeld die Simulationsergebnisse des EMC3-Codes auch mit einem einfachen analytischen Abschälschichtmodell verglichen, um die Ergebnisse des EMC3-Codes zu überprüfen. Zusätzlich wird auch das Abschirmverhalten des Dynamisch Ergodischen Divertors auf Plasmaverunreinigungen untersucht. Außerdem wird für eine Basismodenkonfiguration des Dynamisch Ergo-

dischen Divertors eine Parameterstudie der Dichte durchgeführt, die das Recycling-Verhalten untersucht. Im zweiten Teil wird dann erstmals eine konkrete Entladung aus dem Experiment modelliert. Dabei wird ein Szenario ohne und eines mit externem Störfeld des Dynamisch Ergodischen Divertors untersucht, und die Simulationsergebnisse mit den experimentellen Daten quantitativ verglichen. Es zeigt sich hier, daß grundsätzlich eine Simulation der ergodisierten Randschicht von TEXTOR-DED möglich ist, allerdings die Bestimmung der Randbedingungen wie senkrechte Transportkoeffizienten und Abfalllängen nicht trivial ist. Leichte quantitative Abweichungen zwischen Simulation und Experiment gaben dann noch den Anlass, einige Modellerweiterungen in den EMC3-Code zu implementieren.

Das sechste Kapitel beschreibt die Modellerweiterungen, die neu in den EMC3-Code implementiert wurden. Diese bestehen zum einen aus kinetischen Korrekturen des klassischen parallelen konduktiven Wärmeflusses der Elektronen und der klassischen parallelen Viskosität der Ionen. Diese wurden vor allem eingebaut, da der EMC3-Code momentan auf poloidal Divertorgeometrien, wie sie z.B. die Fusionsexperimente JET und DIII-D aufweisen, erweitert wird, und unter den dort herrschenden Plasmabedingungen wichtig werden. Wie sich jedoch in Kapitel 7 zeigen wird, haben die kinetischen Korrekturen auch schon unter TEXTOR Bedingungen einen signifikanten Einfluss auf die simulierten Plasmaparameter. Am Ende des sechsten Kapitels wird noch die Erweiterung der Energiebilanzen um den adiabatischen Kühlungsterm $\vec{\nabla}\cdot(0.5mnV^2\vec{V})$, der bisher in den Modellgleichungen des EMC3-Codes vernachlässigt wurde, beschrieben. Dabei werden zwei unterschiedliche Implementationsvarianten dieses Terms diskutiert.

Im siebten Kapitel werden die Auswirkungen der Modellerweiterungen aus Kapitel 6 auf die simulierten Plasmaparameter dargestellt. Dies wird jeweils anhand eines Szenarios ohne externes Störfeld des Dynamisch Ergodischen Divertors und mit externem Störfeld des Dynamisch Ergodischen Divertors in der 6/2-Basismodenkonfiguration durchgeführt. Dabei stellt sich heraus, daß alle Modellerweiterungen, auch unter TEXTOR-Bedingungen, einen signifikanten Einfluss auf die Simulationsergebnisse nehmen.

Zum Schluss wird in Kapitel 8 noch eine Zusammenfassung der in dieser Arbeit erzielten Ergebnisse gegeben.

Kapitel 2

Der Tokamak TEXTOR mit dem Dynamisch Ergodischen Divertor

Um ein Fusionsplasma magnetisch einzuschließen, wird die Lorentzkraft ausgenutzt, die die geladenen Plasmateilchen des Fusionsplasmas an ein von außen angelegtes und im Plasma selbst erzeugtes Magnetfeld bindet. Für die Erzeugung dieses einschließenden Magnetfeldes gibt es zwei unterschiedliche Konzepte. Zum einen den Stellarator, bei dem eine hoch komplizierte Spulengeometrie ein Magnetfeld erzeugt, mit dem ein stabiler Einschluss des Fusionsplasmas erreicht wird. Dabei liefert das Plasma keinen Beitrag zum einschließenden Magnetfeld. Dies ist bei der zweiten Variante, dem Tokamak, grundsätzlich anders. Der Tokamak besitzt zunächst eine einfache Spulengeometrie zur Erzeugung des externen Magnetfeldes. Allerdings muss bei diesem Einschlusskonzept ein Strom in das Plasma induziert werden. Dieser Plasmastrom verursacht ebenfalls ein Magnetfeld, welches einen wesentlichen Beitrag zum einschließenden Magnetfeld liefert, und damit erst einen stabilen Plasmaeinschluss in einem Tokamak ermöglicht.

Das in dieser Arbeit behandelte Fusionsexperiment TEXTOR (Torus EXperiment for Technology Orientated Research) des Forschungszentrums Jülich arbeitet nach diesem Tokamak-Prinzip. In dem folgenden Abschnitt 2.1 wird zunächst das Konzept des magnetischen Einschlusses in einem Tokamak erläutert. Danach wird in Abschnitt 2.2 auf die Besonderheit des Fusionsexperiments TEXTOR eingegangen, die sich durch den Dynamisch Ergodischen Divertor auszeichnet. Im letzten Abschnitt 2.3 dieses Kapitels wird noch auf experimentelle Befunde und einfache Modelle im Zusammenhang mit dem Dynamisch Ergodischen Divertor eingegangen.

2.1 Konzept des magnetischen Einschlusses in einem Tokamak

Das Fusionsexperiment TEXTOR, welches am Forschungszentrum Jülich steht, arbeitet nach dem Tokamak-Prinzip. Dabei wird das Plasma hauptsächlich durch drei Magnetfeldkomponenten eingeschlossen. Das Hauptfeld oder auch Toroidalfeld ($\vec{B}_t$) wird über die Toroidalfeldspulen (siehe Abbildung 2.1) erzeugt und besteht aus einem ringförmigen Magnetfeld. Dieses toroidale Magnetfeld alleine führt aber nicht zu einem stabilen Einschluss des Plasmas. Aus diesem Grund wird zusätzlich nach dem Transformatorprinzip ein Strom in das Plasma induziert. Das ionisierte Gas des Plasmas fungiert dabei als Sekundärwicklung des Transformators. Dieser induzierte Plasmastrom bildet wie ein stromführender Leiter ein zirkulares Magnetfeld um das Plasma aus, welches als poloidales Magnetfeld ($\vec{B}_p$) bezeichnet wird. Durch die Überlagerung des primären toroidalen Magnetfeldes mit dem durch den Plasmastrom hervorgerufenen poloidalen Magnetfeld werden die Magnetfeldlinien zu einer Helix verdreht, was zu einer Stabilisierung des magnetischen Einschlusses führt. Zusätzlich wird noch ein Vertikalfeld ($\vec{B}_v$) angelegt, mit dem das Plasma positioniert werden kann, und welches der durch die Torusanordnung hervorgerufe nach außen

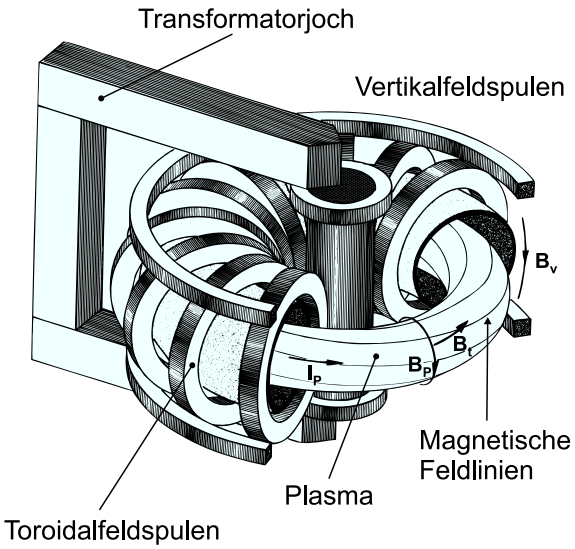


Abbildung 2.1: Schematische Darstellung des Aufbaus eines Tokamaks.

gerichtete Drift des Plasmas entgegenwirkt.

Die Überlagerung dieser drei Magnetfeldkomponenten bildet ein magnetisches Gleichgewicht, in dem alle druckgetriebenen Kräfte des Plasmas durch das einschließende Magnetfeld kompensiert werden, und es gilt vereinfacht

$$\vec{\nabla} p \;=\; \vec{j} \times \vec{B}. \tag{2.1}$$

Das Verhältnis β aus Plasmadruck zu Magnetfelddruck ist somit eine grundlegende Größe für den Plasmaeinschluss in einem Tokamak

$$\beta \;=\; \frac{p}{B^2/(2\mu_0)}, \tag{2.2}$$

und das poloidale β ist dann wie folgt definiert:

$$\beta_{pol} \;=\; \frac{\frac{1}{S}\int_S p\, dS}{B_b^2/(2\mu_0)}. \tag{2.3}$$

Dabei wird der Plasmadruck p über die gesamte poloidale Plasmaquerschnittsfläche S integriert, und B_b ist die Magnetfeldstärke auf dem Rand von S, welcher die letzte geschlossene magnetische Flussfläche (LCFS engl. **L**ast **C**losed magnetic **F**lux **S**urface) ist.

In diesem magnetischen Gleichgewicht bilden sich ineinander geschachtelte magnetische Flussflächen aus, deren Position durch β_{pol} bestimmt wird. Die Zentren dieser magnetischen Flussflächen sind im Tokamak unterschiedlich stark nach außen verschoben, wodurch die magnetischen Flussflächen außen dichter zusammen liegen als innen (siehe Abbildung 2.2). Diese Verschiebung wird als Shafranov-Verschiebung $\Delta(r)$ bezeichnet. Im Folgenden wird, wie in Abbildung 2.2 skizziert, die toroidale Richtung durch den Winkel φ und die poloidale Richtung durch den Winkel θ parametrisiert.

Die helikale Verschraubung der Magnetfeldlinien wird als Sicherheitsfaktor q bezeichnet und wird über den toroidalen Feldlinienversatz $\Delta\varphi$ pro poloidalem Umlauf definiert:

$$q \;=\; \frac{\Delta\varphi}{2\pi}. \tag{2.4}$$

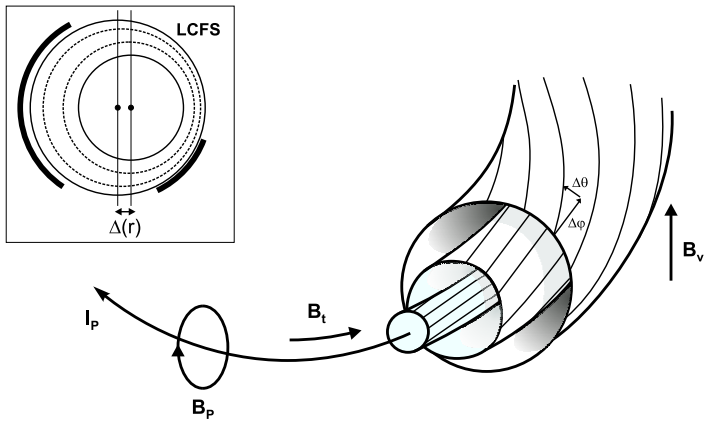


Abbildung 2.2: Schematische Darstellung der ineinander geschachtelten magnetischen Flussflächen im magnetischen Gleichgewicht. Oben links ist noch die Shafranov-Verschiebung $\Delta(r)$ der einzelnen magnetischen Flussflächen gegen die letzte geschlossene Flussfläche (LCFS) skizziert.

Da der Plasmastrom über den Plasmaradius nicht konstant ist, sondern ein Profil aufweist, ist die Ganghöhe der helikalen Schraubenbewegung der Magnetfeldlinien über den Plasmaradius auch nicht konstant, wodurch die Magnetfeldlinien zusätzlich auch noch gegeneinander verschert werden. Dadurch ergibt sich auch ein Profil $q(r)$ für den Sicherheitsfaktor, welches sich in der zirkularen Näherung (ohne Shafranov-Verschiebung) für einen Tokamak (R_0 =großer Plasmaradius, a =kleiner Plasmaradius) wie folgt angeben lässt:

$$q(r) \;=\; \frac{rB_t}{R_0 B_p} \;=\; \frac{2\pi r^2 B_t}{\mu_0 I(r) R_0}. \tag{2.5}$$

Dabei ist $I(r)$ das radiale und poloidale Flächenintegral über die Stromdichte $j(r,\theta)$ des Plasmas und B_t die toroidale sowie B_p die poloidale Feldkomponente. Am Rand des Plasmas gilt dann mit dem Plasmastrom I_p

$$q_a \;=\; \frac{2\pi a^2 B_t}{\mu_0 I_p R_0}. \tag{2.6}$$

Durch die helikale Struktur der Magnetfeldlinien wird zum einen die Polarisation des Plasmas, die durch die ∇B-Drift des Plasmas hervorgerufen wird, weitestgehend unterdrückt und damit die nach außen gerichtete $\vec{E} \times \vec{B}$-Drift des Plasmas vermieden. Zum anderen werden für $q_a > 2$ sogenannte Knick-Instabilitäten (Kink-Instabilitäten) unterdrückt [4], was für $q_a > 2$ zu einem stabilen Plasmaeinschluss in der Tokamak-Konfiguration führt.

Bei dem Fusionsexperiment TEXTOR wird das toroidale Magnetfeld über 16 Toroidalfeldspulen erzeugt und kann Werte bis zu 3 Tesla erreichen. Der große Plasmaradius R_0 beträgt dabei 1.75 Meter und der kleine Plasmaradius a typischerweise 0.48 Meter (abhängig von der Position des Plasmas). Der Plasmaquerschnitt ist bei TEXTOR kreisförmig, und der induzierte Plasmastrom kann dabei bis zu 0.8 MA erreichen. Die Pulsdauer beträgt etwa 10 Sekunden. Die gesamte Heizleistung von TEXTOR beträgt 9MW und wird über Neutralteilchenheizung (NBI), Ionen-Zyklotron-Resonanz-Heizung (ICRH) und Elektronen-Zyklotron-Resonanz-Heizung (ECRH) erreicht. Das Besondere an TEXTOR ist jedoch, daß er vor einiger Zeit um den Dynamisch Ergodischen Divertor [5, 6, 7] erweitert wurde.

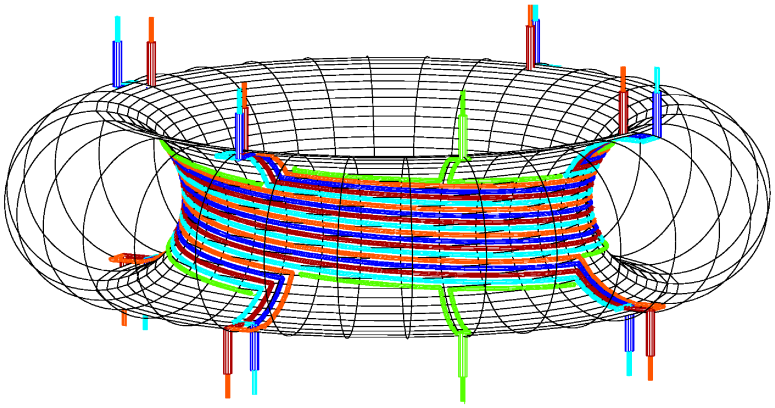


Abbildung 2.3: Darstellung der DED-Störfeldspulen in orange, blau, braun und türkis sowie der beiden Kompensationsspulen in grün und deren Koaxialdurchführung durch das Vakuumgefäß.

2.2 Der Dynamisch Ergodische Divertor

Der Dynamisch Ergodische Divertor (kurz DED) besteht aus einem Satz von 16 Störfeldspulen und zwei Kompensationsspulen, die auf der Hochfeldseite des Vakuumgefäßes bei einem kleinen Plasmaradius von $r_c = 0.5325$ m angebracht wurden (siehe Abbildung 2.3 und 2.4). Die Störfeldspulen decken dabei einen poloidalen Bereich von $\Delta\theta_c \approx 72°$ ab. Durch die reale Anordnung der Störfeldspulen in vier Gruppen zu vier Spulen kann eine magnetische Störung mit der toroidalen Modenzahl $n = 0$ verursacht werden, die das Plasmagleichgewicht stören kann [8]. Dies kann über die Kompensationsspulen reguliert werden.

Durch die Nahfeldwirkung des Störfeldes wird das Plasma kontrolliert auf die Wand vor den DED-Spulen abgelenkt. Um die dabei auftretenden hohen Wärmelasten aufzunehmen, wurden die DED-Spulen mit einem Graphit-Limiter abgedeckt, der bei einem kleinen Plasmaradius von $r_{DED} = 0.477$ m positioniert ist. In Abbildung 2.4 ist diese DED-Oberfläche dargestellt.

Die Geometrie der DED-Spulen wurde so ausgelegt, daß sie auf der Hochfeldseite parallel zu den Magnetfeldlinien der $q = 3$ Fläche verlaufen (optimiert für $\beta_{pol} = 1$ und $r_{q=3} \approx 0.43$ m). Dadurch kann in der Plasmarandschicht ein externes magnetisches Störfeldspektrum angelegt werden, welches seine Hauptresonanz auf dieser magnetischen Flussfläche ($q = 3$) besitzt. Die radiale und poloidale Komponente des Störfeldes lässt sich über die dominierende toroidale Komponente des Vektorpotentials $A_\varphi(r, \theta, \varphi)$ des Störfeldes bestimmen [9]. Eine detaillierte Herleitung der Gleichungen ist in [10] dargestellt.

$$B_{r,DED}(\theta, \varphi) = \frac{1}{r}\frac{\partial A_\varphi(r, \theta, \varphi)}{\partial \theta} \tag{2.7}$$

$$B_{\theta,DED} = -\frac{\partial A_\varphi(r, \theta, \varphi)}{\partial r} \tag{2.8}$$

$$A_\varphi(r, \theta, \varphi) = \sum_m A_{mn}(r, \theta)\cos(m\theta - n\varphi + \Omega t) \tag{2.9}$$

Dabei ist Ω die Rotationsfrequenz des Störfeldes und $A_{mn}(r, \theta)$ sind die Fourierkomponenten des Spektrums des DED-Störfeldes, die sich in der asymtotischen Näherung ($r < r_c$) mit

$$A_{mn}(r, \theta) \approx \frac{B_c r_c g_m}{\sqrt{1 + r\cos(\theta)/R_0}}\left(\frac{r}{r_c}\right)^m \tag{2.10}$$

angeben lassen. Dabei ist

$$B_c = 2\mu_0 I_{DED} n/(\Delta\theta_c r_c) \tag{2.11}$$

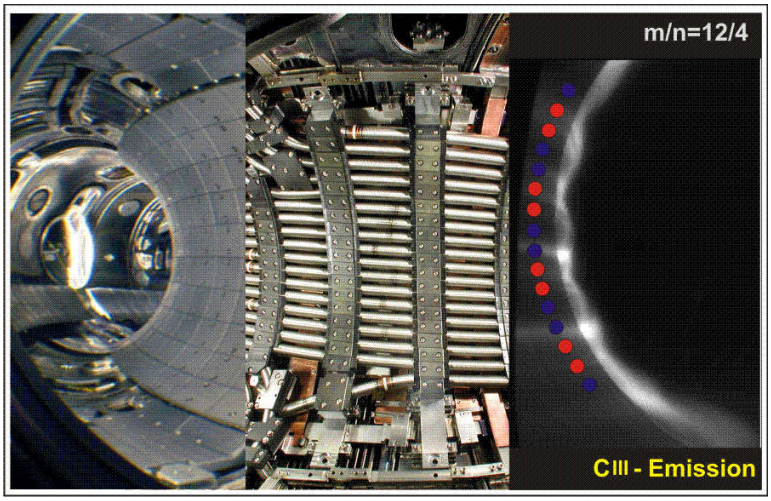


Abbildung 2.4: Blick auf den DED. In der Mitte erkennt man die DED-Spulen und links die Graphitkachel, mit denen die DED-Spulen im Betrieb verkleidet sind. Rechts ist ein Blick auf die DED-Oberfläche während einer Entladung dargestellt. Dabei wurde ein monochromatischer Filter verwendet, der nur die C^{III}-Emission darstellt ($\lambda_{C^{III}} = 465$ nm).

die charakteristische Stärke des Störfeldes, die durch den Spulenstrom I_{DED} in den Störfeldspulen bestimmt wird. Der Faktor

$$g_m \;=\; (-1)^{m+m_c}\frac{\sin[(m-m_c)\Delta\theta_c/2]}{\pi m(m-m_c)} \tag{2.12}$$

beschreibt das poloidale Störfeldspektrum, welches durch die Anordnung der Störfeldspulen in einem begrenzten poloidalen Bereich ($\Delta\theta_c$) auf der Hochfeldseite verursacht wird. Die hier auftretende zentrale Modenzahl $m_c = 2\pi n/\Delta\theta_c$ wird über die toroidale Modenzahl n und die poloidale Ausdehnung $\Delta\theta_c$ der Störfeldspulen bestimmt.

Die Ankopplung des DED-Störfledes an das einschliessende magnetische Gleichgewichtsfeld wird maßgeblich durch β_{pol} des magnetischen Gleichgewichtes bestimmt. Da β_{pol} zum einen die Lage der $q = 3$ Fläche für die Hauptresonanz des Störfeldes beinflusst, aber auch den Abstand der rationalen q-Flächen für die Nebenresonanzen zu einander verändert, hängt die resultierende magnetische Topologie aus einschliessendem Gleichgewichtsfeld und DED-Störfeld von β_{pol} ab.

Die Störfeldspulen des DED's können in unterschiedlichen Beschaltungen durch zwei unabhängig von einander arbeitenden Stromquellen mit Strom versorgt werden [11]. Durch diese unterschiedlichen Beschaltungen können verschiedene Multipolordnungen des Störfeldes erreicht werden. Eine dieser Konfigurationen hat ihre Hauptresonanz bei den Modenzahlen $m = 12$ (poloidal) und $n = 4$ (toroidal) und wird daher auch als $m/n = 12/4$-Basismodenkonfiguration bezeichnet. Die anderen Konfigurationen sind die 6/2- und die 3/1-Basismodenkonfiguration. Da die toroidale Komponente des Vektorpotentials des Störfeldes mit $A_\varphi(r,\theta,\varphi) \sim (r/r_c)^{m_c}$ [9] nach innen abfällt, und die zentrale Modenzahl m_c für die Basismodenkonfigurationen mit kleineren Modenzahlen immer weiter abnimmt ($m_{c,(12/4)} \approx 20$, $m_{c,(6/2)} \approx 10$, $m_{c,(3/1)} \approx 5$), kann das Störfeld mit niedrigeren Modenzahlen weiter in das Plasma eindringen. Die Stromverteilung in den Störfeldspulen für den statischen Betrieb der einzelnen Basismodenkonfigurationen des DED's ist in Kapitel 4.2.3 in Abbildung 4.12 dargestellt.

Mit steigender Störfeldstärke bilden sich zunächst auf den resonanten magnetischen Flussflächen magnetische Inselketten [12] aus. Die Breite $\Delta r_{m,n}$ dieser Inseln wächst mit steigendem Störfeld immer weiter an. Überlappen sich zwei benachbarte Inselketten mit den Modenzahlen m, n und m', n', so werden die magnetischen Flussflächen zwischen ihnen zerstört, und die

Feldlinien zeigen ein ergodisches Verhalten. Das heißt, daß sie jedem Punkt in diesem ergodischen Bereich in endlichen toroidalen Umläufen beliebig nahe kommen können. Die Feldlinien sind somit nicht mehr auf Flussflächen fixiert. Der Übergang in ein ergodisches Verhalten wird qualitativ über den sogenannten Chirikov-Parameter σ_{Chir} bestimmt [13].

$$\sigma_{Chir} = \frac{\Delta r_{m,n} + \Delta r_{m',n'}}{2|r_{m,n} - r_{m',n'}|} \tag{2.13}$$

Dabei ist $|r_{m,n} - r_{m',n'}|$ der radiale Abstand der benachbarten resonanten magnetischen Flussflächen, auf denen die Inselketten mit den Modenzahlen m, n und m', n' liegen. Überlappen nun die beiden benachbarten Inselketten, so gilt $\sigma_{Chir} > 1$ und dieser Bereich wird im Allgemeinen als ergodisch betrachtet. Dabei ist zu beachten, daß im Übergangsbereich, wenn zwar schon $\sigma_{Chir} > 1$ gilt, die Inselketten sich nicht zwangsläufig vollständig auflösen. Es können immer noch Reste der Inseln übrigbleiben, sogenannte remanente Inseln, innerhalb derer die Feldlinien weiterhin an die Inselposition gebunden bleiben. Erst bei weiterem Anstieg des Störfeldes, und damit einer stärkeren Überlappung der Inselketten, lösen sich auch diese remanenten Inselstrukturen auf. Berechnungen des Chirikov-Parameters für den DED mit dem Code SPECTRE [14, 15] haben für den Bereich direkt vor der DED-Oberfläche ergeben, daß Werte von $\sigma_{Chir} > 4$ [8] erreicht werden können, was einem hohen Grad an Ergodisierung entspricht.

Eine weitere Größe, um unterschiedliche Bereiche der ergodischen Randschicht zu charakterisieren, ist die Kolmogorov-Länge L_K [10].

$$L_K = \pi q(\psi) R_0 \left(\frac{\pi \sigma_{Chir}}{2}\right)^{-\frac{4}{3}} \tag{2.14}$$

Diese gibt die Dekorrelationslänge zweier nahe (δ) beieinander liegender Feldlinien an. Das bedeutet, daß auf dem Weg $l < L_K$ entlang der Feldlinien die beiden Feldlinien nahe beieinander bleiben ($\delta(l) = \delta \exp(l/L_K)$ [16]) und sich maximal um den Faktor $\exp(1) \approx 2.7$ voneinander entfernen. Für $l > L_K$ dekorrelieren die beiden Feldlinien und ihr Abstand wächst weiter exponentiell an. Aus diesem Grund bezeichnet man auch den letzten Teil einer Feldlinie, auch der ergodischen, der nicht weiter als L_K von der Wand entfernt ist, als laminaren Bereich der Feldlinie. Ist auf der gesamten Verbindungslänge L_C einer Feldlinie die Verbindung zur nächsten Wand Ł$_{wall}$ kleiner als die Kolmogorov-Länge L_K, so wird sie als laminare Feldlinie bezeichnet. Diese Feldlinien sind auf ihrem gesamten Weg korreliert und bilden sogenannte laminare Flussröhren aus. Dabei ist zu beachten, daß dies nur eine Charakterisierung der magnetischen Topologie ist und der Plasmatransport in diesen Bereichen noch von weiteren Größen wie der mittleren freien Weglänge und typischen Gradientenlängen abhängt.

In Abbildung 2.5 ist anhand eines 2D-Verbindungslängenprofils, dem ein Poincaré-Plot (siehe Kap. 4.1.1) überlagert wurde, die magnetische Topologie des DED-Störfeldes dargestellt. Dabei wurde beispielhaft die 6/2-Basismodenkonfiguration des Störfeldes verwendet. Bei einem kleinen Plasmaradius von $r_{min} \approx 35$ cm ist deutlich die 4/2-Inselkette, die sich auf der $q = 2$ Fläche ausbildet, zu erkennen. Um diese Inselkette herum existieren zwar gestörte, aber immer noch geschlossene magnetische Flussflächen. Geht man nun weiter nach außen, so schließt sich der ergodische Bereich an. In ihm existieren bei $r_{min} \approx 39$ cm noch remanente Inseln der 5/2-Inselkette. Von dieser ergodischen Zone aus wandern die ergodischen Feldlinien über die sogenannten ergodischen Finger bis zur Wandoberfläche. Dabei schließen die ergodischen Finger laminare Feldlinien mit einem poloidalen Umlauf in laminaren Flussröhren ein. Direkt vor der DED-Oberfläche entsteht zwischen den ergodischen Fingern in einem poloidalen Bereich von etwa $160° < \theta < 200°$ eine Zone mit sehr kurzen magnetischen Feldlinien. Dieser Bereich wird als private Flusszone bezeichnet, da die Feldlinien dort nur eine Länge von Null poloidalen Umläufen haben, und sehr schnell in beide Richtungen wieder auf die Wand verbinden.

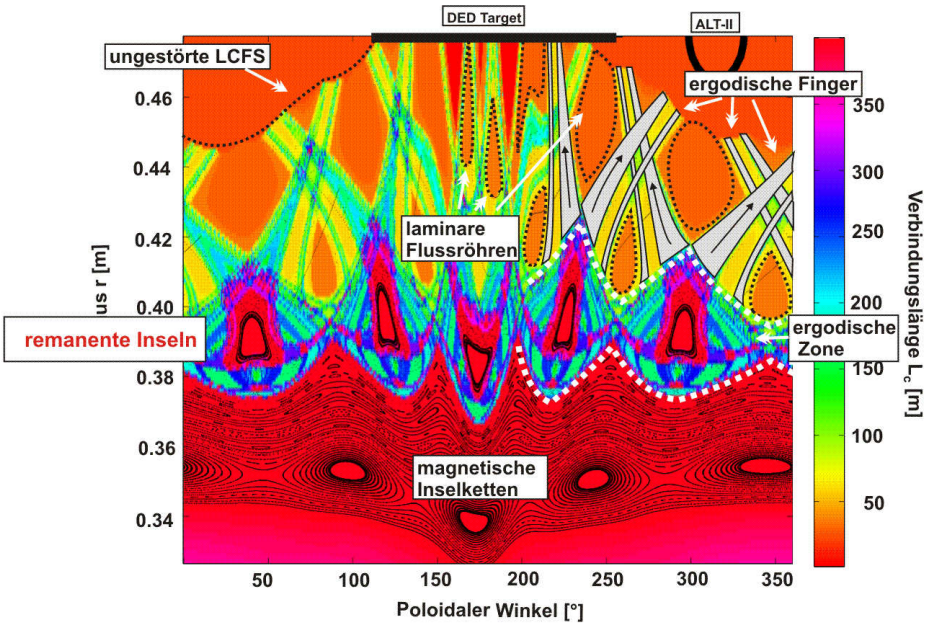


Abbildung 2.5: Darstellung der magnetische Topologie, die durch das externe Störfeld des DED's hervorgerufen wird anhand der Verbindunglänge der Feldlinien (hier beispielhaft für die 6/2-Basismodenkonfiguration des DED's). Zusätzlich ist noch ein Poincaré-Plot dem Verbindungslängen-Plot überlagert, der die magnetischen Inseln und die remanenten magnetischen Inseln darstellt (aus [17]).

Es bilden sich also vier Bereiche aus: Bereiche mit geschlossenen magnetischen Flussflächen, ergodische Bereiche, laminare Flussröhren und eine private Flusszone. Diese einzelnen Bereiche bilden komplexe dreidimensionale Strukturen aus, in denen lokal unterschiedliches Transportverhalten zu erwarten ist. Mit dem in Kapitel 3.2 beschriebenen numerischen Werkzeug (EMC3/EIRENE-Code) kann der Plamatransport in diesen unterschiedlichen Bereichen simuliert werden.

2.3 Experimentelle Befunde und einfache Modelle

Durch die Nahfeldwirkung des DED-Störfeldes werden die Feldlinien kontrolliert auf die Wand abgelenkt. Dies führt auf der DED-Oberfläche zu einer Streifenbildung der Teilchen- und der Wärmedeposition des Plasmas [18, 19]. Diese Streifenstruktur lässt sich auch in der C^{III}-Emission aus Abbildung 2.4 erkennen.

Außerdem hat sich experimentell gezeigt, daß die laminaren Flussröhren wie eine erweiterte helikale Abschälschicht wirken. In ihnen findet verstärkt ein paralleles Abströmen des Plasmas zur Wandoberfläche statt und die Befüllung der laminaren Flussröhren geschieht über den senkrechten Transport. Das führt dazu, daß innerhalb dieser laminaren Flussröhren vor allem die Dichte und die Elektronentemperatur lokal abgesenkt werden [20, 17]. Dies wird in Kapitel 5.1.3 und 5.2.3 noch detailliert untersucht.

Das Besondere des ergodischen Divertors an TEXTOR ist unter anderem, daß er auch dynamisch betrieben werden kann. Das heißt, daß die Stromverteilung in den Störfeldspulen rotiert werden kann. Dadurch kann die Kontaktfläche des Plasmas über die DED-Oberfläche verschoben werden, wodurch die lokale Wärmebelastung auf einen größeren Wandbereich verteilt werden

kann. Dies führt zu einer geringeren mittleren Wärmebelastung der DED-Oberfläche [9], wodurch das Wandmaterial geschont wird.

Durch die Rotation des DED-Störfeldes kann auch Einfluss auf die toroidale Plasmarotation genommen werden. Dabei führt eine Rotation in Richtung des Plasmastroms zu einem Anstieg der toroidalen Plasmarotation und eine gegenläufige Rotation des Störfeldes ab einer gewissen Stärke des Störfeldes zu einer Absenkung der toroidalen Plasmarotation [21]. Die Rotationsfrequenz der Stromverteilung in den DED-Spulen kann entweder 50 Hz betragen oder aus dem Band zwischen 1 kHz und 10 kHz gewählt werden. Der maximale Strom in den DED-Spulen hängt von der Basismodenkonfiguration ab und reicht von 3.75 kA in der 3/1-Basismodenkonfiguration bis 15 kA in der 12/4-Basismodenkonfiguration.

Einfache Abschätzungen des Plasmatransortes in einer ergodisierten Randschicht können bereits über ein eindimensionales Modell [22, 23] erreicht werden. In diesen Modellen wird das diffusive Verhalten der Feldlinien in den stochastisierten Bereichen durch einen Feldliniendiffusionskoeffizienten D_{fl} beschrieben. Diesen definiert man im Allgemeinen wie folgt [24]

$$D_{fl} \;=\; \frac{\langle(\Delta r)^2\rangle}{2\Delta l}. \tag{2.15}$$

Dabei ist $\langle(\Delta r)^2\rangle$ der über eine ungestörte Flussfläche gemittelte radiale Versatz einer Feldlinie während des Wegstückes Δl.

In diesem eindimensionalen Modell stellt man sich vor, daß durch die Stochastisierung sich zwei Feldlinien an einem Punkt sehr nahe kommen können, bevor sie wieder divergieren. An diesem Punkt können dann durch den senkrechten Transport im Plasma Teilchen oder Energie von einer Feldlinie zur anderen gelangen. Durch das anschließende Auseinanderlaufen der Feldlinien wird dann der effektive senkrechte Transport im Plasma erhöht (siehe Abbildung 2 in [22]). Die Transporterhöhung kann dann im eindimensionalen Fall über einen effektiven senkrechten Diffusionskoeffizienten der Teilchen und der Energie beschrieben werden.

$$\kappa_\perp^{eff} \;=\; \kappa_\perp \left[1 \;+\; \sqrt{\min(1, L/L_K)}\exp(2L/L_K)\right] \tag{2.16}$$

$$D_\perp^{eff} \;=\; D_\perp \left[1 \;+\; \sqrt{\min(1, L/L_K)}\exp(2L/L_K)\right] \tag{2.17}$$

Dabei ist L_K die Kolmogorov-Länge und L die Länge, welche die Teilchen parallel strömen, bevor sie einen senkrechten Schritt zu einer angenäherten Feldlinie machen. L lässt sich dabei über

$$L \;=\; \frac{L_K}{2}\ln\left(\frac{D_{fl}\, c_s}{D_\perp}\right) \tag{2.18}$$

bestimmen, wobei c_s die Ionenschallgeschwindigkeit ist. Bei abnehmender Stochstisierung geht der Feldliniediffusionskoeffizient D_{fl} gegen null, und die effektiven senkrechten Transportkoeffizienten gehen in die anomalen senkrechten Transportkoeffizienten $\kappa_\perp$ und $D_\perp$ (siehe dazu auch Kapitel 3.1) über.

Durch diese Erhöhung des senkrechten Transportes nach außen in ergodisierten Randschichten hofft man über das Störfeld des DED's das Kernplasma vor Verunreinigungen aus der Randschicht abzuschirmen, was auch experimentell schon beobachtet werden konnte [25]. Inzwischen hat man aber auch Szenarien gefunden, die durch das DED-Störfeld zu einem verbesserten Einschluss führen [26].

In solchen eindimensionalen Modellen können allerdings die unterschiedlichen lokalen Transportmechanismen der komplexen poloidalen Strukturen aus laminaren Flussröhren und ergodischen Fingern (siehe Abb. 2.5) nicht aufgelöst werden. Mit ihnen kann nur ein globales Verhalten untersucht werden. Um aber auch lokale Untersuchungen durchführen zu können, müssen Transportsimulationen die komplette dreidimensionale Struktur der ergodischen Randschicht

berücksichtigen, was nur mit dreidimensionalen Simulationen erreicht werden kann. Solche dreidimensionalen Simulationen erfordern aber eine immense Rechenzeit und können nur durch Parallelisierung und Verteilung des Problems auf viele Prozessoren in annehmbarer Zeit durchgeführt werden.

Um dieses Problem zu umgehen, wurden zunächst stark vereinfachte Verfahren entwickelt, mit denen erste Modellierungen der Plasmarandschicht für TEXTOR-DED durchgeführt wurden. Dabei machte man sich zu Nutze, daß sich die ergodisierte Randschicht grob in zwei Regionen einteilen lässt. Zum einen existieren laminare Bereiche, in denen die Feldlinien ein oder zwei poloidale Umläufe vollführen, bevor sie auf beiden Seiten die Divertoroberfläche schneiden. Zum anderen lässt sie sich in einen ergodischen Bereich einteilen, in denen offene Feldlinien verlaufen, die nur auf einer Seite oder gar nicht die Divertoroberfläche schneiden. Der Transport wurde dann in der senkrechten Richtung durch eine 2D Finite-Elemente-Methode (FEM) beschrieben (radial und poloidal), und für die laminare Region wurde eine analytische 1D Beschreibung entlang des magnetischen Feldes verwendet [27, 28]. Diese Verfahren wurden dann noch um eine 1D Finite-Differenzen-Methode (FDM) erweitert, die den Transport in der laminaren Zone entlang der Feldlinien mit ein oder zwei poloidalen Umläufen berechnet [29]. Dazu müssen jedoch die Bereiche der Feldlinien mit einem oder zwei poloidalen Umläufen triangularisiert werden, und diese triangularen Gitter entlang der Feldlinien (bis zu zwei poloidalen Umläufen) verfolgt werden, so daß eine Vielzahl aus diskreten, dreieckigen Flussröhren entsteht. Dabei werden diese Gitter sehr stark verformt, weswegen eine optimierte Triangularisierung entwickelt werden musste, um ein Überlappen der Dreiecke dieser Gitter zu vermeiden [30].

Trotz dieser optimierten Triangularisierung hat sich herausgestellt, daß die Deformation der Dreiecke aufgrund der Bewegung entlang des Feldes noch relativ groß ist. Dabei hat sich gezeigt, daß die Flächenerhaltung der dreieckigen Flussröhren aufgrund der starken Deformation der Dreiecke einen Fehler von 10% aufweist [31]. Wegen dieser Probleme und weiterer Konvergenzprobleme wurde die Weiterentwicklung dieses Codes eingestellt und zu Verfahren übergegangen, die den Plasmatransport in einer vollständigen dreidimensionalen Geometrie lösen. Eines dieser Verfahren, mit dem auch die dreidimensionalen Transportsimulationen in dieser Arbeit durchgeführt werden, wird in Kapitel 3.2 beschrieben.

Kapitel 3

Numerische Simulation des Randschichtplasmas

In diesem Kapitel sollen die Grundlagen für die dreidimensionale Simulation eines Randschichtplasmas dargestellt werden. Dazu werden in Abschnitt 3.1 zunächst die Flüssigkeitsgleichungen eines Plasmas aus der kinetischen Gleichung abgeleitet. In Abschnitt 3.2 wird dann der EMC3-Code vorgestellt, mit dem die Simulationen des Randschichtplasmas durchgeführt werden. Dieser Code wurde zunächst speziell für Stellaratorrandschichten entwickelt. Er wurde dann am Forschungszentrum Jülich für die ergodisierte Tokamakrandschicht von TEXTOR-DED adaptiert und erste grundlegende Tests durchgeführt [32, 33]. Es ist somit erstmals ein numerisches Werkzeug entstanden, mit dem sowohl Stellarator- als auch Tokamakrandschichten simuliert werden können. Dadurch können jetzt auch direkte Vergleiche des Transportverhaltens in diesen grundsätzlich unterschiedlichen magnetischen Einschlusskonzepten untersucht werden. Im Rahmen dieser Arbeit wurden dann auch noch die Modellgleichungen des EMC3-Codes genau analysiert und so die Vereinfachungen zu den Braginskii-Flüssigkeitsgleichungen herausgestellt. Die Modellgleichungen sowie die Vereinfachungen werden im Folgenden beschrieben. Am Ende dieses Kapitels wird dann noch die Monte-Carlo-Methode, mit deren Hilfe der EMC3-Code die Flüssigkeitsgleichungen löst, dargestellt. Im folgenden Kapitel 4 werden die technische Erweiterungen beschrieben, die, wie sich aus den ersten Simulationen für TEXTOR-DED [32] herausgestellt hat, benötigt werden, um realistische Simulationen der TEXTOR-DED Plasmarandschicht durchzuführen.

3.1 Theoretische Beschreibung von Fusionsplasmen

Die Beschreibung eines Fusionsplasmas geschieht in dieser Arbeit durch den vereinfachten Ansatz eines Flüssigkeitsbildes für das Fusionsplasma. Diese Beschreibung des Plasmas als Flüssigkeit wird durch eine Momentenbildung der kinetischen Gleichung (3.1) erreicht. Dadurch erhält man einen Satz von Flüssigkeitsgleichungen (Teilchen-, Impuls- und Energiebilanzen), in denen noch höhere Momente der 6-dimensionalen Verteilungsfunktion f_a im Phasenraum auftreten. Um nun diesen Satz von Flüssigkeitsgleichungen zu schließen, werden die höheren Momente der Verteilungsfunktion durch niedrigere Momente und deren Gradienten ausgedrückt. Dazu muss die Annahme gemacht werden, daß die Verteilungsfunktion $f_a = f_{a,maxwell} + \delta f_a$ sich durch eine Maxwell-Verteilung $f_{a,maxwell}$ plus einer kleinen Störung δf_a ausdrücken lässt. Daraus folgt, daß das Plasma stoßbestimmt sein muss. Das bedeutet, daß die mittlere freie Weglänge der Elektronen und Ionen (λ_e, λ_i) viel kleiner als die typische Gradientenlänge L_{grad} und die kürzeste Verbindung entlang des Magnetfeldes zur nächsten Wand L_{wall} sein muss. Unter diesen Voraussetzungen kann ein geschlossenes System von Flüssigkeitsgleichungen angegeben werden. Im

Folgenden wird nun die Bestimmung dieser Flüssigkeitsgleichungen detailliert beschrieben. Auf kinetische Korrekturen, die benötigt werden wenn die Stoßbestimmtheit des Plasmas nicht mehr erfüllt ist, wird in Kapitel 6 noch weiter eingegangen.

Ausgangspunkt ist die Annahme, daß sich der Zustand eines Plasmas durch einen Satz von Verteilungsfunktionen $f_a(t, \vec{r}, \vec{v})$ im sechsdimensionalen Phasenraum beschreiben lässt. Diese Verteilungsfunktionen geben die Dichte der Plasmateilchen der Spezies a zum Zeitpunkt t am Ort $\vec{r}$, $\vec{v}$ im sechsdimensionalen Phasenraum an. Die Größe $f_a(t, \vec{r}, \vec{v}) d\vec{r} d\vec{v}$ entspricht dann der Anzahl der Teilchen a im differenziellen Volumenelement $d\vec{r}d\vec{v}$ des Phasenraums.

Das zeitliche Verhalten der Verteilungsfunktionen $f_a(t, \vec{r}, \vec{v})$ lässt sich durch ein System von kinetischen Gleichungen beschreiben.

$$\frac{\partial f_a(t,\vec{r},\vec{v})}{\partial t} \; + \; \vec{\nabla}_{\vec{r}} \cdot (\vec{v} f_a(t,\vec{r},\vec{v})) \; + \; \vec{\nabla}_{\vec{v}} \cdot \left(\frac{\vec{F}_a(t,\vec{r},\vec{v})}{m_a} f_a(t,\vec{r},\vec{v}) \right) \; = \; C_a \tag{3.1}$$

Dabei gibt $\vec{F}_a(t, \vec{r}, \vec{v})$ die Kraft an, die am Ort $\vec{r}$ auf ein Teilchen der Spezies a mit Geschwindigkeit $\vec{v}$ und Masse m_a wirkt. Für ein Teilchen mit der Ladung q_a, welches sich in einem elektrischen Feld $\vec{E}(\vec{r}, t)$ und in einem magnetischen Feld $\vec{B}(\vec{r}, t)$ befindet (die Gravitation wird dabei vernachlässigt), ergibt sich dann folgender Kraftterm:

$$\vec{F}_a(\vec{r}, t) \; = \; q_a \left[\vec{E}(\vec{r}, t) \; + \; \vec{v} \times \vec{B}(\vec{r}, t) \right]. \tag{3.2}$$

Dabei ist zu beachten, daß Gleichung (3.1) keine thermischen Fluktuationen auflöst. Die Verteilungsfunktion $f_a(t, \vec{r}, \vec{v})$ in Gleichung (3.1) repräsentiert dabei also eine glatte, über ein hinreichend kleines Volumen, welches aber dennoch viele Teilchen enthält, gemittelte Dichteverteilung. Ebenso entspricht die Kraft $\vec{F}_a$ einer über ein Volumen, welches viele Teilchen enthält, und über Zeiten, die lang gegenüber der Zeit zwischen zwei Stößen sind, gemittelten makroskopischen Kraft. Gleiches gilt für das $\vec{E}$ und $\vec{B}$ Feld. Die mikroskopischen Wechselwirkungen, die auftreten, wenn Teilchen sich sehr nahe kommen, bilden den Stoßterm C_a auf der rechten Seite von Gleichung (3.1). Dabei können die Teilchen der Spezies a mit sich selbst (C_{aa}) sowie mit allen anderen Sorten b in Wechselwirkung treten. Der Stoßterm C_a setzt sich also aus den Stoßtermen der einzelnen Stoßprozesse zusammen.

$$C_a \; = \; \sum_b C_{ab} \tag{3.3}$$

Dabei werden aber keine Stöße der Sorte b mit Sorte c berücksichtigt, die auf die Verteilungsfunktion der Sorte a wirken (z.B. Elektron-Stoß-Ionisation). Dies muss später als eine externe Quelle δS_a berücksichtigt werden. Im vorliegenden Modell werden Elektronen, Wasserstoffionen sowie neutrale Wasserstoffatome und Wasserstoffmoleküle simuliert. Der Stoßterm für die Elektronen (C_e) und Ionen (C_i) sieht dann wie folgt aus:

$$C_e \; = \; C_{ee} \; + \; C_{ei} \; + \; C_{en} \tag{3.4}$$

$$C_i \; = \; C_{ii} \; + \; C_{ie} \; + \; C_{in}. \tag{3.5}$$

Die Stoßterme, die Stöße zwischen geladenen Teilchen beschreiben, werden durch elastische Stöße repräsentiert (Coulomb-Wechselwirkung). Die Wechselwirkung mit den Neutralteilchen geschieht über C_{en} und C_{in} und ist im allgemeinen nicht elastisch. Unter Voraussetzung der

Teilchenerhaltung lassen sich folgende Bedingungen für die Stoßterme formulieren:

$$\int C_{ii}d\vec{v} = 0, \qquad \int C_{ie}d\vec{v} = 0, \tag{3.6}$$

$$\int C_{ei}d\vec{v} = 0, \qquad \int C_{in}d\vec{v} \ll \int C_{en}d\vec{v}, \tag{3.7}$$

$$\int m_i\vec{v}C_{ii}d\vec{v} = 0, \qquad \int m_e\vec{v}C_{ee}d\vec{v} = 0, \tag{3.8}$$

$$\int \frac{m_iv^2}{2}C_{ii}d\vec{v} = 0, \qquad \int \frac{m_ev^2}{2}C_{ee}d\vec{v} = 0 \tag{3.9}$$

und

$$\int m_i\vec{v}C_{ie}d\vec{v} + \int m_e\vec{v}C_{ei}d\vec{v} = 0, \tag{3.10}$$

$$\int \frac{m_iv^2}{2}C_{ie}d\vec{v} + \int \frac{m_ev^2}{2}C_{ei}d\vec{v} = 0. \tag{3.11}$$

Die Momente des Stoßoperators der Neutralteilchen ($C_{in},\ C_{en}$) sowie des externen Quellterms (δS_a) werden in den Simulationen mit dem EMC3-Code durch den Monte-Carlo-Neutralteilchen-Code EIRENE bestimmt (siehe Abschnitt 3.2).

Das Flüssigkeitsbild, welches auf Teilchen-, Impuls- und Energiebilanzen beruht, erhält man durch Momentenbildung (Multiplikation mit $\vec{v}^{\,k}, k = 0, 1, 2$ und Integration über den Geschwindigkeitsraum) der kinetischen Gleichung (3.1). Mit der Abkürzung $n_a\langle\vec{v}^{\,k}\rangle_a,\ k = 0, 1, 2, \cdots$ für die Mittelung des Produktes aus $\vec{v}^{\,k}$ und der Verteilungsfunktion $f_a(t, \vec{r}, \vec{v})$ über den Geschwindigkeitsraum

$$n_a\langle\vec{v}^{\,k}\rangle_a := \int \vec{v}^{\,k} f_a(t, \vec{r}, \vec{v})d\vec{v}, \tag{3.12}$$

lassen sich die makroskopischen Plasmaparameter Teilchendichte $n_a(\vec{r}, t)$, mittlere Geschwindigkeit $\vec{V}_a(\vec{r}, t)$ und Temperatur $T_a(\vec{r}, t)$ der Spezies a durch Momentbildung der Verteilungsfunktion $f_a(t, \vec{r}, \vec{v})$ definieren.

$$\text{0. Moment :} \quad n_a(\vec{r}, t) = n_a\langle 1\rangle_a = \int f_a(t, \vec{r}, \vec{v})d\vec{v} \tag{3.13}$$

$$\text{1. Moment :} \quad n_a\vec{V}_a(\vec{r}, t) = n_a\langle\vec{v}\rangle_a = \int \vec{v} f_a(t, \vec{r}, \vec{v})d\vec{v} \tag{3.14}$$

$$\text{2. Moment :} \quad \frac{3}{2}n_aT_a(\vec{r}, t) = n_a\langle\frac{1}{2}m_a(\vec{v} - \vec{V}_a)^2\rangle_a = \int \frac{1}{2}m_a(\vec{v} - \vec{V}_a)^2 f_a(t, \vec{r}, \vec{v})d\vec{v} \tag{3.15}$$

Bildet man nun das 0. Moment der kinetischen Gleichung (3.1), durch Mittelung über den

Geschwindigkeitsraum, so erhält man die Teilchenbilanz im Flüssigkeitsbild:

$$\int C_a d\vec{v} = \int \frac{\partial f_a}{\partial t} d\vec{v} + \int \vec{\nabla}_{\vec{r}} \cdot \vec{v} f_a d\vec{v} + \int \vec{\nabla}_{\vec{v}} \cdot \frac{\vec{F}_a}{m_a} f_a d\vec{v} \tag{3.16}$$

$$= \frac{\partial}{\partial t} \underbrace{\int f_a d\vec{v}}_{n_a} + \vec{\nabla}_{\vec{r}} \cdot \underbrace{\int \vec{v} f_a d\vec{v}}_{n_a \vec{V}_a} + \underbrace{\iint \frac{\vec{F}_a}{m_a} f_a \, d\vec{S}_{Vol}}_{=0}. \tag{3.17}$$

Dies entspricht im Flüssigkeitsbild der

Teilchenbilanz:

$$\frac{\partial}{\partial t} n_a + \vec{\nabla} \cdot \left(n_a \vec{V}_a \right) = \int C_a d\vec{v} \tag{3.18}$$

Das Oberflächenintegral $\iint \frac{\vec{F}_a}{m_a} f_a \, d\vec{S}_{Vol}$ in (3.17), das nach dem Gaußschen Satz dem Volumenintegral über den Divergenz-Term im Geschwindigkeitsraum in (3.16) entspricht, kann gleich Null gesetzt werden, da physikalisch relevante Verteilungsfunktionen f_a meistens hinreichend schnell (schneller als $\sim \frac{1}{v^2}$) für $v \to \pm\infty$ verschwinden. Dadurch liefert das Oberflächenintegral keinen Beitrag. Das Herausziehen des Operators $\vec{\nabla}_{\vec{r}}$ aus dem Integral über den Geschwindigkeitsraum ist möglich, da $\vec{r}$ und $\vec{v}$ unabhängige Variablen sind.
Für den Quellterm $\int C_e d\vec{v}$ in der Teilchenbilanz der Elektronen ergibt sich noch

$$\int C_e d\vec{v} = \int (C_{ee} + C_{ei} + C_{en}) \, d\vec{v} \tag{3.19}$$

$$= \underbrace{\int C_{ee} d\vec{v}}_{=0} + \underbrace{\int C_{ei} d\vec{v}}_{=0} + \underbrace{\int C_{en} d\vec{v}}_{S_{ion}} \tag{3.20}$$

$$= S_{ion}, \tag{3.21}$$

und für den Quellterm $\int C_i d\vec{v}$ in der Teilchenbilanz der Ionen ergibt sich

$$\int C_i d\vec{v} = \int (C_{ii} + C_{ie} + C_{in}) \, d\vec{v} + S_{ion} \tag{3.22}$$

$$= \underbrace{\int C_{ii} d\vec{v}}_{=0} + \underbrace{\int C_{ie} d\vec{v}}_{=0} + \underbrace{\int C_{in} d\vec{v}}_{\ll S_{ion}} + S_{ion} \tag{3.23}$$

$$\approx S_{ion}, \tag{3.24}$$

wobei hier für die Ionen die Ionisationsquelle S_{ion}, wie schon erwähnt, hinzu genommen werden muss, da sie durch Stöße zwischen Elektronen und Atomen verursacht wird.

Für die Impulsbilanzgleichung des Flüssigkeitsbildes muss das 1. Moment der kinetischen

Gleichung (3.1) gebildet werden.

$$\begin{aligned}\int m_a\vec{v}C_a d\vec{v} &= \int m_a\vec{v}\frac{\partial}{\partial t}f_a d\vec{v} + \int m_a\vec{v}\,\vec{\nabla}_{\vec{r}}\cdot\vec{v}f_a d\vec{v} \\ &\quad + \int m_a\vec{v}\,\vec{\nabla}_{\vec{v}}\cdot\frac{\vec{F}_a}{m_a}f_a d\vec{v} \qquad (3.25)\\ &= \frac{\partial}{\partial t}m_a\underbrace{\int\vec{v}f_a d\vec{v}}_{=n_a\vec{V}} + \vec{\nabla}_{\vec{r}}\cdot m_a\int\vec{v}\vec{v}f_a d\vec{v} \\ &\quad + \underbrace{\int\vec{\nabla}_{\vec{v}}\cdot\vec{v}\vec{F}_a f_a d\vec{v}}_{=\iint\vec{v}\vec{F}_a f_a d\vec{S}_{Vol}=0} - \int f_a\vec{F}_a\underbrace{\vec{\nabla}_{\vec{v}}\cdot\vec{v}}_{=1}d\vec{v} \qquad (3.26)\end{aligned}$$

Für den Kraftterm aus Gleichung (3.2) ergibt sich damit, da $\vec{E}$ und $\vec{B}$ nicht von $\vec{v}$ abhängen, für das Integral

$$\begin{aligned}\int F_a f_a d\vec{v} &= \int q_a(\vec{E}+\vec{v}\times\vec{B})f_a d\vec{v} \qquad (3.27)\\ &= q_a n_a(\vec{E}+\vec{V}\times\vec{B}), \qquad (3.28)\end{aligned}$$

und damit im Flüssigkeitsbild die Impulsbilanz:

$$\frac{\partial}{\partial t}m_a n_a\vec{V} + \vec{\nabla}_{\vec{r}}\cdot m_a n_a\langle\vec{v}\vec{v}\,\rangle_a - q_a n_a\left(\vec{E}+\vec{V}\times\vec{B}\right) = \int m_a\vec{v}C_a d\vec{v}. \qquad (3.29)$$

Um den Term $\langle\vec{v}\vec{v}\,\rangle$ zu vereinfachen, können wir die Geschwindigkeit $\vec{v}$ durch eine mittlere Geschwindigkeit $\vec{V}$ und eine zu $\vec{V}$ relative Geschwindigkeit $\vec{v}\,'$ mit der Eigenschaft $\langle\vec{v}\,'\rangle = 0$ darstellen ($\vec{v}=\vec{V}+\vec{v}\,'$). Dadurch ergibt sich:

$$\begin{aligned}\langle\,\vec{v}\vec{v}\,\rangle &= \langle\,(\vec{V}+\vec{v}\,')(\vec{V}+\vec{v}\,')\,\rangle \qquad (3.30)\\ &= \vec{V}\vec{V} + \langle\,\vec{v}\,'\vec{v}\,'\,\rangle\,; \quad \text{da}\ \langle\,\vec{v}\,'\,\rangle = 0. \qquad (3.31)\end{aligned}$$

Auch der Stoßterm aus Gleichung (3.29) lässt sich noch weiter vereinfachen:

$$\begin{aligned}&\int m_a\vec{v}C_a d\vec{v} \\ &= \underbrace{\int m_i\vec{v}C_{aa}d\vec{v}}_{=0} + \int m_a\vec{v}C_{ab}d\vec{v} + \int m_a\vec{v}C_{an}d\vec{v} \qquad (3.32)\\ &= \int m_a(\vec{V}_a+\vec{v}')C_{ab}d\vec{v}\,' + \int m_a\vec{v}C_{an}d\vec{v} \qquad (3.33)\\ &= \underbrace{m_a\vec{V}_a\int C_{ab}d\vec{v}\,'}_{=0} + \underbrace{m_a\int\vec{v}'C_{ab}d\vec{v}\,'}_{=\vec{R}_{ab}} + \underbrace{\int m_a\vec{v}C_{an}d\vec{v}}_{=\vec{S}_{m,a}} \qquad (3.34)\\ &= \vec{R}_{ab} + \vec{S}_{m,a}. \qquad (3.35)\end{aligned}$$

Dabei ist $\vec{R}_{ab}$ die mittlere Impulsänderung der Plasmateilchen a aufgrund von Stößen mit den Plasmateilchen b (Reibung zwischen Sorte a und b), und $\vec{S}_{m,a}$ die Impulsquelle aufgrund von Stößen mit den Neutralteilchen (z.B. Ladungsaustausch bei den Ionen).

Mit der Definition des Drucktensors $\overline{\overline{\mathrm{P}}}$ sowie des skalaren Drucks p und des Viskositätstensors $\overline{\overline{\Pi}}$

$$P_{\alpha\beta} \;=\; nm\langle\, v'_\alpha v'_\beta \,\rangle \;=\; p\delta_{\alpha\beta} \;+\; \pi_{\alpha\beta}, \tag{3.36}$$

$$p \;=\; nm\frac{\langle\, v'^2 \,\rangle}{3} \;=\; nT, \tag{3.37}$$

$$\pi_{\alpha\beta} \;=\; nm\langle\, v'_\alpha v'_\beta - \frac{v'^2}{3}\delta_{\alpha\beta} \,\rangle, \tag{3.38}$$

und den Vereinfachungen aus den Gleichungen (3.31) und (3.35) erhalten wir aus (3.29) die übliche Schreibweise der

Impulsbilanz:

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(m_a n_a \vec{V}_a\right) \;+\; \vec{\nabla}\cdot\left(n_a m_a \vec{V}_a\vec{V}_a + \overline{\overline{\Pi}}_a\right) \;+\; \vec{\nabla}p_a \;-\; q_a n_a\left(\vec{E} + \vec{V}_a \times \vec{B}\right)$$
$$= \vec{R}_{ab} \;+\; \vec{S}_{m,a} \tag{3.39}$$

Nach der gleichen Methode wird auch die Energiebilanz bestimmt. Dazu wird das 2. Moment der kinetischen Gleichung (3.1) gebildet:

$$\int \frac{m_a}{2}(\vec{v}\cdot\vec{v})C_a d\vec{v}$$
$$= \int \frac{m_a}{2}v^2\frac{\partial}{\partial t}f_a d\vec{v} \;+\int \frac{m_a}{2}v^2\vec{\nabla}_{\vec{r}}\cdot(\vec{v}f_a)d\vec{v} \;+\int \frac{m_a}{2}v^2\vec{\nabla}_{\vec{v}}\cdot\left(\frac{\vec{F}_a}{m_a}f_a\right)d\vec{v} \tag{3.40}$$
$$= \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{m_a n_a}{2}\langle v^2\rangle\right) \;+\; \vec{\nabla}_{\vec{r}}\cdot\left(\frac{m_a n_a}{2}\langle v^2\vec{v}\rangle\right)$$
$$+ \underbrace{\int \frac{1}{2}\vec{\nabla}_{\vec{v}}\cdot\left(v^2\vec{F}_a f_a\right)d\vec{v}}_{=\iint \frac{v^2}{2}\vec{F}_a f_a\, d\vec{S}_{Vol}\,=\,0} \;-\; \underbrace{\int \frac{1}{2}f_a\vec{F}_a\cdot\underbrace{\vec{\nabla}_{\vec{v}}v^2}_{2\vec{v}}d\vec{v}}_{=\int f_a\vec{F}_a\cdot\vec{v}\,d\vec{v}}. \tag{3.41}$$

Für den letzten Term in Gleichung (3.41) gilt mit dem Kraftterm aus Gleichung (3.2), da $\vec{E}$ unabhängig von $\vec{v}$ ist:

$$\int f_a\vec{F}_a\cdot\vec{v}d\vec{v} \;=\; \int qf_a\Big[\vec{v}\cdot\vec{E} \;+\; \underbrace{\vec{v}\cdot(\vec{v}\times\vec{B})}_{=\,0}\Big]d\vec{v} \tag{3.42}$$
$$\;=\; qn_a\vec{V}\cdot\vec{E}. \tag{3.43}$$

Und damit folgt aus (3.41) und (3.43) im Flüssigkeitsbild die Energiebilanz

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{m_a n_a}{2}\langle v^2\rangle_a\right) \;+\; \vec{\nabla}\cdot\left(\frac{m_a n_a}{2}\langle v^2\vec{v}\rangle_a\right) \;-\; qn_a\vec{V}_a\cdot\vec{E} \;=\; \int v^2 C_a d\vec{v}. \tag{3.44}$$

Diese lässt sich noch weiter vereinfachen, wenn man die Geschwindigkeit $\vec{v}$ wieder in eine mittlere Geschwindigkeit $\vec{V}_a$ und eine thermische Geschwindigkeit $\vec{v}\,'$ aufspaltet. Dadurch ergibt sich für $\langle v^2\rangle_a$ in der Zeitableitung aus Gleichung (3.44)

$$\begin{aligned}
\langle v^2\rangle_a &= \langle(\vec{V}_a+\vec{v}\,')^2\rangle_a && (3.45)\\
&= V_a^2 \;+\; 2\vec{V}_a\cdot\underbrace{\langle\vec{v}\,'\rangle_a}_{=0} \;+\; \underbrace{\langle v'^2\rangle_a}_{=\frac{3T_a}{m_a}} && (3.46)\\
\Rightarrow \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{m_a n_a}{2}\langle v^2\rangle\right) &= \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{m_a n_a}{2}V_a^2 \;+\; \frac{3}{2}n_a T_a\right), && (3.47)
\end{aligned}$$

und für den Term $\langle\,\frac{v^2\vec{v}}{2}\,\rangle_a$ in Gleichung (3.44)

$$\begin{aligned}
&\frac{1}{2}\langle\, v^2\vec{v}\,\rangle_a \;=\; \frac{1}{2}\langle\,(\vec{V}_a+\vec{v}\,')^2(\vec{V}_a+\vec{v}\,')\,\rangle_a\\
=\;& \frac{1}{2}\langle\,(V_a^2 \;+\; v'^2)\vec{V}_a\,\rangle_a \;+\; \underbrace{\langle\,(\vec{V}_a\cdot\vec{v}\,')\vec{V}_a\,\rangle_a}_{=\,0;\ \text{da}\ \langle\vec{v}\,'\rangle_a=0}\\
&+\frac{1}{2}\langle\,(2\vec{V}_a\cdot\vec{v}\,'+v'^2)\vec{v}\,'\,\rangle_a \;+\; \underbrace{\langle\,V_a^2\vec{v}\,'\,\rangle_a}_{=\,0;\ \text{da}\ \langle\vec{v}\,'\rangle_a=0} && (3.48)\\
=\;& \frac{1}{2}V_a^2\vec{V}_a \;+\; \frac{1}{2}\vec{V}\underbrace{\langle\, v'^2\,\rangle_a}_{\frac{3p_a}{n_a m_a}} \;+\; \vec{V}_a\cdot\underbrace{\langle\,\vec{v}\,'\vec{v}\,'\,\rangle_a}_{\frac{\overline{\overline{\mathrm{P}}}_a}{n_a m_a}} \;+\; \frac{1}{2}\langle\, v'^2\vec{v}\,'\,\rangle_a && (3.49)\\
=\;& \vec{V}_a\left(\frac{1}{2}V_a^2+\frac{3}{2}\frac{p_a}{n_a m_a}\right)+\vec{V}_a\frac{p_a}{n_a m_a}+\frac{1}{n_a m_a}\vec{V}_a\cdot\overline{\overline{\Pi}}_a+\underbrace{\frac{1}{2}\langle\, v'^2\vec{v}\,'\,\rangle_a}_{\frac{\vec{q}_a}{n_a m_a}} && (3.50)\\
=\;& \vec{V}_a\left(\frac{1}{2}V_a^2+\frac{5}{2}\frac{p_a}{n_a m_a}\right) \;+\; \frac{\vec{V}_a\cdot\overline{\overline{\Pi}}_a}{n_a m_a} \;+\; \frac{\vec{q}_a}{n_a m_a}. && (3.51)
\end{aligned}$$

Dabei ist $\vec{q}_a$ die Wärmeflussdichte der Plasmateilchensorte a. Auch das Stoßintegral aus Glei-

chung (3.44) lässt sich noch weiter vereinfachen.

$$\int \frac{m_a v^2}{2} C_a d\vec{v} \;=\; \int \frac{m_a}{2}(\vec{V}_a + \vec{v}\,')^2 C_a d\vec{v}\,' \tag{3.52}$$

$$= \frac{m_a}{2}\vec{V}_a^2 \int C_a d\vec{v}\,' \;+\; m_a \vec{V}_a \cdot \int \vec{v}\,' C_a d\vec{v}\,' \;+\; \frac{m_a}{2}\int \vec{v}\,'^2 C_a d\vec{v}\,' \tag{3.53}$$

$$= \frac{m_a}{2}\vec{V}_a^2 \Bigg[\underbrace{\int C_{aa} d\vec{v}\,'}_{=0} \;+\; \underbrace{\int C_{ab} d\vec{v}\,'}_{=0} \;+\; \int C_{an} d\vec{v}\,' \Bigg]$$

$$+ m_a \vec{V}_a \cdot \Bigg[\underbrace{\int \vec{v}\,' C_{aa} d\vec{v}\,'}_{=0} \;+\; \underbrace{\int \vec{v}\,' C_{ab} d\vec{v}\,'}_{=\frac{\vec{R}_{ab}}{m_a}} \;+\; \int \vec{v}\,' C_{an} d\vec{v}\,' \Bigg]$$

$$+ \frac{m_a}{2} \Bigg[\underbrace{\int \vec{v}\,'^2 C_{aa} d\vec{v}\,'}_{=0} \;+\; \underbrace{\int \vec{v}\,'^2 C_{ab} d\vec{v}\,'}_{=\frac{2Q_{ab}}{m_a}} \;+\; \int \vec{v}\,'^2 C_{an} d\vec{v}\,' \Bigg] \tag{3.54}$$

$$= Q_{ab} \;+\; \vec{V}_a \cdot \vec{R}_{ab} \;+\; \underbrace{\int \frac{m_a v^2}{2} C_{an} d\vec{v}}_{S_{e,a}} \tag{3.55}$$

$$= Q_{ab} \;+\; \vec{V}_a \cdot \vec{R}_{ab} \;+\; S_{e,a} \tag{3.56}$$

Wobei Q_{ab} die Wärme ist, die durch Stöße von den Plasmateilchen a auf die Plasmateilchen b übertragen wird, und $S_{e,a}$ ist der Energieverlust der Plasmateilchen aufgrund von Stößen mit den Neutralteilchen. Mit den Vereinfachungen (3.47), (3.51) und (3.56) erhält man aus (3.44) die bekannte Form der

Energiebilanz:

$$\begin{aligned} &\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{m_a n_a}{2} V_a^2 \;+\; \frac{3}{2} n_a T_a\right) \;+\; \vec{\nabla}\cdot\left(\frac{5}{2} n_a m_a T_a \vec{V}_a \;+\; \vec{q}_a\right) \\ &\quad + \;\vec{\nabla}\cdot\left(\frac{1}{2} n_a m_a V_a^2 \vec{V}_a \;+\; \vec{V}_a \cdot \overline{\overline{\Pi}}_a\right) \;-\; q_a n_a V_a \cdot \vec{E} \\ &= \; Q_{ab} \;+\; \vec{V}_a \cdot \vec{R}_{ab} \;+\; S_{e,a} \end{aligned} \tag{3.57}$$

Dieser Satz von Flüssigkeitsgleichungen (Teilchen-, Impuls- und Energiebilanz) ist noch nicht geschlossen, da der Viskositätstensor $\overline{\overline{\Pi}}_a$ und die Wärmeflussdichte $\vec{q}_a$ noch aus höheren Momenten der Verteilungsfunktion $f_a(t, \vec{r}, \vec{v})$ als den bereits Berechneten (n_a, $\vec{V}_a$, T_a) bestehen. Aus diesem Grund werden unter der Annahme der Stoßbestimmtheit des Plasmas in der klassischen Theorie die höheren Momente ($\overline{\overline{\Pi}}_a$, $\vec{q}_a$) mit einem Diffusionsansatz durch niedrigere (bekannte) Momente ($n_a, \vec{V}_a, T_a$) und ihre Gradienten ausgedrückt, um den Satz von Flüssigkeitsgleichungen zu schließen [34]. Dadurch ergibt sich für die Wärmeflussdichte

$$\vec{q}_a \;=\; -\,\kappa_{a\parallel} \vec{\nabla}_\parallel T_a \;-\; \kappa_{a\perp} \vec{\nabla}_\perp T_a, \tag{3.58}$$

wobei $\kappa_{a\parallel}$ und $\kappa_{a\perp}$ die Wärmeleitfähigkeiten der Plasmateilchen a parallel und senkrecht zum Magnetfeld sind, und im klassischen Fall nichtlinear von T_a und n_a abhängen. Da der EMC3-Code nur die parallele Komponente der Impulsbilanz löst und für die senkrechte Geschwindigkeit

einen Diffusionsansatz macht, verwendet er eine noch weiter vereinfachte Form des Viskositätstensors, als man normalerweise im klassischen Bild verwenden würde. Für die parallelen Komponenten des Viskositätstensors gilt somit im EMC3-Code

$$\pi_{\parallel\parallel} = -\eta_{\parallel}\frac{\partial}{\partial x_{\parallel}}V_{\parallel} \tag{3.59}$$

$$\pi_{\parallel\perp_1} = -\eta_{\perp_1}\frac{\partial}{\partial x_{\perp_1}}V_{\parallel} \tag{3.60}$$

$$\pi_{\parallel\perp_2} = -\eta_{\perp_2}\frac{\partial}{\partial x_{\perp_2}}V_{\parallel}. \tag{3.61}$$

Bei der Berechnung der klassichen Transportkoeffizienten (κ und η) wurde zunächst davon ausgegangen, daß nur Coulomb-Stöße zwischen den Teilchen zu einem diffusiven Transport führen, und es wurde jegliche Turbolenz im Plasma vernachlässigt. Experimentell hat sich jedoch herausgestellt, daß senkrecht zum Magnetfeld der Transport aufgrund von Turbolenzen im Plasma viel größer ist als ihn die klassische Theorie voraussagt. Aus diesem Grund wird der senkrechte "anomale" Transport im EMC3-Code über größere Transportkoeffizienten, die als Eingabeparameter dem EMC3-Code übergeben werden, berechnet. Dieser Satz von Flüssigkeitsgleichungen bildet nun ein in sich geschlossenes System von nichtlinearen Differenzialgleichungen. Diese können nicht mehr analytisch gelöst werden und müssen über numerische Verfahren bestimmt werden. Im folgenden Kapitel 3.2 wird eines dieser numerischen Verfahren vorgestellt.

Wie zuvor schon erwähnt wurde, kann es vorkommen, daß die Stoßbestimmtheit des Plasmas, die zur Schließung des Satzes von Flüssigkeitsgleichungen mit dem Diffusionsansatz vorausgesetzt wurde, nicht erfüllt ist. In diesem Fall kann der klassische diffusive parallele Transport von Wärme und Impuls viel zu groß ausfallen. Aus diesem Grund wurden noch kinetische Korrekturen an dem klassischen parallelen Transport vorgenommen, die in Kapitel 6 beschrieben werden. Diese Korrekturen werden als kinetische Korrekturen bezeichnet, da sie nur im Flüssigkeitsbild benötigt werden, und bei einer kinetischen Berechnung des Plasmas, die direkt die kinetische Gleichung 3.1 lösen würde, nicht vonnöten wären.

3.2 Der EMC3-Code

Durch die Überlagerung des externen Störfeldes des Dynamisch Ergodischen Divertors mit dem für den Plasmaeinschluss verantwortlichen Gleichgewichtsfeld des Tokamaks TEXTOR wird die toroidale Symmetrie des Magnetfeldes des Tokamaks gebrochen. Aus diesem Grund sind Simulationen mit etablierten 2D Plasmarandschichtcodes wie B2-EIRENE [35, 36, 37, 38], EDGE2D [39, 40, 41] oder UEDGE [42] für Szenarien mit durch den DED ergodisierten Randschichtplasmen nicht möglich. Für solche Szenarien müssen dreidimensionale Simulationen durchgeführt werden, die die magnetische Topologie, die durch den DED hervorgerufen wird, berücksichtigen. Diese sind jedoch wesentlich rechenzeitintensiver und können in realistischen Konvergenzzeiten nur parallel auf vielen Prozessoren durchgeführt werden.

Die am weitesten fortgeschrittenen dreidimensionalen Plasmarandschichtcodes, die mit stochastischen Magnetfeldtopologien umgehen können, sind der EMC3-EIRENE-Code [43, 44, 45, 46], der E3D-Code [47, 48, 49, 50] und der BoRiS-Code [51, 52]. Der EMC3- und der E3D-Code lösen die Flüssigkeitsgleichungen der Plasmarandschicht dabei mit einem Monte-Carlo-Algorithmus und einem "Multi Coordinate System Approach" (MCSA), während der BoRiS-Code, ähnlich wie der B2-Code, die Flüssigkeitsgleichungen des Plasmas über einen Algorithmus löst, der Finite-Volumen-Diskretisierung [53] anwendet. Der E3D-Code wurde zunächst am Forschungszentrum Jülich entwickelt und mit ihm auch der Energietransport für TEXTOR-DED untersucht [47]. Der EMC3-Code hingegen wurde am Max-Planck-Institut für Plasmaphysik in Greifswald

für den Stellarator W7-AS entwickelt. Er wurde dann für den Tokamak TEXTOR adaptiert [33], und es wurden auch erste Transportstudien für TEXTOR-DED mit ihm durchgeführt [32, 54]. Der EMC3-Code ist zur Berechnung des Neutralteilchentransportes an den kinetischen Neutralteilchen Monte-Carlo-Code EIRENE [55, 56] gekoppelt, wobei der EIRENE-Code auch am Forschungszentrum Jülich entwickelt wurde.

Für die Simulation der ergodisierten Plasmarandschicht wird an TEXTOR der EMC3-EIRENE-Code verwendet, da er nicht nur die Teilchenbilanz, die parallele Impulsbilanz und die Energiebilanzen der Elektronen und Ionen selbst konsistent im Flüssigkeitsbild löst, sondern auch noch selbstkonsistent die Dichteverteilungen der einzelnen Ionisationsstufen von Plasmaverunreinigungen, wie z.B. Kohlenstoff, das durch Sputtern aus der Wand herausgelöst wird, und deren Rückwirkung (Kühlung durch Strahlung und Ionisation von Verunreinigungen) auf das Hauptplasma (Wasserstoff) berechnen kann.

3.2.1 Modellgleichungen für das Hauptplasma

Der Plasmatransport wird im EMC3-Code über einen Satz von vereinfachten zeitunabhängigen Braginskii-Flüssigkeitsgleichungen beschrieben. Es wird also vorausgesetzt, daß das Randschichtplasma, welches über den EMC3-Code simuliert werden soll, stoßbestimmt ist. Eine detaillierte Herleitung der Modellgleichungen des EMC3-Codes aus den Braginskii-Flüssigkeitsgleichungen (3.18), (3.39) und (3.57) ist in [32] zu finden. Im Folgenden werden nur die Voraussetzungen beschrieben unter denen die Modellgleichungen abgeleitet werden. Die Modellgleichungen, die im EMC3-Code für das Hauptplasma implementiert sind, lauten:

Teilchenbilanz

$$\vec{\nabla} \cdot \left[n V_{i\parallel} \vec{b}_\parallel \; - \; D \vec{b}_\perp \vec{b}_\perp \cdot \vec{\nabla} n \right] \; = \; S_{ion} \tag{3.62a}$$

Impulsbilanz

$$\begin{aligned} \vec{\nabla} \cdot \Big[m_i n V_{i\parallel} V_{i\parallel} \vec{b}_\parallel \; - \; \eta_\parallel \vec{b}_\parallel \vec{b}_\parallel \cdot \vec{\nabla} V_{i\parallel} \; - \; D \vec{b}_\perp \vec{b}_\perp \cdot \vec{\nabla} (m_i n V_{i\parallel}) \Big] \\ = \; - \vec{b}_\parallel \cdot \vec{\nabla} p \; + \; S_m \end{aligned} \tag{3.62b}$$

Energiebilanzen Elektronen und Ionen

$$\begin{aligned} \vec{\nabla} \cdot \left[\frac{5}{2} n T_e V_{i\parallel} \vec{b}_\parallel \; - \; \kappa_e \vec{b}_\parallel \vec{b}_\parallel \cdot \vec{\nabla} T_e \; - \; \frac{5}{2} T_e D \vec{b}_\perp \vec{b}_\perp \cdot \vec{\nabla} n \; - \; \chi_e n \vec{b}_\perp \vec{b}_\perp \cdot \vec{\nabla} T_e \right] \\ = \; k(T_i - T_e) \; + \; S_{e,e} \; (- \, S_{imp,cool}) \end{aligned} \tag{3.62c}$$

$$\begin{aligned} \vec{\nabla} \cdot \left[\frac{5}{2} n T_i V_{i\parallel} \vec{b}_\parallel \; - \; \kappa_i \vec{b}_\parallel \vec{b}_\parallel \cdot \vec{\nabla} T_i \; - \; \frac{5}{2} T_i D \vec{b}_\perp \vec{b}_\perp \cdot \vec{\nabla} n \; - \; \chi_i n \vec{b}_\perp \vec{b}_\perp \cdot \vec{\nabla} T_i \right] \\ = \; k(T_e - T_i) \; + \; S_{e,i} \end{aligned} \tag{3.62d}$$

Wobei $\vec{b}_\parallel$ der Einheitsvektor entlang des Magnetfeldes $\vec{B}$ und $\vec{b}_\perp \vec{b}_\perp = \overline{\overline{\mathrm{I}}} - \vec{b}_\parallel \vec{b}_\parallel = \vec{b}_{\perp 1} \vec{b}_{\perp 1} + \vec{b}_{\perp 2} \vec{b}_{\perp 2}$ ist. Die Quellterme S_{ion}, S_m sowie $S_{e,e}$ und $S_{e,i}$ repräsentieren die Ionisationsquellen, die Impulsquellen und die Energiequellen der Elektronen und Ionen, die durch Stöße der geladenen Hauptplasmateilchen mit den im Plasma vorhandenen neutralen Teilchen hervorgerufen werden. Diese

Quellterme werden durch den kinetischen Neutralteilchen Monte-Carlo-Code EIRENE berechnet. Die Energiesenke $S_{imp,cool}$ in der Energiebilanz der Elektronen beschreibt die Rückwirkung von eventuell vorhandenen Verunreinigungen auf das Hauptplasma durch Strahlungsverluste und Energieverluste durch Ionisation. Dieser Term ist nur vorhanden, wenn Simulationen mit Verunreinigungen durchgeführt werden. Für den anomalen senkrechten Transport der Teilchen

$$\vec{V}_{i\perp} \;=\; -D\vec{\nabla}_{\perp}n, \tag{3.63}$$

des parallelen Impulses

$$\pi_{\parallel\perp_{1,2}} \;=\; -\eta_{\perp}\frac{\partial V_{i\parallel}}{\partial x_{\perp}} \;=\; -mnD_{\perp}\frac{\partial V_{i\parallel}}{\partial x_{\perp}} \tag{3.64}$$

und der Energie der Elektronen und Ionen

$$\vec{q}_{e,i\perp} \;=\; -\chi_{e,i\perp}n\vec{\nabla}_{\perp}T_{e,i} \tag{3.65}$$

wurde ein Diffusionsansatz gemacht. Dabei sind der senkrechte Teilchendiffusionskoeffizient D und die senkrechten Diffusionskoeffizienten der Energie der Elektronen $\chi_{e\perp}$ und der Ionen $\chi_{i\perp}$ Eingabeparameter für den EMC3-Code und es gilt $\kappa_{\perp} = n\chi_{\perp}$. Der senkrechte Diffusionskoeffizient des parallelen Impulses ist jedoch fest in dem Algorithmus des EMC3-Codes über $\eta_{\perp} = mnD$ verankert. Die parallelen Diffusionskoeffizienten $\eta_{\parallel}$ sowie $\kappa_{e\parallel}$ und $\kappa_{i\parallel}$ entsprechen den klassischen Diffusionskoeffizienten und $k = \frac{3m_e n}{m_i\tau_e}$ dem Koeffizienten des Wärmeübertrags zwischen den Elektronen und Ionen ($Q_{ie} = -Q_{ei} = k(T_e - T_i)$), wobei τ_e die Stoßzeit der Elektronen ist. Bei der Herleitung der Modellgleichungen (3.62) wurden weiterhin nur stationäre Lösungen betrachtet ($\frac{\partial}{\partial t} \equiv 0$), und es wurde Quasineutralität

$$n \;=\; n_i \;=\; n_e \tag{3.66}$$

sowie Stromfreiheit

$$\vec{j} \;=\; 0 \;\;\Longrightarrow\;\; \vec{V}_i \;=\; \vec{V}_e \;=\; \vec{V} \quad \text{und} \quad \vec{R}_{ei} \;=\; -\vec{R}_{ie} \;=\; 0 \tag{3.67}$$

angenommen. Außerdem wurde zur Elimination des elektrischen Feldes in den Energiebilanzen der Elektronen und Ionen das ohmsche Gesetz [57]

$$\eta_R\vec{j} \;=\; \vec{E} + \frac{n_i m_i\vec{V}_i + n_e m_e\vec{V}_e}{n_i m_i + n_e m_e} \times \vec{B} \;\approx\; \vec{E} + \vec{V}_i \times \vec{B} \tag{3.68}$$

in der Näherung kleiner Larmor-Radien (der Larmor-Radius ist viel kleiner als die charakteristische Länge des Systems) angewendet und noch der Term

$$\vec{\nabla}\cdot\left(\frac{1}{2}nm_{e,i}V^2\vec{V} \;+\; \vec{V}\cdot\overline{\overline{\Pi}}_{e,i}\right) \tag{3.69}$$

in den Energiebilanzen der Elektronen und Ionen vernachlässigt. Der erste Anteil $\vec{\nabla}\cdot(\frac{1}{2}nm_{e,i}V^2\vec{V})$ dieses Terms wurde jedoch im Zuge dieser Arbeit in Kapitel 6 in die Modellgleichungen der Energiebilanzen des EMC3-Codes implementiert.

3.2.2 Modellgleichungen für Verunreinigungen

Der Transport von Plasmaverunreinigungen (impurities) wird im EMC3-Code in einer stark vereinfachten Form behandelt. Für die Berechnung der parallelen Strömungsgeschwindigkeit $V_{imp,\alpha\parallel}$ der einzelnen Ladungszustände α der Verunreinigungen wird ein Kräftegleichgewicht

aus Druck F_{P_α}, elektrischer Kraft F_E, Reibungskraft F_R und den Thermokräften $F_{th,i}$ und $F_{th,e}$ verwendet [46, 58, 59].

$$\begin{aligned}\underbrace{\frac{\mu_{\alpha i} n_\alpha}{\tau_{\alpha i}}(V_{imp,\alpha\|} - V_{i\|})}_{F_R} &= \underbrace{-\vec{b}_\| \cdot \vec{\nabla}(n_\alpha T_\alpha)}_{F_{P_\alpha}} + \underbrace{n_\alpha Z_\alpha e E_\|}_{F_E} \\ &\quad \underbrace{+\ n_\alpha Z_\alpha^2 C_e \vec{b}_\| \cdot \vec{\nabla} T_e}_{F_{th,e}} + \underbrace{n_\alpha C_{\alpha i} \vec{b}_\| \cdot \vec{\nabla} T_i}_{F_{th,i}}\end{aligned} \tag{3.70}$$

Dabei ist $\mu_{\alpha i} = \frac{m_\alpha m_i}{m_\alpha + m_i}$ die reduzierte Masse, $\tau_{\alpha i}$ die Stoßzeit zwischen den Verunreinigungsionen des Ladungszustands α und den Hauptionen (Wasserstoff), Z_α die Ladungszahl und $C_e = 0.71$. Der Koeffizient $C_{\alpha i}$ ist für kleine Dichten $n_\alpha \ll n_i$ durch [60]

$$C_{\alpha i} = \frac{3\left(\mu + 5\sqrt{2}(Z_\alpha/Z_i)^2\ (1.1\mu^{5/2} - 0.35\mu^{3/2}) - 1\right)}{2.6 - 2\mu + 5.4\mu^2} \tag{3.71}$$

mit $\mu = \frac{m_\alpha}{m_\alpha + m_i}$ gegeben. Für die Temperatur der Verunreinigungsionen wird eine Thermalisierung mit den Hauptionen angenommen $T_\alpha = T_i$, und das parallele Elektrische Feld $E_\|$ wird aus einer vereinfachten parallelen Impulsbilanz der Elektronen gewonnen.

$$eE_\| = -\frac{1}{n_e}\vec{b}_\| \cdot \vec{\nabla}(n_e T_e) - C_e \vec{b}_\| \cdot \vec{\nabla} T_e \tag{3.72}$$

Mit den Gleichungen (3.70) und (3.72) lässt sich jetzt ein expliziter Ausdruck für die parallele Strömungsgeschwindigkeit $V_{imp,\alpha\|}$ der Verunreinigungen angeben:

$$\begin{aligned}V_{imp,\alpha\|} &= V_{i,\|} \\ &\quad + \frac{\tau_{\alpha i}}{\mu_{\alpha i}}\left[C_e Z_\alpha (Z_\alpha - 1)\vec{b}_\| \cdot \vec{\nabla} T_e + (C_{\alpha i} - 1)\vec{b}_\| T_i - \frac{1}{n_e}\vec{b} \cdot \vec{\nabla}(n_e T_e)\right] \\ &\quad - \frac{\tau_{\alpha i} T_i}{\mu_{\alpha i} n_\alpha}\vec{b}_\| \cdot \vec{\nabla} n_\alpha.\end{aligned} \tag{3.73}$$

Dabei lässt sich der letzte Teil als parallele Diffusiongeschwindigkeit $V^{diff}_{imp,\alpha\|}$ bezüglich des parallelen Gradienten der Verunreinigungsdichte auffassen

$$V^{diff}_{imp,\alpha\|} = -\frac{1}{n_\alpha} D_{\alpha\|} \vec{b}_\| \vec{\nabla} n_\alpha \quad \text{mit} \quad D_{\alpha\|} = \frac{\tau_{\alpha i} T_i}{\mu_{\alpha i}}, \tag{3.74}$$

und auch ein Driftanteil von $V_{imp,\alpha_\|}$ definieren:

$$V^{drift}_{imp,\alpha\|} = V_{imp,\alpha_\|} - V^{diff}_{imp,\alpha_\|}. \tag{3.75}$$

Mit der Gleichung (3.73) für die parallelen Strömungsgeschwindigkeiten $V_{imp,\alpha\|}$ der Verunreinigungen kann jetzt eine Teilchenbilanz der einzelnen Ladungszustände der Verunreinigungen aufgestellt werden, um deren Dichte n_α zu bestimmen.

Teilchenbilanz der Verunreinigungen:

$$\vec{\nabla} \cdot (n_\alpha V_{imp,\alpha\|}\vec{b}_\| - D_{\alpha\perp}\vec{b}_\perp \vec{b}_\perp \cdot \vec{\nabla} n_\alpha) = S^{ion}_{\alpha-1\to\alpha} - S^{ion}_{\alpha\to\alpha+1} + S^{rek}_{\alpha+1\to\alpha} - S^{rek}_{\alpha\to\alpha-1} \tag{3.76}$$

Dabei ist $D_{\alpha\perp}$ der Diffusionskoeffizient des senkrechten anomalen Teilchentransportes und wird als Inputparameter dem EMC3-Code übergeben. Die Quellen und Senken auf der rechten Seite von Gleichung (3.76) beschreiben die Ionisations- und Rekombinationsprozesse, die die benachbarten Ladungszustände einer Verunreinigungsspezies miteinander verbinden. Die Rückwirkung der Verunreinigungen auf das Hauptplasma geschieht über die Senke $S_{imp,cool}$ der Energiebilanz der Elektronen. Diese Senke beinhaltet die Energieverluste durch Strahlung sowie durch Stoßionisation. Sie ist für eine Verunreinigungsspezies mit Kernladungszahl Z_{max} durch

$$S_{imp,cool} \;=\; \sum_{\alpha=0}^{Z_{max}} P_{rad,\alpha} \;+\; \sum_{\alpha=0}^{Z_{max}-1} E_n S^{ion}_{\alpha\rightarrow\alpha+1} \tag{3.77}$$

gegeben, wobei $P_{rad,\alpha}$ die Strahlungsverluste der Verunreinigungsionen mit Ladungszahl α und E_n die Ionisationsenergien für die Ladungsübergänge $\alpha \rightarrow \alpha + 1$ sind.

3.2.3 Monte-Carlo-Methode

Die Gleichungen (3.62) sowie (3.76) können leicht für die unterschiedlichen Funtionen $\mathcal{F}$ der Plasmaparameter (Dichte n, Strömungsgeschwindigkeit $V_\parallel$, Temperatur T, Verunreinigungsdichte n_α) auf eine Fokker-Planck-Form

$$\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial t} \;+\; \vec{\nabla}\cdot\left[\vec{\mathcal{V}}\mathcal{F} \;-\; \overline{\overline{\mathcal{D}}}\cdot\vec{\nabla}\mathcal{F}\right] \;=\; \mathcal{S} \tag{3.78}$$

$$\Longleftrightarrow \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial t} \;+\; \vec{\nabla}\cdot\left[\vec{\mathcal{V}}^*\mathcal{F} \;-\; \vec{\nabla}\cdot\left(\overline{\overline{\mathcal{D}}}\mathcal{F}\right)\right] \;=\; \mathcal{S} \tag{3.79}$$

mit Quellterm $\mathcal{S}$ sowie den Transportkoeffizienten $\overline{\overline{\mathcal{D}}} = \mathcal{D}_\parallel \vec{b}_\parallel\vec{b}_\parallel + \mathcal{D}_\perp(\overline{\overline{\mathrm{I}}} - \vec{b}_\parallel\vec{b}_\parallel)$ und $\vec{\mathcal{V}}^* = \vec{\mathcal{V}} + \vec{\nabla}\cdot\overline{\overline{\mathcal{D}}}$ gebracht werden. Dabei gelten für die Transportkoeffizienten $\vec{\mathcal{V}}$ und $\overline{\overline{\mathcal{D}}}$ und den Quellterm $\mathcal{S}$ für die unterschiedlichen Funktionen $\mathcal{F}$ die in Tabelle 3.1 angegebenen Werte.

Um den Zusammenhang der Fokker-Planck Gleichung (3.79), die ursprünglich zur Beschreibung der Brownschen Bewegung verwendet wurde, mit einem mikroskopischen System zu untersuchen, betrachten wir einen Markov Prozess. Bei einem Markov Prozess ist die Funktion $\mathcal{F}(\vec{r}',\, t+\tau)$ zum Zeitpunkt $t+\tau$ komplett durch die Funktion zum Zeitpunkt t bestimmt. Mit Hilfe einer Übergangswahrscheinlichkeit $\mathcal{T}(\vec{r}',\, t+\tau \,|\, \vec{r}, t)$, die die Wahrscheinlichkeit angibt, mit der der Zustand $(\vec{r}, t)$ in der Zeit τ in den Zustand $(\vec{r}', t+\tau)$ übergeht, und $\vec{r}' = \vec{r} + \Delta\vec{r}$, lässt sich das System zum Zeitpunkt $t+\tau$ wie folgt bestimmen:

$$\mathcal{F}(\vec{r}', t+\tau) \;=\; \int \mathcal{T}(\vec{r}', t+\tau \,|\, \vec{r}, t)\mathcal{F}(\vec{r}, t)d\vec{r}. \tag{3.80}$$

Durch eine Taylorentwicklung [61] von (3.80) in $\Delta\vec{r}$ und τ erhält man :

$$\begin{aligned}\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial t} \;&+\; \vec{\nabla}\cdot\left[\mathcal{F}\frac{1}{\tau}\int \Delta\vec{r}\,\mathcal{T}(\vec{r}+\Delta\vec{r}, t+\tau \,|\, \vec{r}, t)d\Delta\vec{r}\right.\\ &-\; \left.\vec{\nabla}\cdot\left(\mathcal{F}\frac{1}{2\tau}\int \Delta\vec{r}\Delta\vec{r}\,\mathcal{T}(\vec{r}+\Delta\vec{r}, t+\tau \,|\, \vec{r}, t)d\Delta\vec{r}\right)\right] \;+\; \frac{\mathcal{O}(\tau^2)}{\tau} \;=\; 0.\end{aligned} \tag{3.81}$$

Man kann erkennen, daß die Gleichungen (3.79) und (3.81) bis auf den Quellterm $\mathcal{S}$ identisch werden, wenn man

$$\frac{1}{\tau}\int \Delta\vec{r}\,\mathcal{T}(\vec{r}+\Delta\vec{r}, t+\tau \,|\, \vec{r}, t)d\Delta\vec{r} \;=\; \vec{\mathcal{V}} \;+\; \vec{\nabla}\cdot\overline{\overline{\mathcal{D}}} \;=\; \vec{\mathcal{V}}^* \tag{3.82}$$

und

$$\frac{1}{2\tau}\int \Delta\vec{r}\Delta\vec{r}\,\mathcal{T}(\vec{r}+\Delta\vec{r}, t+\tau \,|\, \vec{r}, t)d\Delta\vec{r} \;=\; \overline{\overline{\mathcal{D}}} \tag{3.83}$$

$\mathcal{F}$	$\vec{\mathcal{V}}$	$\overline{\overline{\mathcal{D}}}$	$\mathcal{S}$
n	$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ V_\parallel \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} D & 0 & 0 \\ 0 & D & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	S_{ion}
$V_\parallel$	$\begin{pmatrix} -mD\,\vec{b}_{\perp 1}\cdot\vec{\nabla}n \\ -mD\,\vec{b}_{\perp 2}\cdot\vec{\nabla}n \\ mnV_\parallel \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} mnD & 0 & 0 \\ 0 & mnD & 0 \\ 0 & 0 & \eta_\parallel \end{pmatrix}$	$-\vec{b}_\parallel\cdot\vec{\nabla}p + S_m$
T_e	$\begin{pmatrix} -\frac{5}{2}D\,\vec{b}_{\perp 1}\cdot\vec{\nabla}n \\ -\frac{5}{2}D\,\vec{b}_{\perp 2}\cdot\vec{\nabla}n \\ \frac{5}{2}nV_\parallel \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} n\chi_{\perp e} & 0 & 0 \\ 0 & n\chi_{\perp e} & 0 \\ 0 & 0 & \kappa_{\parallel e} \end{pmatrix}$	$k(T_i - T_e) + S_{e,e}$ $(-S_{imp,cool})$
T_i	$\begin{pmatrix} -\frac{5}{2}D\,\vec{b}_{\perp 1}\cdot\vec{\nabla}n \\ -\frac{5}{2}D\,\vec{b}_{\perp 2}\cdot\vec{\nabla}n \\ \frac{5}{2}nV_\parallel \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} n\chi_{\perp i} & 0 & 0 \\ 0 & n\chi_{\perp i} & 0 \\ 0 & 0 & \kappa_{\parallel i} \end{pmatrix}$	$k(T_e - T_i) + S_{e,i}$
n_α	$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ V^{drift}_{imp,\alpha\parallel} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} D_{\alpha\perp} & 0 & 0 \\ 0 & D_{\alpha\perp} & 0 \\ 0 & 0 & D_{\alpha\parallel} \end{pmatrix}$	$S^{ion}_{\alpha-1\to\alpha}$ $- S^{ion}_{\alpha\to\alpha+1}$ $+ S^{rek}_{\alpha+1\to\alpha}$ $- S^{rek}_{\alpha\to\alpha-1}$

Tabelle 3.1: Transportkoeffizienten $\vec{\mathcal{V}}$ und $\overline{\overline{\mathcal{D}}}$ sowie Quellterme $\mathcal{S}$ der EMC3-Modellgleichungen für das Hauptplasma in Fokker-Planck Form.

setzt. Das heißt, daß (3.80) eine lineare Näherung in τ für (3.79) darstellt, wenn man Terme in der Größenordnung $\mathcal{O}(\tau^2)$ vernachlässigt. Die Gleichungen (3.82) und (3.83) verknüpfen also die makroskopischen Variablen $\vec{\mathcal{V}}$ und $\overline{\overline{\mathcal{D}}}$ mit einem mikroskopisch stochastischen Prozess, der durch eine Übergangswahrscheinlichkeit $\mathcal{T}(\vec{r}+\Delta\vec{r}, t+\tau\,|\,\vec{r}, t)$ beschrieben wird. Dabei ist zu beachten, daß die makroskopischen Variablen $\mathcal{F}$, $\vec{\mathcal{V}}$ und $\overline{\overline{\mathcal{D}}}$ von $\vec{r}$ nur in makroskopischen Skalen abhängen, und für ein gegebenes $\vec{r}$, die Übergangswahrscheinlichkeit $\mathcal{T}$ nur von einem $\Delta\vec{r}$ im mikroskopischen Bereich abhängt. Deswegen ist es sinnvoll, zwei unabhängige Koordinatensysteme einzuführen: Ein globales Koordinatensystem $\vec{r}$, in dem die makroskopischen Variablen beschrieben werden, und ein lokales $\Delta\vec{r}$, um die Dynamik des stochastischen Prozesses zu beschreiben. Im Folgenden werden sich die Ausführungen auf das lokale Koordinatensystem beziehen.

Der stochastische Transportmechanismus wird also durch eine Übergangswahrscheinlichkeit $\mathcal{T}$ beschrieben, die, wenn man ein lokales Koordinatensystem an einem gegebenen Punkt $\vec{P}$ wählt, aus den Gleichungen (3.82) und (3.83) bestimmt werden kann. Da

$$\vec{\nabla}\cdot\overline{\overline{\mathcal{D}}} = \vec{\nabla}\cdot\left[\mathcal{D}_\parallel\vec{b}_\parallel\vec{b}_\parallel + \mathcal{D}_\perp\left(\overline{\overline{\mathrm{I}}} - \vec{b}_\parallel\vec{b}_\parallel\right)\right] \tag{3.84}$$

$$= \vec{\nabla}\mathcal{D}_\perp + \vec{b}_\parallel\vec{b}_\parallel\cdot\vec{\nabla}\left(\mathcal{D}_\parallel - \mathcal{D}_\perp\right) + \vec{b}_\parallel\left(\mathcal{D}_\parallel - \mathcal{D}_\perp\right)\vec{\nabla}\cdot\vec{b}_\parallel + \left(\mathcal{D}_\parallel - \mathcal{D}_\perp\right)\left(\vec{b}_\parallel\cdot\vec{\nabla}\right)\vec{b}_\parallel \tag{3.85}$$

gilt, ist es sinnvoll, die drei orthogonalen Basisvektoren $\vec{b}_{\perp 1} = -\frac{(\vec{b}_\parallel \cdot \vec{\nabla})\vec{b}_\parallel}{|(\vec{b}_\parallel \cdot \vec{\nabla})\vec{b}_\parallel|}$, $\vec{b}_{\perp 2} = \vec{b}_\parallel \times \vec{b}_{\perp 1}$ und $\vec{b}_\parallel$ als lokales Koordinatensystem zu wählen. In diesem Koordinatensystem gilt für die Transportkoeffizienten $\vec{\mathcal{V}}^*$ und $\overline{\overline{\mathcal{D}}}$:

$$\begin{aligned}\vec{\mathcal{V}}^* &= \begin{pmatrix} \mathcal{V}_x^* \\ \mathcal{V}_y^* \\ \mathcal{V}_z^* \end{pmatrix} = \vec{\mathcal{V}} + \vec{\nabla} \cdot \overline{\overline{\mathcal{D}}} \\ &= \begin{pmatrix} \vec{b}_{\perp 1} \cdot (\vec{\mathcal{V}} + \vec{\nabla}\mathcal{D}_\perp) - (\mathcal{D}_\parallel - \mathcal{D}_\perp)\left|(\vec{b}_\parallel \cdot \vec{\nabla})\vec{b}_\parallel\right| \\ \vec{b}_{\perp 2} \cdot (\vec{\mathcal{V}} + \vec{\nabla}\mathcal{D}_\perp) \\ \vec{b}_\parallel \cdot (\vec{\mathcal{V}} + \vec{\nabla}\mathcal{D}_\parallel) + (\mathcal{D}_\parallel - \mathcal{D}_\perp)\vec{\nabla} \cdot \vec{b}_\parallel \end{pmatrix}\end{aligned} \tag{3.86}$$

$$\overline{\overline{\mathcal{D}}} = \begin{pmatrix} \mathcal{D}_\perp & 0 & 0 \\ 0 & \mathcal{D}_\perp & 0 \\ 0 & 0 & \mathcal{D}_\parallel \end{pmatrix}. \tag{3.87}$$

Setzt man z.B. den Ansatz

$$\begin{aligned}&\mathcal{T}(\Delta x, \Delta y, \Delta z, \tau) \\ = \; &\frac{1}{MNL} \sum_{m,n,l=1}^{M,N,L} \delta\big(\Delta x - \Delta x_m(\tau)\big)\, \delta\big(\Delta y - \Delta y_n(\tau)\big)\, \delta\big(\Delta z - \Delta z_l(\tau)\big)\end{aligned} \tag{3.88}$$

für die Übergangswahrscheinlichkeit sowie (3.86) und (3.87) in die Gleichungen (3.82) und (3.83) der Momente von $\mathcal{T}$ ein, so erhält man sechs relevante Gleichungen, da alle nicht diagonalen Terme in (3.83) linear in τ verschwinden [44]. Außerdem sind in diesem Ansatz nur Übergangswahrscheinlichkeiten $\mathcal{T}$ mit $M, N, L \geq 2$ sinnvoll. Für den einfachsten Fall mit $M = N = L = 2$ erhält man:

$$\Delta x_{1,2} = \mathcal{V}_x^* \tau \pm \sqrt{2\mathcal{D}_\perp \tau} \tag{3.89}$$

$$\Delta y_{1,2} = \mathcal{V}_y^* \tau \pm \sqrt{2\mathcal{D}_\perp \tau} \tag{3.90}$$

$$\Delta z_{1,2} = \mathcal{V}_z^* \tau \pm \sqrt{2\mathcal{D}_\parallel \tau}. \tag{3.91}$$

Für den Monte-Carlo Sprungschritt $\Delta\vec{r}(\tau)$ ergibt sich dann z.B. mit den unkorrelierten Zufallszahlen ξ_x, ξ_y und ξ_z, die nur die Werte $+1$ und -1 annehmen können (und den Mittelwert 0 sowie die Varianz 1 haben):

$$\begin{aligned}\Delta\vec{r} = \; &\Big[\vec{\mathcal{V}} + \vec{\nabla}\mathcal{D}_\perp + \vec{b}_\parallel \vec{b}_\parallel \cdot \vec{\nabla}(\mathcal{D}_\parallel - \mathcal{D}_\perp) \\ &+ \vec{b}_\parallel (\mathcal{D}_\parallel - \mathcal{D}_\perp)\vec{\nabla} \cdot \vec{b}_\parallel + (\mathcal{D}_\parallel - \mathcal{D}_\perp)(\vec{b}_\parallel \cdot \vec{\nabla})\vec{b}_\parallel\Big]\, \tau \\ &+ \xi_x \sqrt{2\mathcal{D}_\perp \tau}\, \vec{b}_{\perp 1} + \xi_y \sqrt{2\mathcal{D}_\perp \tau}\, \vec{b}_{\perp 2} + \xi_z \sqrt{2\mathcal{D}_\parallel \tau}\, \vec{b}_\parallel.\end{aligned} \tag{3.92}$$

Um nun die Funktion $\mathcal{F}$ zu bestimmen, werden Monte-Carlo-Teilchen nach der gegebenen Quellverteilung generiert. Diese werden dann mit den oben beschriebenen Transportmechanismen in kleinen Zeitschritten τ verfolgt, bis sie an Volumensenken oder Wänden absorbiert werden. Dabei werden die Monte-Carlo-Teilchen in einem Gitter gezählt (bzw. die Zeit, die sie in

einer Zelle verbracht haben) und mittels des "Track Length Estimators" die Funktion zum n-ten Iterationsschritt in der j-ten Zelle bestimmt:

$$\mathcal{F}_j^n \;=\; \frac{1}{C_j}\sum_i w_i \frac{l_{ij}}{v_{ij}} \;=\; \frac{1}{C_j}\sum_i w_i \Delta t_{ij}. \tag{3.93}$$

Dabei ist C_j das Volumen der j-ten Zelle, w_i das Gewicht des i-ten Monte-Carlo-Teilchens, l_{ij} die zurückgelegte Strecke, v_{ij} die Geschwindigkeit und Δt_{ij} die Zeit, die das i-te Teilchen in der j-ten Zelle verbracht hat. Das Gitter, in dem die Monte-Carlo-Teilchen gezählt werden, und das Gitter, mit dem das Magnetfeld diskretisiert wird, sind zwei unterschiedliche Gitter. Das erste bezeichnen wir als 'physikalisches Gitter' (da in ihm die physikalischen Größen bestimmt werden), und das zweite als Magnetfeldgitter. Das physikalische Gitter wird aus dem Magnetfeldgitter gewonnen, indem Zellen des Magnetfeldgitters zusammen gefasst werden. Im vorliegenden Fall wird in poloidaler und radialer Richtung die gleiche Auflösung in beiden Gittern verwendet. In toroidaler Richtung werden Zellen des Magnetfeldgitters, die weit weg von einer Wand liegen, zusammengefasst, da sich dort die physikalischen Parameter ($n,\ V_\parallel,\ T,\ n_\alpha$) entlang des Magnetfeldes nicht stark ändern.

Um eine stabile Konvergenz des Codes zu erreichen, wurde noch ein Relaxationsfaktor F_{relax} eingeführt, der den letzten und den aktuellen Iterationsschritt mit einander verknüpft. Die Funktion $\mathcal{F}_j$ in der j-ten Zelle wird dann zum n-ten Iterationsschritt wie folgt bestimmt:

$$\mathcal{F}_j \;=\; F_{relax}\mathcal{F}_j^{n-1} \;+\; (1-F_{relax})\mathcal{F}_j^n. \tag{3.94}$$

Eine notwendige Voraussetzung für die Konvergenz des Codes ist eine geringe relative Änderung der Profile der Funktionen $\mathcal{F}$, die z.Z. als ein Maß für die Konvergenz der Simulation verwendet wird. Besser und hinreichend wäre eine lokale Bilanz der Flüsse, oder die Verwendung von "Residuen". Dies könnte man, evtl. auch als Post-Processing, noch implementieren. Die relative Änderung des Profils der Funktion, mit der jetzt die Konvergenz der Simulation überprüft wird, ist folgendermaßen definiert:

$$\text{relative Änderung [\%]} \;=\; \frac{\sum_j \left|\mathcal{F}_j^{n-1} \;-\; \mathcal{F}_j^n\right| C_j}{\sum_j \left(\mathcal{F}_j^{n-1} \;+\; \mathcal{F}_j^n\right) C_j} \cdot 100\%. \tag{3.95}$$

Dabei ist C_j auch wieder das Volumen der j-ten Zelle. Ist der Code konvergiert, so darf die relative Änderung nur noch im Bereich des statistischen Rauschens liegen (typischerweise 1-2%).

Kapitel 4

Gittergenerierung und Erweiterungen zur Beschreibung des Experimentes TEXTOR im EMC3-Code

Um die Monte-Carlo-Teilchen parallel und senkrecht zu dem Magnetfeld im EMC3-Code bewegen zu können wird vorab ein Magnetfeldgitter generiert, bei dem eine Komponente des Gitters parallel zu den Magnetfeldlinien verläuft. Dieses Gitter wird benötigt, um möglichst ohne großen Rechenaufwand Magnetfeldlinien zu rekonstruieren. Theoretisch könnte der EMC3-Code auch auf ein gitterfreies Verfahren erweitert werden, bei dem die Feldlinien direkt bei der Simulation aus einem gegebenen Magnetfeld bestimmt werden, und ein beliebiges Gitter nur zum Zählen der Monte-Carlo-Teilchen verwendet wird. Dies würde aber zu einem immensen Rechenaufwand führen, weswegen im EMC3-Code die wesentlich schnellere Variante der bilinearen Interpolation einer Feldlinie aus einem vorab berechneten Magnetfeldgitter verwendet wird. In Abschnitt 4.1 wird zunächst der Feldlinienverfolgungscode GOURDON vorgestellt, mit dem dieses vorab berechnete Magnetfeldgitter generiert wird. Im Folgenden wird dann genauer auf die Gittergenerierung und die Randbedingungen des EMC3-Codes eingegangen.

Vor den in dieser Dissertation beschriebenen Vorstudien konnten mit dem EMC3-EIRENE-Codepaket nur Simulationen für hypothetische Entladungen in der 12/4-Basismodenkonfiguration des Dynamisch Ergodischen Divertors durchgeführt werden [32, 54]. Um auch Modellierungen für die anderen Basismodenkonfigurationen des DED's durchführen zu können, musste die Parametrisierung des Magnetfeldes sowie die Repräsentation der Limiteroberfläche neu entwickelt und verallgemeinert werden. Dafür wurde ein spezielles Modul entwickelt, mit dem toroidal symmetrische Wände universell durch Polygonzüge definiert werden können. In den Vorstudien konnte bisher nur die vordere DED-Oberfläche, die über eine Kreisfläche mit Radius $r_{DED} = 47.7$ cm beschrieben werden kann, für die neutralen Wasserstoffatome als rezyklierende Fläche berücksichtigt werden. Wie sich in [32] jedoch gezeigt hat, führt dies zu einem numerischen "Pumpeffekt" der rezyklierten neutralen Wasserstoffatome, die künstlich von den Seitenflächen des DED's auf die Frontseite transferiert wurden (siehe Kapitel 4.3.1). Außerdem wurde bisher der ALT-II Limiter nicht berücksichtigt und eine idealisierte Spulenkonfiguration verwendet, die die Anschlüsse der DED-Spulen vernachlässigt hat. Die Erweiterungen für die weiteren Basismodenkonfigurationen (6/2 und 3/1) sowie eine optimierte Beschreibung der Magnetfeldspulen des DED's mit den Spulenanschlüssen wird in Abschnitt 4.2 dargestellt. Die Erweiterung mittels des neuen Moduls auf die neuen rezyklierenden Flächen des DED's und des ALT-II Limiters werden in Abschnitt 4.3 beschrieben.

4.1 Der GOURDON-Code

Zur Berechnung einer Feldlinie $\vec{r}_B(s)$, die über s parametrisiert ist, muss die gewöhliche Differenzialgleichung

$$\frac{\partial \vec{r}_B(s)}{\partial s} \;=\; \frac{\vec{B}}{|\vec{B}|} \tag{4.1}$$

gelöst werden. Dazu existieren zwei unterschiedliche Ansätze. Zum einen kann die gewöhnliche Differenzialgleichung (4.1) durch numerische Integration gelöst werden, zum anderen existieren auch Verfahren mit sogenannten symplektischen Abbildungen [62], die die Koordinaten einer Feldlinie von einer toroidalen Position φ_k auf die nächste φ_{k+1} abbilden. Die toroidale Richtung ist dabei in N Ebenen mit $\varphi_k = 2\pi k/N$ diskretisiert. Der Vorteil dieser symplektischen Abbildungen ist, daß sie zum einen flusserhaltend sind und zum anderen schneller als numerische Integrationsmethoden. Es bietet sich deshalb besonders für statistische Untersuchungen von Störfeldkonfigurationen an. Der Nachteil ist, daß zunächst erst einmal die Abbildungsvorschrift gefunden werden muss (in der Regel approximativ), und dadurch dieses Verfahren nicht so flexibel in der Veränderung der Störfeldbeschreibung und der Berücksichtigung konkreter baulicher Maßnahmen (z.B. Spulenanschlüsse) ist wie die numerische Integration. Im Folgenden wird dieses Verfahren kurz skizziert. Eine detaillierte Beschreibung ist in [63, 10, 9] zu finden.

Zur Bestimmung der symplektischen Abbildung werden die verallgemeinerten Clebsch Koordinaten $\psi,\ \vartheta,\ \varphi$ verwendet, die sich auf ein ungestörtes MHD-Gleichgewicht beziehen. Dabei ist ψ der toroidale magnetische Fluss, der auf einer Flussfläche konstant ist, ϑ der intrinsische poloidale Winkel und φ der toroidale Winkel. In diesem Koordinatensystem lässt sich das Magnetfeld divergenzfrei in der kanonischen Form

$$\vec{B}(\psi,\vartheta,\varphi) \;=\; \vec{\nabla}\psi \times \vec{\nabla}\vartheta \;+\; \vec{\nabla}\phi \times \vec{\nabla}H(\psi,\vartheta,\varphi) \tag{4.2}$$

angeben. Damit lässt sich die Gleichung (4.1) der Feldlinie $r_B(\psi,\vartheta,\varphi)$ in hamiltonscher Form angeben:

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial \varphi} \;=\; \frac{\partial H(\psi,\vartheta,\varphi)}{\partial \psi}, \qquad \frac{\partial \psi}{\partial \varphi} \;=\; -\frac{\partial H(\psi,\vartheta,\varphi)}{\partial \vartheta}. \tag{4.3}$$

Dabei ist $H(\psi,\vartheta,\varphi)$ die Hamiltonfunktion, die in diesem Fall den poloidalen magnetischen Fluss beschreibt. Für den Fall eines externen magnetischen Störfeldes lässt sich die Hamiltonfunktion als Summe einer Gleichgewichtslösung $H_0(\psi)$, die nur von der Flussflächenkoordinate ψ abhängt, und eines approximativen Störterms $H_1(\psi,\vartheta,\varphi)$ schreiben:

$$H(\psi,\vartheta,\varphi) \;=\; H_0(\psi) \;+\; \epsilon H_1(\psi,\vartheta,\varphi). \tag{4.4}$$

Hier gibt $\epsilon = B_c/B_\varphi$ das Verhältnis aus charakteristischer Störfeldstärke B_c (siehe Gl. (2.11)) zu toroidaler Feldstärke B_φ an. Der Störterm $H_1(\psi,\vartheta,\varphi)$ lässt sich in eine Fourierreihe

$$H_1(\psi,\vartheta,\varphi) \;=\; \sum_{m,n} h_{mn}(\psi)\cos(m\vartheta - n\varphi - \chi_{mn}) \tag{4.5}$$

mit den Fourierkoeffizienten

$$h_{mn}(\psi) \;=\; \mathrm{Re}\frac{1}{(2\pi R_0)^2}\int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi} R(\vec{r}_B(\psi,\vartheta,\varphi))A_\varphi(\vec{r}_B(\psi,\vartheta,\varphi))\exp(-im\vartheta + in\varphi)\mathrm{d}\vartheta\mathrm{d}\varphi \tag{4.6}$$

entwickeln, wobei für $R(\vec{r_B}) = R_0 + r\cos\theta$ gilt und $\chi_{mn} = \Omega t$ die Phase ist. Die toroidale Komponente A_φ des Vektorpotentials des Störfeldes ist über Gleichung (2.9) gegeben.

Die symplektische Abbildung $\hat{\mathrm{M}}$ bildet nun die intrinsischen Koordinaten ϑ_k, ψ_k von einer poloidalen Ebene $\varphi_k = 2\pi k/N$ in die nächste Ebene bei φ_{k+1} ab.

$$(\vartheta_{k+1}, \psi_{k+1}) \;=\; \hat{\mathrm{M}}(\vartheta_k, \psi_k) \tag{4.7}$$

Für das Hamiltonsystem (4.3)-(4.5) kann nun eine symmetrische, flusserhaltende Form für die symplektische Abbildung $\hat{\mathrm{M}}$ mit

$$\Psi_k = \psi_k \; - \; \epsilon\frac{\partial S_k}{\partial \vartheta_k}, \qquad \Theta_k = \vartheta_k \; + \; \epsilon\frac{\partial S_k}{\partial \Psi_k}, \tag{4.8}$$

$$\Psi_{k+1} = \Psi_k, \qquad \Theta_{k+1} = \Theta_k \; + \; \frac{\phi_{k+1}-\phi_k}{q(\Psi_k)}, \tag{4.9}$$

$$\psi_{k+1} = \psi_{k+1} \; + \; \epsilon\frac{\partial S_{k+1}}{\partial \vartheta_{k+1}}, \qquad \vartheta_{k+1} = \Theta_{k+1} \; - \; \epsilon\frac{\partial S_{k+1}}{\partial \Psi_{k+1}} \tag{4.10}$$

angegeben werden. Dabei ist $S_k = S(\vartheta, \Psi, \varphi)|_{\varphi=\varphi_k}$ die generierende Funktion der Abbildung und in erster Ordnung von ϵ über

$$S(\vartheta, \Psi, \varphi) \; = \; -(\varphi-\varphi_0)\sum_m h_{mn}(\Psi)\,[a(x_{mn}\sin(\phi_{mn}) \; + \; b(x_{mn}\cos(\phi_{mn})] \; + \; \mathcal{O}(\mu) \tag{4.11}$$

gegeben. Wobei $\phi_{mn} = m\vartheta - n\varphi - \chi_{mn}$, $x_{mn} = (m/q(\Psi)-n)(\varphi-\varphi_0)$, $a(x) = (1-\cos(x))/x$, $b(x) = \sin(x)/x$ gilt und der freie Parameter φ_0 aus dem Interval $\varphi_k \leq \varphi_0 \leq \varphi_{k+1}$ ist. Der Entwicklungsparameter $\mu = \epsilon(\varphi-\varphi_0)^\delta \ll 1$ mit $\delta \geq 1$ und $\mathcal{O}(\mu)$ geben dabei die Korrekturen der Ordnung μ und die höheren Ordnungen an.

Da für die Generation des Magnetfeldgitters des EMC3-Codes die numerische Integration der Feldlinien nicht zeitkritisch ist, und so flexibler das Störfeld sowie die Beschreibung der Wände verändert werden kann, wird hier die numerische Integrationsmethode der Feldliniengleichung (4.1) verwendet.

Für die Generation des Magnetfeldgitters des EMC3-Codes wird eine modifizierte Version des GOURDON-Codes verwendet. Der GOURDON-Code [64, 65] ist ein Fieldlinetracing-Code, mit dem auf flexible Art und Weise toroidale Magnetfeldkonfigurationen generiert werden können. Der GOURDON-Code löst dann in dieser toroidalen Magnetfeldkonfiguration die gewöhnliche Differenzialgleichung einer Feldlinie (4.1) über ein numerisches Integrationsverfahren. Das Magnetfeld für ein spezielles TEXTOR-Szenario wird dabei aus drei einzelnen Komponenten überlagert: Dem toroidalen Magnetfeld $\vec{B}_{tor}(\vec{r})$, dem poloidalen Magnetfeld $\vec{B}_{pol}(\vec{r})$ und dem externen Störfeld $\vec{B}_{pert}(\vec{r})$. Die Magnetfelder werden dazu in Zylinderkoordinaten R, Z, φ dargestellt, wobei φ die toroidale Richtung beschreibt, R der große Plasmaradius ist und Z die Höhe angibt. Für das toroidale Magnetfeld wird dazu ein mit $\sim \frac{1}{R}$ nach außen abfallendes Magnetfeld angenommen.

$$\vec{B}_{tor}(\vec{r}) \; = \; \frac{B_{175}}{R_{175}}\frac{1}{R}\vec{e}_\varphi \tag{4.12}$$

Dabei ist B_{175} die Stärke des toroidalen Magnetfeldes im Zentrum ($R_{175} = R_0 = 175$ cm, $Z = 0$ cm) des Vakuumgefäßes und e_φ der toroidale Einheitsvektor. Eine genauere Betrachtung des toroidalen Magnetfeldes, die die endliche Anzahl (16) der toroidalen Feldspulen von TEXTOR und den damit verbundenen Feldrippel berücksichtigt, ist in Kapitel 4.2.4 dargestellt. Das poloidale Magnetfeld $\vec{B}_{pol}(\vec{r})$ wird aus dem poloidalen magnetischen Fluss $\Psi_{pol}(R,Z)$ mit

$$\vec{B}_{pol}(\vec{r}) \; = \; -\frac{1}{2\pi R}\frac{\partial \Psi_{pol}(R,Z)}{\partial z}\vec{e}_R \; + \; \frac{1}{2\pi R}\frac{\partial \Psi_{pol}(R,Z)}{\partial R}\vec{e}_Z \tag{4.13}$$

bestimmt. Dazu benötigt der GOURDON-Code die Resultate einer ungestörten (ohne externes Störfeld des DED's) MHD-Gleichgewichtsrechnung, die den poloidalen magnetischen Fluss $\Psi_{pol}(R,z)$ liefert. Diese MHD-Gleichgewichtsrechnung wird unabhängig vom GOURDON-Code mit dem zweidimensionalen Gleichgewichtscode DIVA [66] für TEXTOR durchgeführt. Dafür benötigt DIVA die Stärke des toroidalen Magnetfeldes an einem Punkt (z.B. B_{175}), den totalen

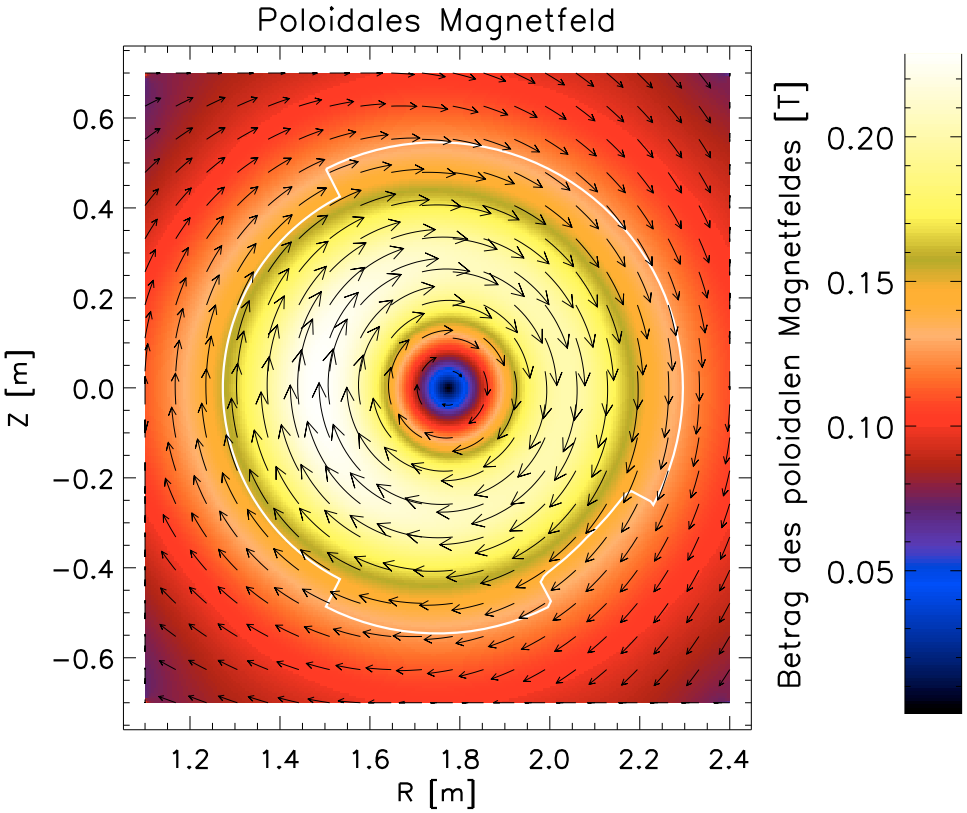


Abbildung 4.1: Poloidales Magnetfeld für die Entladung #95896. In weiß ist die Wandoberfläche bestehend aus DED Limiter, ALT-II Limiter und Liner dargestellt.

Plasmastrom I_p, den geometrischen Mittelpunkt R_0 des Plasmas, das Druckprofil $p(\Psi)$[1] des Plasmas und das poloidale beta β_{pol} als Eingabeparameter.

Der GOURDON-Code benötigt dann nur noch die Ausgabedatei von DIVA ($\Psi_{pol}(R,Z)$) und kann aus dieser für das jeweilige Gleichgewicht das poloidale Magnetfeld $\vec{B}_{pol}(\vec{r})$ über Gleichung (4.13) bestimmen. Das resultierende poloidale Magnetfeld von TEXTOR ist beispielhaft für die Entladung #95896 in Abbildung 4.1 dargestellt. Dabei ist in weiß noch die Gefäßwand, bestehend aus der DED-Oberfläche, der Oberfläche des ALT-II Limiters und der heizbaren Gefäßwand (Liner), eingezeichnet. Die Vektorpfeile geben die Richtung des poloidalen Magnetfeldes an, und die Farbcodierung sowie die Länge der Vektorpfeile die Stärke des poloidalen Magnetfeldes. Die Überlagerung dieser beiden Magnetfelder $\vec{B}_{tor}(\vec{r})$ und $\vec{B}_{pol}(\vec{r})$ liefert dann die einschließende Gleichgewichts-Magnetfeldstruktur von TEXTOR (ohne Störfeld).

Diesem einschließenden Magnetfeld wird dann das Störfeld des DED's überlagert. Das Störfeld $\vec{B}_{perp}(\vec{r})$ wird dazu im GOURDON-Code über das Biot-Savart-Gesetz (siehe Kapitel 4.2.1) aus einem stromdurchflossenen Polygonzug, welcher die DED-Spulen beschreibt, berechnet. Die einfache Superposition aus einschließendem Magnetfeld ($\vec{B}_{pol}(\vec{r}) + \vec{B}_{tor}(\vec{r})$) und externem Störfeld ($\vec{B}_{pert}(\vec{r})$) entspricht dabei der Vakuumapproximation für das Störfeld. Das bedeutet, daß keine Rückwirkungen des externen Störfeldes auf das MHD-Gleichgewicht betrachtet, und auch keine abschirmenden Effekte des Plasmas auf das Störfeld berücksichtigt werden. Dies ist eine gravierende Vereinfachung, in deren Rahmen die folgenden Resultate betrachtet werden. Zur Zeit

[1] Da $p(\Psi)$ im Allgemeinen nicht bekannt ist, wird dieses über Formparameter [66] solange variiert, bis das Ergebnis $p(R)$ von DIVA mit dem gemessenen Druckprofil übereinstimmt. Leider entstehen dadurch noch Unsicherheiten in der Bestimmung des MHD-Gleichgewichtes.

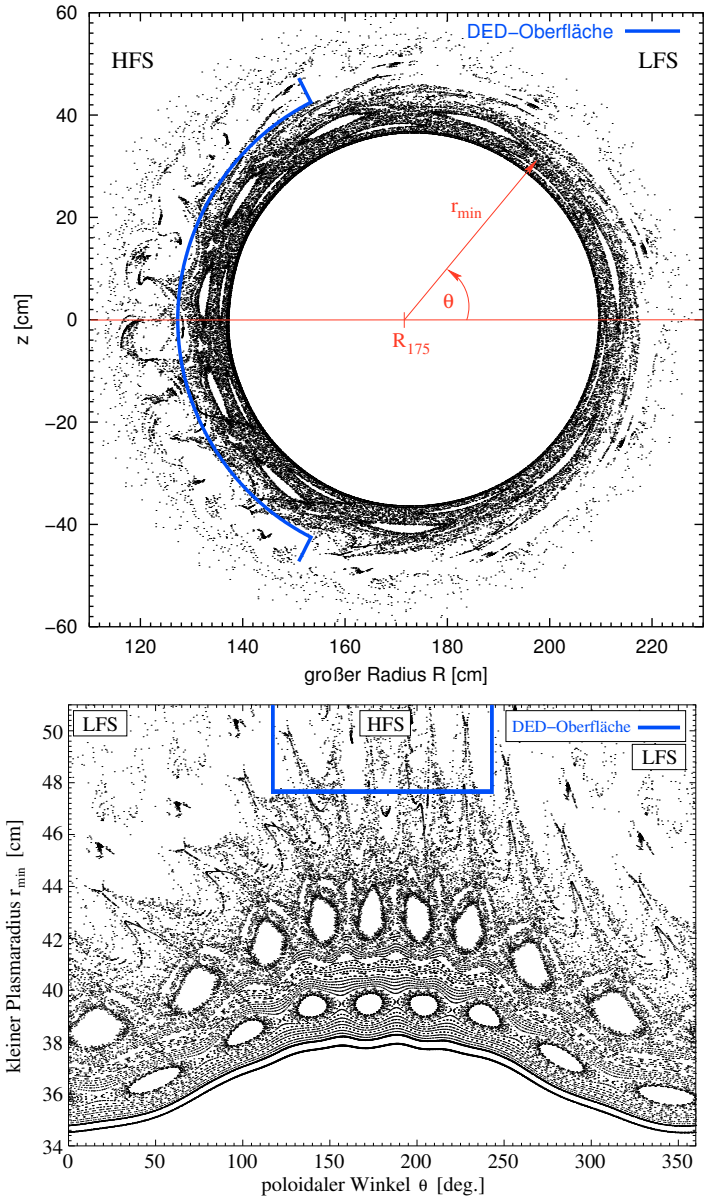


Abbildung 4.2: Veranschaulichung des polaren Koordinatensystems (r_{min}, θ, φ) in der RZ-Ebene der Zylinderkoordinaten (R, Z,φ) anhand eines Poincaré-Plots bei $\varphi = 0°$ in der Plasmarandschicht. Im oberen Bild ist der Poincaré-Plot in der natürlichen Darstellung in einer RZ-Ebene zu sehen. Im unteren Bild ist derselbe Poincaré-Plot in der für die Plasmarandschicht optimierten Darstellung zu sehen, bei der der kleine Plasmaradius r_{min} über dem poloidalen Winkel φ aufgetragen wird.

wird im Rahmen einer Doktorarbeit am IEF-4 des Forschungszentrums Jülich jedoch an der Anpassung eines 3D-Gleichgewichtscodes gearbeitet, der diese Rückwirkung des Störfeldes auf das Gleichgewicht berücksichtigt.

4.1.1 Darstellung der Plasmarandschicht

Für die Visualisierung der Simulationsergebnisse der Plasmarandschicht wird in dieser Arbeit ein polares Koordinatensystem, bestehend aus dem kleinen Plasmaradius r_{min}, dem poloidalen Winkel θ und dem toroidalen Winkel φ, verwendet . Der Aufbau dieses polaren Koordinatensystems soll anhand eines Poincaré-Plots veranschaulicht werden. Bei einem Poincaré-Plot werden viele Feldlinien in dem zu untersuchenden Bereich ausgewählt und diese viele (einige hundert bis einige tausend) toroidale Umläufe verfolgt. Die Durchstoßpunkte dieser Feldlinien mit einer Ebene, in der der toroidale Winkel φ konstant ist, werden dann in einem Diagramm eingetragen. Ein solcher Poincaré-Plot ist in Abbildung 4.2 bei dem toroidalen Winkel $\varphi = 0$ dargestellt. Dabei wurde ein externes Störfeld in der 12/4-Basismodenkonfiguration des DED's mit maximaler Störfeldamplitude ($I_{DED} = 15$ kA) verwendet.

Im oberen Bild von Abbildung 4.2 wurde der Poincaré-Plot in der natürlichen geometrischen Form dargestellt, bei der die Durchstoßpunkte in einer RZ-Ebene bei $\varphi = 0°$ abgebildet werden. Auf der linken Seite, der Hochfeldseite, ist in blau noch die DED-Oberfläche eingezeichnet. Die Bezeichnung Hochfeldseite (HFS) und Niederfeldseite (LFS) bezieht sich dabei auf die Stärke des mit $\sim \frac{1}{R}$ nach außen abfallenden toroidalen Magnetfeldes. Bei dieser Darstellungsform kann man zwar gut die geometrische Lage der Magnetfeldstrukturen erkennen, es gehen jedoch die Einzelheiten der Strukturen in der Plasmarandschicht unter, da der Bereich des Kernplasmas einen großen Teil der zur Verfügung stehenden Fläche einnimmt. Für die Darstellung der Plasmarandschicht ist deshalb ein polares Koordinatensystem sinnvoller. Der Aufbau dieses Koordinatensystems ist im oberen Bild von Abbildung 4.2 in rot gekennzeichnet. Dabei ist eine Koordinate der kleine Plasmaradius r_{min}, der den Abstand zum Zentrum des Vakuumgefäßes angibt. Die andere Koordinate ist der poloidale Winkel θ, der gegen den Uhrzeigersinn von der Niederfeldseite der R-Achse gemessen wird.

Im unteren Bild von Abbildung 4.2 ist der gleiche Poincaré-Plot noch einmal in diesem polaren Koordinatensystem dargestellt. Hier kann man die Strukturen der Magnetfeldtopologie der Plasmarandschicht wesentlich besser erkennen. Die DED-Oberfläche sowie auch die Hochfeldseite ist in dieser Darstellungsform im oberen Bereich mittig lokalisiert und die Niederfeldseite dementsprechend am linken und rechten Rand. Man kann erkennen, daß im inneren Bereich der Plasmarandschicht noch geschlossene magnetische Flussflächen existieren und an der $q = 2$ Fläche die 8/4-Inselkette entsteht. Geht man weiter nach außen, so erkennt man die schon teilweise ergodisierte (remanente) 9/4-Inselkette, noch weiter außen überlappen die Inselketten vollständig, und es bildet sich ein ergodisches Verhalten der Feldlinien aus.

4.1.2 Magnetfeldgitter

Da der parallele Transport (vor allem der Energie der Elektronen) viel schneller ist als der senkrechte Transport, muss der parallele Transport in einer Modellierung komplett vom senkrechten Transport separiert werden. Andernfalls könnten durch numerische Ungenauigkeiten Teile des parallelen Transportes in die senkrechte Richtung wirken, was zu einer numerischen senkrechten Diffusion führen würde, welche größer sein könnte als die physikalische senkrechte Diffusion. Um dieses Problem zu umgehen, muss ein 3D-Gitter generiert werden, bei dem eine Richtung des Gitters entlang der Magnetfeldlinien verläuft.

Zur Bildung des 3D-Gitters werden im EMC3-Code viele einzelne Feldlinien vorab berechnet und diskretisiert. Vier dieser diskretisierten Feldlinien bilden dann eine Flussröhre. Die Feldlinien, die innerhalb dieser Flussröhre liegen, werden bilinear aus den vier diskretisierten Feldlinien, die die Kanten der Flussröhre bilden, interpoliert. Dadurch können die Monte-Carlo-Teilchen entlang des Magnetfeldes bewegt werden und die oben erwähnte numerische Diffusion in festen Grenzen gehalten werden. Da das Gitter vor allem auch durch das externe Störfeld des DED's stark verformt wird, wenn es entlang des Magnetfeldes verläuft, müssen unterschiedliche Zonen

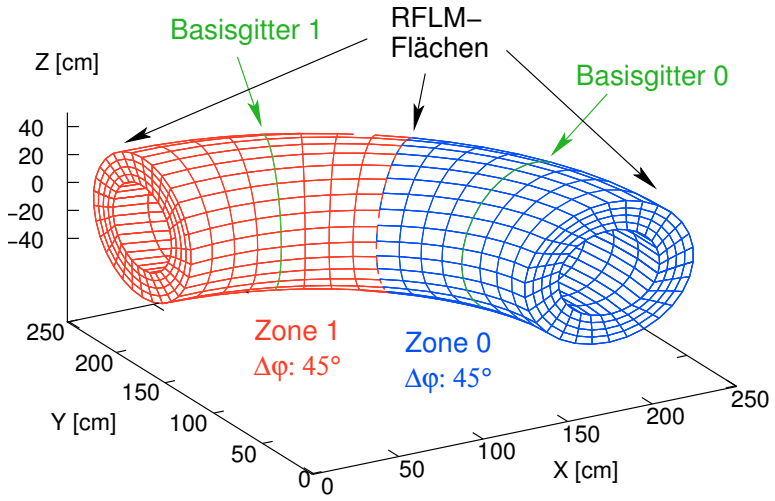


Abbildung 4.3: Schematische Darstellung der Aufteilung der Simulationsdomäne im EMC3-Code in unterschiedliche Zonen. Hier beispielhaft für die 12/4-Basismodenkonfiguration des DED's, bei der das Simulationsvolumen ein Viertel des Torus beträgt. An den Zonengrenzen sind die RFLM-Flächen lokalisiert, an denen die Monte-Carlo-Teilchen von einer Zone in die nächste transferiert werden.

eingeführt werden, in denen die Gitter völlig unabhängig von einander sind. In Abbildung 4.3 ist diese Aufteilung in unterschiedliche Zonen schematisch für die 12/4-Basismodenkonfiguration des DED's dargestellt. Da in dieser Konfiguration das Magnetfeld eine vierfache Symmetrie in toroidaler Richtung aufweist, muss auch nur ein Viertel des Torus simuliert werden. Um die Monte-Carlo-Teilchen an den Zonengrenzen in die nächste Zone zu transferieren, wurde eine "**R**eversible **F**ield **L**ine **M**apping" (RFLM) Technik in den EMC3-Code implementiert [46]. Dabei wird die reale Position des Monte-Carlo-Teilchens nicht verändert, und nur die intrinsischen Koordinaten von einer Zone in die nächste über eine bilineare "**I**nterpolated **C**ell **M**apping" (ICM) Technik abgebildet. Da die Feldlinien in einer Flussröhre durch eine bilineare Interpolation in den intrinsischen Koordinaten entstehen, ist diese Abbildungsvorschrift unter der Voraussetzung der Konvexität der Flussröhre exakt umkehrbar, was die Reversibilität dieser Methode bewirkt.

Aufgrund der bilinearen Interpolation innerhalb einer Flussröhre entsteht dort aber eine Abweichung der interpolierten Feldlinie zu der realen Feldlinie. Diese Abweichung ist proportional zu Δ^2, wobei Δ die Gitterauflösung ist, und damit, wenn man eine ausreichende Gitterauflösung wählt, sehr klein. Tests an W7-AS, W7-X, TEXTOR-DED, LHD und NCSX Konfigurationen haben gezeigt, daß diese mittlere Abweichung innerhalb einer Flussröhre bei einer Gitterauflösung von 1 cm unter 0.1 mm liegt [46].

Um nun das 3D-Magnetfeldgitter innerhalb einer Zone m zu generieren, wird zunächst ein 2D-Basisgitter mit dem radialen Gitterindex $i = 1..N^m_{rad} - 1$ und dem poloidalen Gitterindex $j = 0..N^m_{pol}$ in der Mitte der Zone m bei φ^m gebildet. Die toroidale Ausdehnung der Zone m wird mit $\Delta\varphi^m$ bezeichnet und über den toroidalen Gitterindex $k = 0..N_{tor}$ diskretisiert. Die Gitterpunkte dieses 2D-Basisgitters bilden die Startpunkte der Magnetfeldlinien und werden nun um $\Delta\varphi^m/2$ parallel und antiparallel zum Magnetfeld durch einen Fieldlinetracing-Code (GOURDON-Code) bis zur oberen und unteren Zonengrenze verfolgt. Dabei werden in jeder Richtung bis zur Zonengrenze (bei $\varphi^m \pm \Delta\varphi^m/2$) an $N_{tor}/2$ äquidistanten toroidalen Positionen weitere 2D-Gitter generiert (siehe Abbildung 4.4). Aus diesen $N_{tor} + 1$ 2D-Gittern, die jeweils in einer R, Z-Ebene liegen (φ^m_k=const.), wird dann das 3D-Magnetfeldgitter für die Feldlinien-

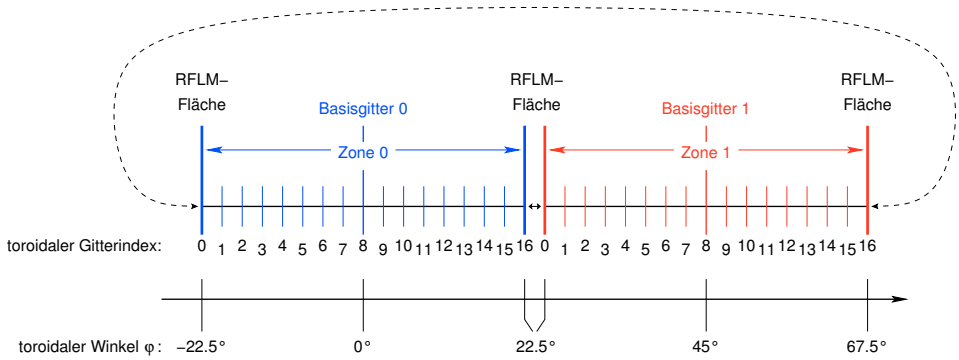


Abbildung 4.4: Schematischer Aufbau des Magnetfeldgitters in toroidaler Richtung. Das Gitter besteht für die 12/4-Basismodenkonfiguration aus zwei Zonen mit 17 poloidalen Schnitten. Die Basisgitterpunkte (Gitterindex 8) werden parallel und entgegengesetzt zum Magnetfeld in toroidaler Richtung bis an die Zonengrenzen verfolgt, wobei sie in beide Richtungen acht 2D-Gitter in äquidistanten poloidalen Ebenen bilden. An den Zonengrenzen werden die Feldlinien durch die RFLM-Methode von einer Zone in die nächste abgebildet.

interpolation im EMC3-Code gebildet. Die einzelnen Gitterpunkte der diskretisierten Feldlinien in Zone m können dann durch $\vec{x}^m_{i,j,k} = (R^m_{i,j,k},\ Z^m_{i,j,k})$ und φ^m_k angegeben werden. Führt man noch die intrinsischen Koordinaten $\rho,\ \xi$ und ι ein, wobei $\rho \in [0,1]$ die radiale und $\xi \in [0,1]$ die poloidale Position innerhalb einer diskretisierten Flussröhre angeben und $\iota \in [0:1]$ die toroidale Position zwischen zwei R,Z-Ebenen k und $k+1$ ist, so kann man die Gitterpunkte in dieser durch ι und k gegebenen R,Z-Ebene wie folgt bestimmen:

$$\varphi = = \varphi^m_k + (\varphi^m_{k+1} - \varphi^m_k)\iota \tag{4.14}$$

$$\vec{x}^m_{i,j}(\varphi) = \vec{x}^m_{i,j,k} + (\vec{x}^m_{i,j,k+1} - \vec{x}^m_{i,j,k})\iota. \tag{4.15}$$

Mit dieser linearen, toroidalen Interpolation der Gitterpunkte in die R,Z-Ebene sind dann alle Punkte der bilinear interpolierten Feldlinie durch

$$\begin{aligned}\vec{x}(\rho,\ \xi,\varphi) = \vec{x}^m_{i,j}(\varphi) &+ (\vec{x}^m_{i+1,j}(\varphi) - \vec{x}^m_{i,j}(\varphi))\rho + (\vec{x}^m_{i,j+1}(\varphi) - \vec{x}^m_{i,j}(\varphi))\xi \\ &+ (\vec{x}^m_{i+1,j+1}(\varphi) - \vec{x}^m_{i,j+1}(\varphi) - \vec{x}^m_{i+1,j}(\varphi) + \vec{x}^m_{i,j}(\varphi))\rho\xi\end{aligned} \tag{4.16}$$

gegeben [67]. Unter der Voraussetzung, daß das durch die Punkte $\vec{x}^m_{i,j}(\varphi)$, $\vec{x}^m_{i+1,j}(\varphi)$, $\vec{x}^m_{i,j+1}(\varphi)$ und $\vec{x}^m_{i+1,j+1}(\varphi)$ aufgespannte Viereck konvex ist, ist die Abbildung 4.16 eindeutig und damit umkehrbar.

Für TEXTOR hat sich eine Ausdehnung der Zone von $\Delta\varphi^m = 45°$ bewährt, da bei diesem Wert die Deformation des Gitters noch nicht zu groß wird. Zur Verdeutlichung sind in Abbildung 4.5 das Basisgitter und in Abbildung 4.6 das resultierende Gitter an der oberen Zonengrenze für die größte Störfeldamplitude ($I_{DED} = 15$ kA) dargestellt. Man kann deutlich die Deformation des Basisgitters erkennen, die jetzt die Magnetfeldinformation für die jeweilige Konfiguration trägt. Für die nächste Zone $m+1$ wird analog verfahren. Dabei kann das Basisgitter in dieser neuen Zone (bei $\varphi^{m+1} = \varphi^m + (\Delta\varphi^m + \Delta\varphi^{m+1})/2$) völlig unabhängig von dem Basisgitter in der letzten Zone gebildet werden. Dies wird solange fortgeführt, bis eine volle Feldperiode der Magnetfeldkonfiguration in toroidaler Richtung abgedeckt wurde. Die so entstandenen Zonen sind völlig unabhängig voneinander, und die Form, Länge und Anzahl der Flussröhren kann in den einzelnen Zonen variieren.

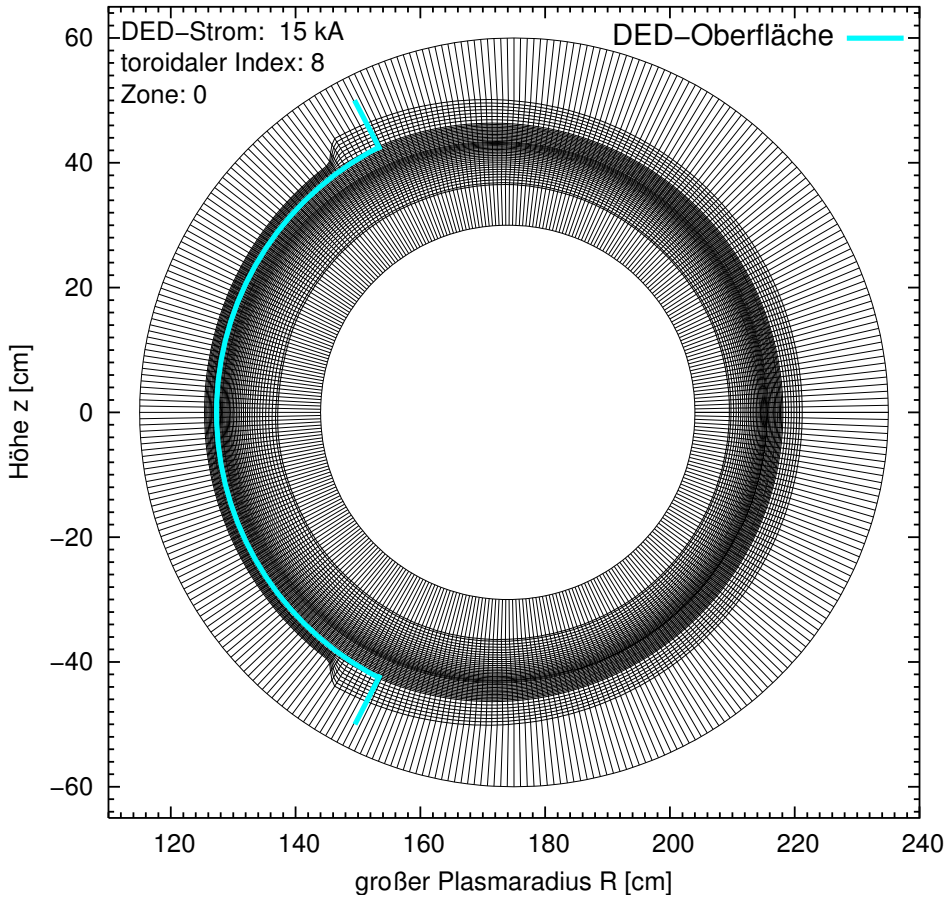


Abbildung 4.5: Darstellung des Basisgitters für das Magnetfeldgitter in Zone 0 bei dem toroidalen Index 8 ($\varphi = 0°$).

4.1.3 Basisgitter und Randbedingungen für die Modellierung

Die 2D-Basisgitter, aus denen dann wie oben beschrieben das 3D-Magnetfeldgitter gebildet wird, müssen einige Eigenschaften erfüllen. Die wichtigste ist, daß die innere Begrenzung der EMC3-Simulationsdomäne, bestehend aus den Gitterpunkten $\vec{x}^m_{i=1,j,k}$ und $\vec{x}^m_{i=2,j,k}$, durch zwei dicht beieinander liegenden (≈ 3 mm) Flussflächen gebildet wird, um dort "sauber" Randbedingungen für die Plasmagleichungen implementieren zu können. Das bedeutet, daß die innere Grenze des Simulationsgebietes nicht in der ergodisierten Zone oder in einer Inselkette liegen darf. Die magnetischen Flussflächen sind wichtig, da auf ihnen die Randbedingungen für den Teilchen-, Impuls- und Energiefluss, der aus dem Kernplasma in das Simulationsgebiet fließt, gesetzt werden. Als äußere Begrenzung des Simulationsbereichs des EMC3-Codes, bestehend aus den Gitterpunkten $\vec{x}^m_{i=N_{rad}-1,j,k}$, wird eine Flussfläche des ungestörten (ohne externes DED-Störfeld) Falls verwendet. Diese ungestörte Flussfläche muss hinter der DED-Oberfläche so verbogen werden, daß sie nicht die DED-Spulen mit einschließt (siehe Abb. 4.7), da sonst beim Verfolgen der Basisgitterpunkte entlang der Magnetfeldlinien das Basisgitter zerstört werden kann.

Das Basisgitter wird nun gebildet, indem man zwischen den beiden inneren gestörten Flussflächen und der äußeren ungestörten Flussfläche eine weitere radiale Unterteilung einfügt ($\approx 30 - 45$ Zellen), die vor der DED-Oberfläche dichter werden, um dort eine bessere Auflösung zu erhalten. Außerdem kann so die Genauigkeit der Repräsentation der Wandoberfläche im EMC3-Code verbessert werden. Schließlich führt man noch eine poloidale Unterteilung (typischerweise

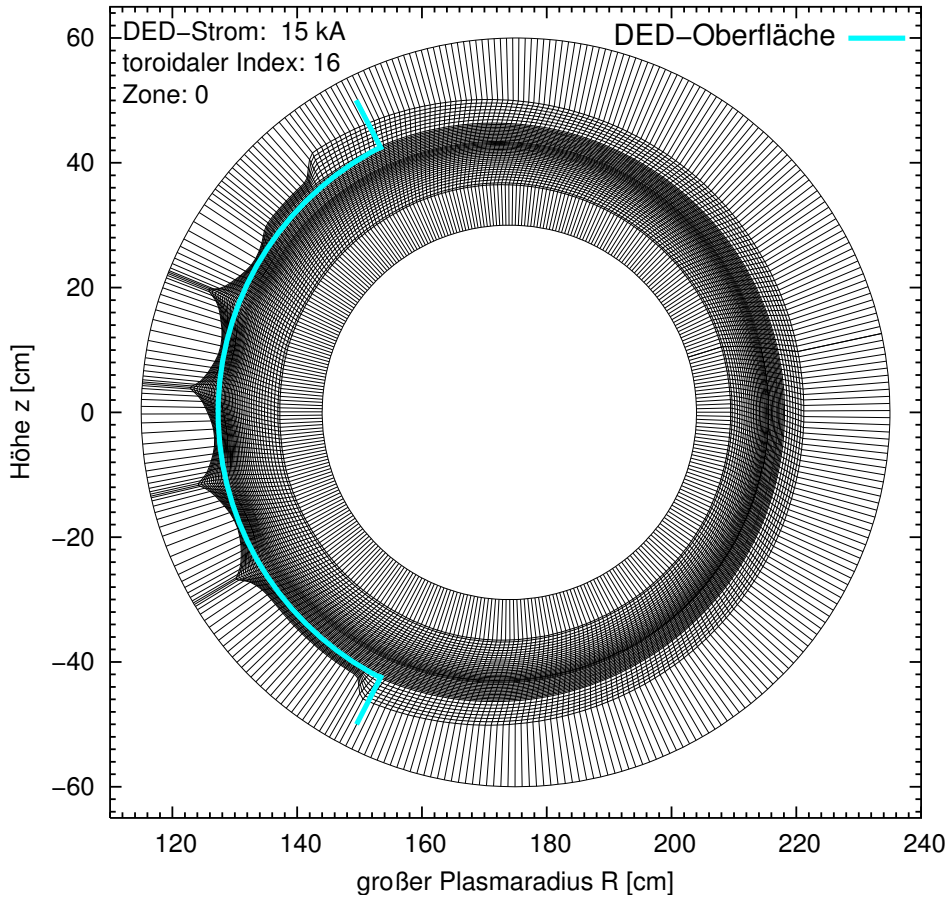


Abbildung 4.6: Darstellung des Magnetfeldgitters an der Zonengrenze (RFLM-Fläche) bei dem toroidalen Index 16 ($\varphi = 22.5°$). Deutlich sind die Verformungen durch das Magnetfeld gegenüber dem Basisgitter in Abbildung 4.5 zu erkennen.

um die 300 Zellen) durch, wodurch man schließlich das Basisgitter erhält. Von diesem Basisgitter werden dann mit dem GOURDON-Code die Gitterpunkte entlang der Feldlinien verschoben, und die einzelnen 2D-Gitter in den poloidalen Ebenen gebildet.

Bei der Verschiebung des Gitters entlang der Feldlinien muss darauf geachtet werden, daß mindestens eine Gitterzelle immer hinter der DED-Oberfläche mit $r = 47.7$ cm bleibt. Durch das Störfeld kann nämlich die äußere Begrenzung der EMC3-Simulationsdomäne an einer oder mehreren Stellen von hinten durch die DED-Oberfläche so 'verbogen' werden, daß diese die DED-Oberfläche schneidet. Dadurch läge die Wand außerhalb des Simulationsgebietes des EMC3-Codes, weswegen es unbedingt gilt, dies auszuschließen. Nachdem die einzelnen 2D-Gitter in den R, Z-Ebenen einer Zone gebildet wurden, werden den Gittern jeweils noch eine weiter innen, bestehend aus den Gitterpunkten $\vec{x}^m_{i=0,j,k}$, und eine weiter außen, bestehend aus den Gitterpunkten $\vec{x}^m_{i=N_{rad},j,k}$, liegende radiale Fläche für den Neutralteilchencode EIRENE hinzugefügt. Der EIRENE-Code besitzt also eine ausgedehntere Simulationsdomäne als der EMC3-Code (siehe Abbildung 4.7). Aus den so erhaltenen 2D-Gittern einer Zone wird dann das 3D-Magnetfeldgitter für den EMC3-Code gebildet.

Die Erweiterung des Simulationsbereichs für EIRENE ist wichtig, um die Randbedingungen für den EMC3-Code gut setzen zu können. Die äußere Begrenzung des Simulationsbereichs für EIRENE ($\vec{x}^m_{i=N_{rad},j,k}$, φ^m_k) wird an der Position des Vakuumgefäßes von TEXTOR angesetzt. Auf

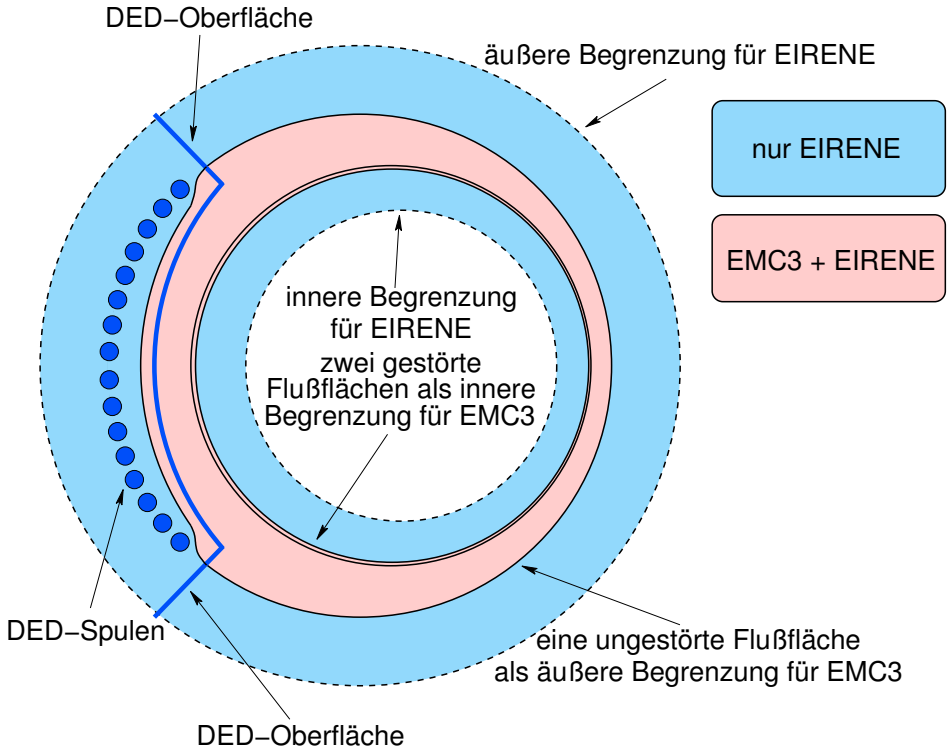


Abbildung 4.7: Aufbau des Basisgitters. Die Simulationsdomäne des EMC3-EIRENE-Codes ist um einen Bereich weiter innen und weiter außen erweitert, der nur für den EIRENE-Code gültig ist.

ihr gelten reflektierende Randbedingungen für die Neutralteilchen des EIRENE-Codes. Wichtiger ist jedoch die Erweiterung der Simulationsdomäne nach innen. Auch auf ihr ($\vec{x}^m_{i=0,j,k}$, φ^m_k) werden reflektierende Randbedingungen für den EIRENE-Code gesetzt.

Diese Erweiterung nach innen ist nötig, da durch die innere Begrenzung der Simulationsdomäne des EMC3-Codes (die zwei gestörten Flussflächen $\vec{x}^m_{i=1,j,k}$, φ^m_k und $\vec{x}^m_{i=2,j,k}$, φ^m_k) noch Neutralteilchen in Richtung des Kernplasmas dringen ($\Gamma_{\perp neut,out}$). Da wir an einer stationären Lösung interessiert sind, wird nun angenommen, daß alle Neutralteilchen, die das Simulationsgebiet des EMC3-Codes in Richtung Kernplasma verlassen ($\Gamma_{\perp neut,out}$), dort auch ionisiert werden. Diese im Kernplasma ionisierten Neutralteilchen fließen im stationären Gleichgewicht als geladene Plasmateilchen in die Simulationsdomäne des EMC3-Code zurück. Es wird also als Randbedingung für den Teilchentransport auf der inneren Begrenzung der Simulationsdomäne des EMC3-Codes ein Fluss gesetzt, der dem Fluss der Neutralteilchen in das Kernplasma entspricht ($\Gamma_{\perp plas,in} = -\Gamma_{\perp neut,out}$).

Die Randbedingung für die parallele Impulsbilanz ist hingegen einfacher. Hier wird angenommen, daß kein paralleler Impuls durch die innere Begrenzung der EMC3-Simulationsdomäne vom Kernplasma in diese hineinfließt und somit der senkrechte Fluss des parallelen Impulses auf der inneren Begrenzung der Simulationsdomäne des EMC3-Codes Null ist.

Jetzt bleiben noch die Randbedingungen auf der inneren Begrenzung des EMC3-Simulationsgebietes für die Energiebilanzen der Elektronen und Ionen. Hier wird angenommen, daß die gesamte Heizleistung $P_{heating}$, die in das Plasma eingebracht wird, durch die innere Begrenzung in das Simulationsgebiet fließt. Dabei wird die Heizleistung zu gleichen Teilen auf die Elektronen und Ionen verteilt ($Q_{e,in} = Q_{i,in} = 0.5 P_{heating}$). Für die Verunreinigungen wird angenommen,

daß alle Ladungszustände der Verunreinigungen, die die Simulationsdomäne zum Kernplasma verlassen, einzeln wieder in die Plasmarandschicht reflektiert werden. Somit ist der Fluss der einzelnen Ladungszustände a der Verunreinigungen auf der inneren Begrenzung der Simulationsdomäne des EMC3-Codes Null ($\Gamma_{\perp imp,a} = 0$).

Auf der äußeren Begrenzung des Simulationsgebietes des EMC3-Codes ($\vec{x}^m_{i=N_{rad-1},j,k},\ \varphi^m_k$) werden die Randbedingungen des EMC3-Codes für die Plasmadichte, den parallelen Impuls, die Energie der Elektronen und Ionen sowie der Dichte der Verunreinigungen durch Abfalllängen ($\lambda_n,\ \lambda_M,\ \lambda_{Te},\ \lambda_{Ti},\ \lambda_{n_\alpha}$) der jeweiligen Größen gesetzt. Diese sind Eingabeparameter für den EMC3-Code. Über die Abfalllängen kann wieder ein Fluss berechnet werden, was exemplarisch hier für den Teilchenfluss gezeigt wird. Der Teilchenfluss $\Gamma_{\perp,out}$ auf dem äußeren Rand der Simulationsdomäne bei r_{out} ensteht nur durch senkrechten Teilchentransport und als Randbedingung ist ein exponentieller Abfall mit der Abfalllänge λ_n angenommen. Für den Fluß $\Gamma_{\perp,out}(r_{out})$ lässt sich näherungsweise für ein kleines δr formulieren:

$$\Gamma_{\perp,out}(r_{out}) \;=\; -\,D_\perp\,\nabla_\perp n(r_{out}) \;\approx\; -\,D_\perp \frac{n(r_{out}+\delta r)-n(r_{out})}{\delta r}. \tag{4.17}$$

Mit der Formel für den exponentiellen Abfall

$$n(r_{out}+\delta r) \;=\; n(r_{out})e^{-\frac{\delta r}{\lambda_n}} \tag{4.18}$$

ergibt sich für den Fluss:

$$\Gamma_{\perp,out}(r_{out}) \;\approx\; -\,D_\perp\, n(r_{out})\,\frac{e^{-\frac{\delta r}{\lambda_n}} \;-\; 1}{\delta r}. \tag{4.19}$$

Durch eine Reihenentwicklung der Exponentialfunktion und Abbruch nach dem linearen Term ergibt sich:

$$\Gamma_{\perp,out}(r_{out}) \;\approx\; -\,D_\perp\, n(r_{out})\,\frac{1-\frac{\delta r}{\lambda_n}+\cdots \;-\; 1}{\delta r} \;\approx\; D_\perp\,\frac{n(r_{out})}{\lambda_n}. \tag{4.20}$$

Dies gilt analog auch für den Impuls- und den Energiefluss.

Für die Randbedingungen auf den Wänden wird das Bohm-Kriterium verwendet. Dieses besagt, daß die parallele Geschwindigkeit an den Wänden die Machzahl ± 1 und somit die Ionenschallgeschwindigkeit

$$c_s \;=\; \sqrt{\frac{k_B(T_e+T_i)}{m_i}} \tag{4.21}$$

erreicht, wobei k_B die Boltzmannkonstante ist. Die Randbedingung des Wärmeflusses der Elektronen und Ionen auf der Wand wird über die Wärmeübertragungskoeffizienten γ_e, γ_i der elektrostatischen Schicht vor der Wand gesetzt. Diese setzten den Wärmefluss q_{se} in die Schicht über

$$q^e_{se} \;=\; \gamma_e k_b T_e \Gamma_{se} \tag{4.22}$$

$$q^i_{se} \;=\; \gamma_i k_b T_i \Gamma_{se} \tag{4.23}$$

mit dem Teilchenfluss $\Gamma_{se} = n_{se}c_s$ in die Schicht in Verbindung. Zusätzlich wird als Randbedingung noch der totale Recyclingfluss Γ_{rec}, der dem gesamten Teilchenfluss auf die Wand entspricht, gesetzt, mit dem global die Dichte gesteuert wird.

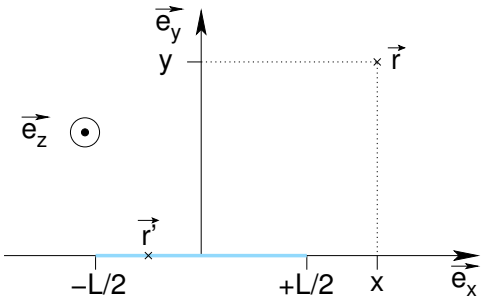


Abbildung 4.8: Endlicher gerader Leiter (blau) entlang der x-Achse von $-\frac{L}{2}$ bis $+\frac{L}{2}$.

4.2 Optimierung der Beschreibung der Magnetfeldstruktur

Um Vergleiche mit dem Experiment durchführen zu können, muss die Topologie des resonant gestörten Magnetfeldes möglichst genau der des Experimentes entsprechen. Dabei spielt neben dem MHD-Gleichgewicht, welches eine der wichtigsten Konfigurationsmöglichkeiten darstellt, das externe Störfeld eine wichtige Rolle. Aus diesem Grund wurde die in den Vorstudien zunächst noch verwendete idealisierte Spulengeometrie der DED-Spulen um deren Stromanschlüsse erweitert, da diese Stromanschlüsse teilweise sehr nahe an dem Vakuumgefäß entlang geführt werden. Diese Durchführung ist in Kapitel 4.2.1 dargestellt.

Da das hier verwendete MHD-Gleichgewicht auf einem toroidal symmetrischen Magnetfeld beruht, welches antiproportional zum großen Plasmaradius R abfällt, werden keine Einflüsse der diskreten Toroidalfeldspulen berücksichtigt. Um aber diesen Einfluss abzuschätzen, welcher einer Stauchung der magnetischen Flussflächen bei den Toroidalfeldspulen entspricht, wurden die 16 Toroidalfeldspulen von TEXTOR im GOURDON-Code modelliert. Mit dieser Magnetfeldkonfiguration wird dann in Kapitel 4.2.4 der sogenannte "Ripple-Effekt" der toroidal lokalisierten Hauptfeldspulen abgeschätzt.

Zusätzlich wurde der EMC3-Code um eine Option erweitert (siehe Kap. 4.2.5), um Profile der Plasmaparameter (n, $V_\parallel$, T_e, T_i und L_C) entlang des Magnetfeldes zu plotten. Damit kann zum Beispiel das Verhalten der Plasmaparameter entlang von benachbarten Feldlinien, die jedoch eine völlig unterschiedliche Verbindungslänge aufweisen, untersucht werden.

4.2.1 Erweiterung der DED-Spulen

Die DED-Spulen werden im GOURDON-Code durch Polygonzüge von geraden Leiterelementen dargestellt, durch die ein definierter Strom I_0 fließt. Mit Hilfe des Biot-Savart-Gesetzes

$$\mathrm{d}\vec{B}(\vec{r}) \;=\; \frac{\mu_0}{4\pi}\, I_0\, \mathrm{d}\vec{s} \times \frac{\vec{r}-\vec{r}\,'}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|^3}, \tag{4.24}$$

wobei $\mathrm{d}\vec{s}$ ein infinitesimales Leiterstück am Ort $\vec{r}\,'$ ist, lässt sich das Magnetfeld $\vec{B}(\vec{r})$ am Ort $\vec{r}$ eines geraden endlichen Leiters einfach berechnen. Betrachten wir dafür zunächst ein gerades Leiterelement der Länge L, das entlang der x-Achse von $-\frac{L}{2}$ bis $+\frac{L}{2}$ verläuft (siehe Abb. 4.8). Das Koordinatensystem wird o.B.d.A. so gewählt, daß der Punkt $\vec{r} = x\vec{e}_x + y\vec{e}_y$ in der $z = 0$ Ebene liegt. Für das Biot-Savart-Gesetz folgt dann:

$$\mathrm{d}\vec{B}(\vec{r}) \;=\; \frac{\mu_0}{4\pi}\, I_0\, \vec{e_x}\, \mathrm{d}x' \times \frac{\vec{r}-x'\vec{e}_x}{|\vec{r}-x'\vec{e}_x|^3} \tag{4.25}$$

$$\;=\; \frac{\mu_0}{4\pi}\, I_0\, \frac{y\, \mathrm{d}x'}{[(x-x')^2+y^2]^{\frac{3}{2}}}\, \vec{e}_z. \tag{4.26}$$

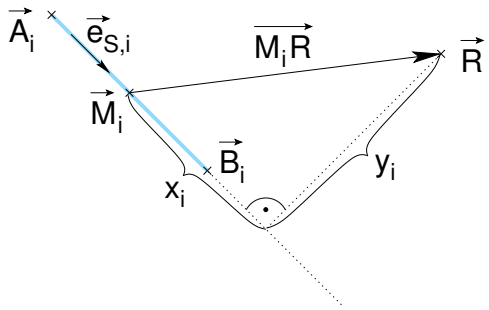


Abbildung 4.9: Beliebig orientiertes gerades Leiterelement S_i (blau).

Eine Integration von $-\frac{L}{2}$ bis $+\frac{L}{2}$ ergibt dann:

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} I_0 \vec{e}_z \int_{-\frac{L}{2}}^{+\frac{L}{2}} \frac{y \, \mathrm{d}x'}{[(x-x')^2 + y^2]^{\frac{3}{2}}} \tag{4.27}$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi} I_0 \vec{e}_z \frac{1}{y} \frac{x' - x}{\sqrt{(x-x')^2 + y^2}} \Bigg|_{-\frac{L}{2}}^{+\frac{L}{2}} \tag{4.28}$$

$$= -\frac{\mu_0}{4\pi} I_0 \frac{1}{y} \left[\frac{x - \frac{L}{2}}{\sqrt{(x-\frac{L}{2})^2 + y^2}} - \frac{x + \frac{L}{2}}{\sqrt{(x+\frac{L}{2})^2 + y^2}} \right] \vec{e}_z. \tag{4.29}$$

Dabei sieht man, daß das Magnetfeld nur von der Länge L des Leiterelementes, dem senkrechten Abstand y des Punktes $\vec{r}$ zum Leiterelement sowie dem auf die Leitergerade projizierten parallelen Abstand x von der Leitermitte abhängt. Die Richtung des Magnetfeldes ergibt sich aus $\vec{e}_x \times \vec{e}_y = \vec{e}_z$.

Die Gleichung (4.29) lässt sich jetzt auch auf beliebig orientierte Leiterelemente erweitern. Das Gesamtfeld eines Polygonzugs aus N Leiterelementen S_i der Länge L_i am Ort $\vec{R}$, wobei ein Leiterelement durch die Punkte $\vec{A}_i$ und $\vec{B}_i$ gegeben ist (Abb.4.9), und der Strom $I_{0,i}$ von $\vec{A}_i$ nach $\vec{B}_i$ entlang des Einheitsvektors $\vec{e}_{S,i} = \frac{\vec{B}_i - \vec{A}_i}{|\vec{B}_i - \vec{A}_i|}$ fließt, ergibt sich dann mit dem Mittelpunkt $\vec{M}_i$ des Leiterelementes, dem Vektor $\overrightarrow{M_iR} := \vec{R} - \vec{M}_i$, dem parallelem Abstand $x_i = \overrightarrow{M_iR} \cdot \vec{e}_{S,i}$, dem senkrechten Abstand $y_i = \sqrt{|\overrightarrow{M_iR}|^2 + x_i^2}$ und der Richtung des Magnetfeldbeitrags $\vec{e}_{B,i} = \frac{\overrightarrow{A_iR} \times \overrightarrow{B_iR}}{|\overrightarrow{A_iR} \times \overrightarrow{B_iR}|}$ zu:

$$\vec{B}(\vec{R}) = -\frac{\mu_0}{4\pi} \sum_{i=1}^{N} I_{0,i} \frac{1}{y_i} \left[\frac{x_i - \frac{L_i}{2}}{\sqrt{(x_i - \frac{L_i}{2})^2 + y_i^2}} - \frac{x_i + \frac{L_i}{2}}{\sqrt{(x_i + \frac{L_i}{2})^2 + y_i^2}} \right] \vec{e}_{B,i}. \tag{4.30}$$

Wie weiter oben schon erwähnt, wurde bisher eine idealisierte Spulengeometrie der DED-Spulen für die Berechnung des Störfeldes im GOURDON-Code verwendet (siehe linke Darstellung in Abb. 4.10). Da für direkte Vergleiche zwischen Simulation und Experiment das Störfeld aber möglichst genau modelliert werden sollte, um die Modellierung der Topologie als eine mögliche Ursache für Abweichungen eliminieren zu können, wurde eine neue Spulenbeschreibung generiert, welche sich an den tatsächlich verbauten Spulenkoordinaten orientiert. Die Koordinaten des letzten Teils der Spulen, bis zu der Koaxialdurchführung durch das Vakuumgefäß, wurden dann noch aus den Konstruktionszeichnungen der Koaxialdurchführung bestimmt. Die so erhaltene Spulengeometrie ist in der rechten Darstellung in Abb. 4.10 zu sehen.

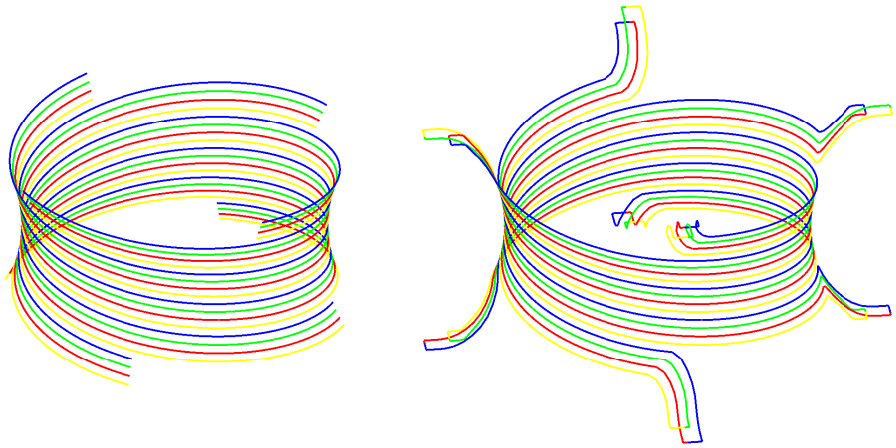


Abbildung 4.10: Implementation der DED-Spulen in den GOURDON Code. Links ist die ursprüngliche Konfiguration ohne Anschlüsse der DED-Spulen dargestellt und rechts die um die Anschlüsse erweiterte Spulenkonfiguration.

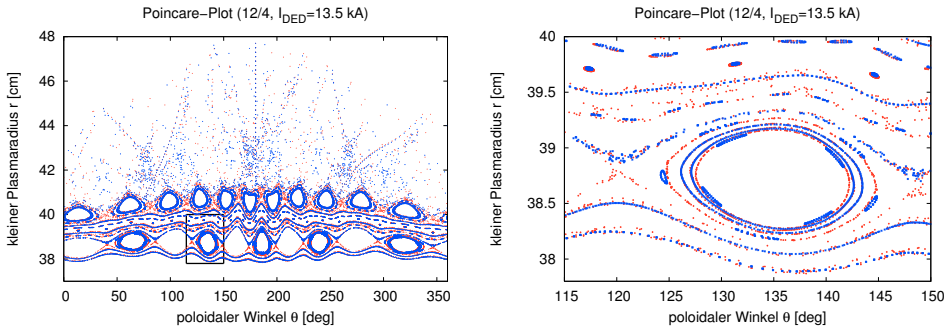


Abbildung 4.11: Poincaré-Plot von vorab berechnetem und dann interpoliertem Störfeld (rote Punkte) und direkt nach Biot-Savart berechnetem Störfeld (blaue Punkte). Das schwarze Rechteck in der linken Abbildung zeigt den vergrößerten Ausschnitt der rechten Abbildung.

4.2.2 Einfluss der Feldinterpolation

Im GOURDON-Code besteht die Möglichkeit, das DED-Störfeld einmal vorab zu berechnen, wobei das Feld auf einem dreidimensionalen R,Z,φ-Gitter abgelegt wird. Die Auflösung des Gitters ($N_R = 62$, $N_Z = 62$, $N_\varphi = 48$) ist dabei durch den GOURDON-Code fest vorgegeben. Während der eigentlichen Feldlinienverfolgung mit dem GOURDON-Code wird dann das Feld zwischen diesen Gitterpunkten interpoliert. Wenn z.B. die 16 DED-Spulen durch 9552 Leiterelemente parametrisiert wurden, führt die Interpolation des DED-Feldes zu einer 9.5-fach schnelleren Berechnung als bei einer direkten Berechnung nach Biot-Savart (Gl. (4.30)).

Die Interpolationsberechnung des Störfeldes wurde bisher immer verwendet. Da die Interpolation naturgemäß aber auch immer zu kleinen Fehlern führt und die Spulenanschlüsse diesen Fehler vergrößert haben, wird vor allem bei der Gittergenerierung des EMC3-Codes nun die direkte Störfeldberechnung nach Biot-Savart verwendet. Nur bei den wesentlich aufwendigeren Verbindungslängenberechnungen, die je nach Auflösung des zu untersuchenden Bereiches 6-48 Stunden mit der Interpolationsberechnung des Störfeldes dauern können, wird weiterhin die Interpolation verwendet. Bei diesen Berechnungen wird eine Feldlinie jedoch nur maximal ca. 30 toroidale Umläufe verfolgt. Hier kann sich der Fehler nicht so stark akkumulieren wie bei Poin-

caré-Plots zum Beispiel, bei denen die Feldlinie mehrere hundert bis mehrere tausend toroidale Umläufe verfolgt wird.

In Abbildung 4.11 ist die Auswirkung des Interpolationsfehlers anhand eines Poincaré-Plots dargestellt. Dazu wurden die Startpunkte 600 toroidale Umläufe entlang der Feldlinien verfolgt und die Ergebnisse mit Interpolation (rote Punkte) und direkter Berechnung (blaue Punkte) überlagert. In der linken Abbildung kann man erkennen, daß die einzelnen Inselstrukturen in beiden Berechnungen qualitativ erhalten bleiben. In der Ausschnittsvergrößerung (rechte Abbildung) erkennt man jedoch, daß vor allem an den noch intakten Flussflächen Fehler im Millimeterbereich auftreten. Diese können sich jedoch leicht zu größeren Fehlern 'aufschaukeln', was man am X-Punkt der Insel beobachten kann. Man erkennt, daß sich die Feldlinie auf der magnetischen Flussfläche oberhalb der Insel mit Interpolation des Störfeldes über den X-Punkt bewegen kann und beide Seiten (oberhalb und unterhalb) der Inselkette abdeckt. Bei direkter Berechnung bleibt die Feldlinie auf der oberen Seite der Inselkette. Es entstehen mit Interpolation bei vielen toroidalen Umläufen also leicht Fehler im Bereich einer halben Inselbreite. Im ergodischen Bereich, in dem sich die Inselketten überlagern, sind zudem noch größere Abweichungen zu erwarten, die man auch in dem großen Ausschnitt von Abbildung 4.11 beobachten kann. Für die Zukunft ist geplant, die Auflösung des Interpolationsgitters im GOURDON-Code dynamisch einstellbar zu gestalten. Dadurch kann auf Kosten von zusätzlichem Arbeitsspeicher die Genauigkeit der Interpolationsberechnung des Störfeldes verbessert werden, was bei der Größe des Arbeitsspeichers heutiger Rechner aber nicht problematisch ist.

4.2.3 Stromverteilung in den DED-Spulen

Um für die einzelnen Basismodenkonfigurationen des DED's (12/4, 6/2, und 3/1) Feldlinienverfolgung mit dem GOURDON-Code durchzuführen, müssen die einzelnen Stromkonfigurationen der DED-Spulen dem GOURDON-Code bereit gestellt werden. Dazu wurden einzelne DED-Spulendateien generiert, die die jeweilige Stromkonfiguration enthalten. Die Stromverteilung in den DED-Spulen ist in Abbildung 4.12 für alle Basismodenkonfigurationen dargestellt. Die Amplitude des Störfeldstroms I_{DED} ist dabei für die Standardkonfiguration im statischen Betrieb des DED's für ein Szenario in allen DED-Spulen gleich. Lediglich die Stromrichtung des Störstromes variiert von Spule zu Spule. Eine positive Stromrichtung ist in Abbildung 4.12 durch eine blaue Spule und eine negative Stromrichtung durch eine rote Spule symbolisiert. Diese Stromverteilungen wurden für die einzelnen Simulationen mit EMC3-EIRENE-Code verwendet.

In Kapitel 5.2.3 wurde zusätzlich noch das Magnetfeld für einzelne Zeitpunkte im dynamischen Betrieb des DED's modelliert. In diesen Fällen weicht die Stromverteilung von der in Abbildung 4.12 dargestellten ab. Auf die Stromverteilung im dynamischen Betrieb des DED's wird später in Kapitel 5.2.3 noch weiter eingegangen.

4.2.4 Ripple-Effekt

Das toroidale Magnetfeld wird bei TEXTOR durch 16 Toroidalfeldspulen generiert. Zwischen den Toroidalfeldspulen wandern die magnetischen Flussflächen etwas nach außen, da das Magnetfeld zwischen den Spulen nicht perfekt toroidal symmetrisch ist (siehe linke Darstellung in Abb.4.13). Im GOURDON-Code wird aber ein proportional zu $\frac{1}{R}$ abfallendes toroidal symmetrisches Toroidalfeld angenommen. Um den Fehler abzuschätzen, der durch diese Annahme entsteht, wurden die Toroidalfeldspulen durch Kreisleiter mit Radius $r_{TFS} = 107.3$ cm im GOURDON-Code modelliert. Die Verformung einer magnetischen Flussfläche ist rechts in Abbildung 4.13 zu sehen. Dazu wurde jeweils die gleiche magnetische Flussfläche einmal an der toroidalen Position eine Toroidalfeldspule $\varphi = 11.25°$ (rote Flussfläche) und einmal genau zwischen zwei Toroidalfeldspulen $\varphi = 0.0°$ (blaue Flussfläche) berechnet. Man kann erkennen, daß die Verformung der magnetischen Flussfläche auf der Niederfeldseite ($\theta = 0°$) stärker ist als

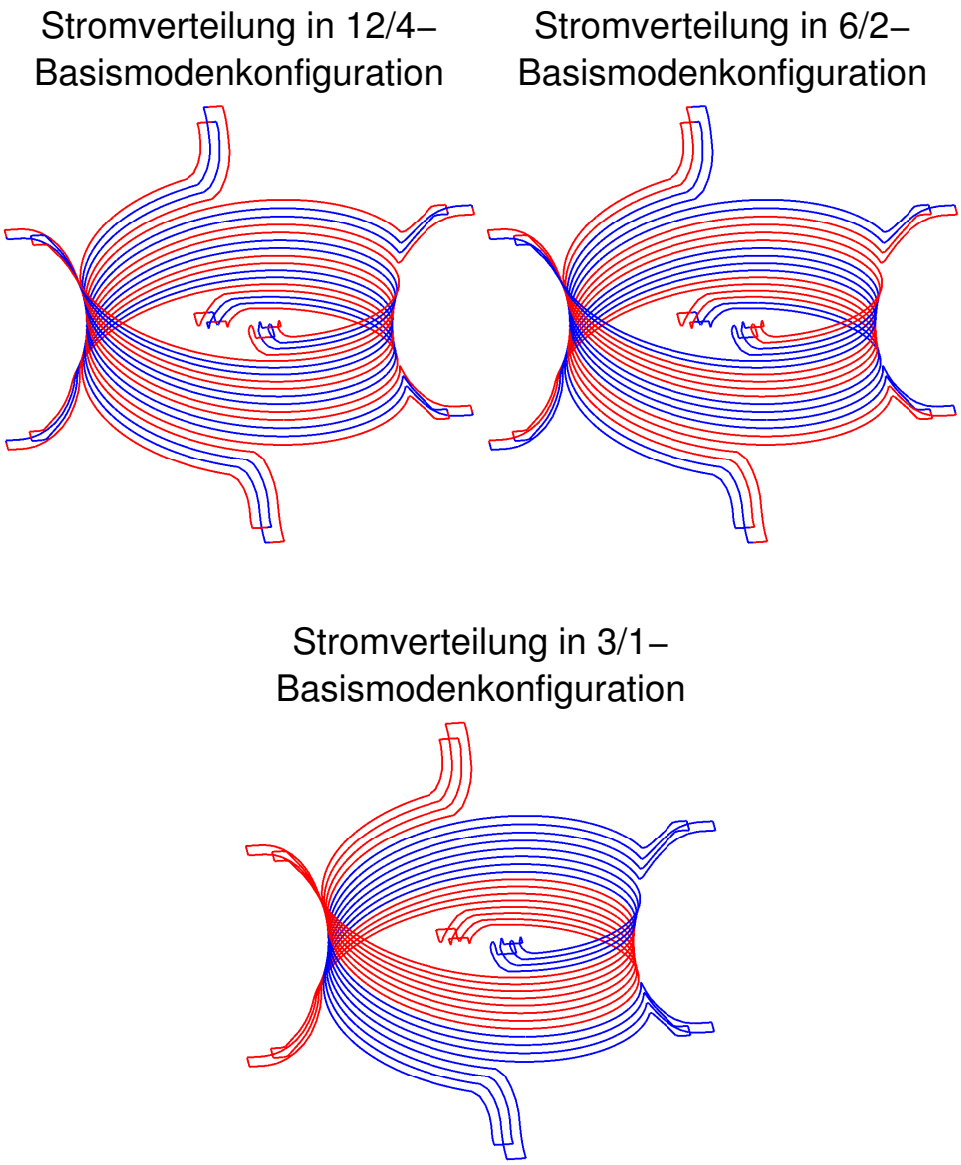


Abbildung 4.12: Typische Stromverteilung in den DED-Spulen für die 12/4-, 6/2- und 3/1-Basismodenkonfiguration des DED's im statischen Betrieb. Blau bedeutet dabei, daß ein positiver Strom durch die jeweilige Spule fließt, und Rot steht entsprechend für einen negativen Strom. Die Amplituden der Ströme in den einzelnen DED-Spulen sind in dieser Standardkonfiguration immer gleich.

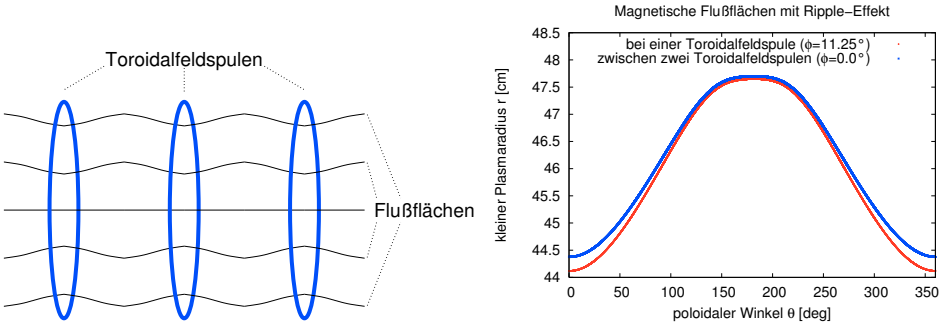


Abbildung 4.13: Schematische Darstellung des Ripple-Effektes (linke Abbildung). Realer Einfluss der Toroidalfeldspulen auf magnetische Flussflächen (rechte Abbildung). Die Flussfläche zwischen zwei Toroidalfeldspulen (blaue Flussfläche) wandert gegenüber der Flussfläche bei einer Toroidalfeldspule (rote Flussfläche) auf der Niederfeldseite ($\theta = 0°$) stärker nach außen, da die Toroidalfeldspulen aufgrund der toroidalen Krümmung dort weiter auseinander stehen.

auf der Hochfeldseite $\theta = 180°$). Auf der Hochfeldseite beträgt diese etwa 3 mm und auf der Niederfeldseite etwa 1.5 mm. Dies liegt daran, daß die Toroidalfeldspulen wegen der toroidalen Krümmung auf der Niederfeldseite weiter auseinander stehen als auf der Hochfeldseite. Da dieser Ripple-Effekt kleiner als 0.5 cm ist und die Unsicherheiten bei der MHD Gleichgewichtsbestimmung größer sind, wird dieser Effekt weiterhin vernachlässigt.

4.2.5 Parallele Profile

Um die Möglichkeit zu haben, auch parallel Profile entlang einer Feldlinie $\vec{r}_B(s)$ der simulierten Plasmaparameter zu untersuchen, wobei s die Länge der Feldlinie längs des Magnetfeldes ist, wurde eine entsprechende Post-Processing-Funktion in den EMC3-Code eingebaut. Dabei werden viele (N_{FL} = typischerweise mehrere zehntausend) Feldlinien auf der Wandoberfläche verteilt und innerhalb des EMC3-Codes durch das Simulationsgebiet verfolgt, bis diese wieder auf eine Wand treffen oder eine maximale Länge erreicht haben. Bei der Verfolgung der Feldlinien durch das Simulationsgebiet kann aus der momentanen Position $\vec{r}_B(s)$ entlang der Feldlinie der Zellindex J_i der physikalischen Zelle, in der die Plasmaparameter organisiert sind und in der sich die Feldlinie momentan befindet, sowie die momentane Länge s_i der Feldlinie bestimmt werden. Damit kennt man dann die Zellfolgen $J_{i,k}$ der Plasmaparameter, durch die die einzelnen Feldlinien k laufen. Dabei gilt $k = 1..N_{FL}$ und $i = 1..N_{cell,k}$, wobei $N_{cell,k}$ die Anzahl der physikalischen Zellen ist, aus der die Feldlinie k besteht.

Aufgrund der großen Anzahl von Feldlinien (mehrere zehntausend) wurde ein komfortables Auswerteprogramm geschrieben, um einzelne Feldlinien auswählen zu können. Dazu werden die Schnittpunkte aller Feldlinien mit den Depositionsprofilen auf den einzelnen Limitern überlagert dargestellt. Per Maus kann man dann einzelne Schnittpunkte auswählen, so daß ein paralleles Profil der Plasmagrößen entlang der jeweiligen Feldlinie berechnet und ausgegeben werden kann.

4.3 Implementation weiterer rezyklierender Flächen

In Fusionsexperimenten (Tokamak oder Stellarator) dient der Limiter oder Divertor als Kontaktfläche des Plasmas mit der ersten Wand und ist mit seinem speziellen Material und seiner Kühlung auf die großen Wärmeflüsse des Fusionsplasmas ausgelegt. Bei TEXTOR besteht diese Oberfläche aus Graphit-Ziegeln. Für das neue Fusionsexperiment ITER, in dem für einen

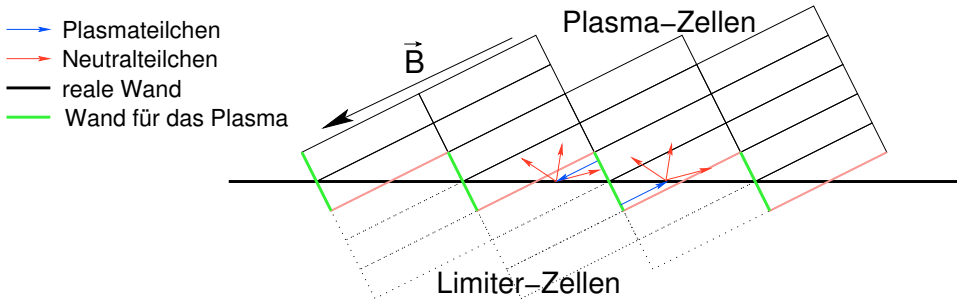


Abbildung 4.14: Zusammenhang zwischen der realen Wand, von der die Neutralteilchen (rote Pfeile) loslaufen und der Wand, die das Plasma sieht (toroidale Zellgrenzen in grün) und auf der die Randbedingungen für das Plasma gesetzt werden. Um die Startverteilung der Neutralteilchen auf der realen Wand zu bestimmen, werden die Plasmateilchenflüsse durch die toroidalen Zellgrenzen (grün) auf die reale Wand abgebildet (blaue Pfeile).

Reaktor realistische Fusionsleistungen erzielt werden sollen, sind für die am stärksten durch Wärmeflüsse belasteten Divertorplatten Graphit und für die weniger belasteten Wandbereiche Beryllium geplant (dies wird aktuell jedoch noch diskutiert). Allgemein lässt sich sagen, daß die Wandmaterialien, um die Erosion durch Sputtern zu minimieren, einen sehr hohen Schmelzpunkt besitzen sollten. Zusätzlich sollte das Material eine geringe Kernladungszahl haben und schnell ionisiert werden können, um Energie- und Strahlungsverluste (durch Ionisation und Rekombination) im Kernplasma zu vermeiden. Eigentlich ist Graphit für diese Aufgabe gut geeignet, hat jedoch einen entscheidenden Nachteil. Es kann sehr viel Wasserstoff in ihm deponiert werden. Dies ist vor allem in einem Deuterium-Tritium-Plasma ein Problem, da sich aufgrund der Radioaktivität des Tritiums nur geringe Mengen dieses Stoffes in der Maschine befinden dürfen und damit wahrscheinlich Graphit als Wandmaterial für spätere Reaktoren ausscheidet.

Treffen die geladenen Plasmaionen entlang der Feldlinien auf die Wand, werden sie neutralisiert und dringen, da sie nun nicht mehr geladen sind, vom Magnetfeld unbeeinflusst in das Plasma ein. Zusätzlich können die auftreffenden Ionen, aufgrund ihrer hohen kinetischen Energie durch die Beschleunigung im Schichtpotential vor der Wand, weitere Wandatome (im Weiteren bezeichnet als Verunreinigungen wie z.B. Kohlenstoff) ballistisch aus der Wand auslösen (physikalisches Sputtern).

Im EMC3-Code werden die Gitterzellen des Simulationsgitters, deren Schwerpunkte hinter einer Wand liegen als Limiter-Zellen definiert, und aus der Menge von Plasma-Zellen, die das Simulationsvolumen bilden, ausgeschnitten (siehe gestrichelte Zellen in Abb. 4.14). An der toroidalen Zellgrenze (entlang des Magnetfeldes) zwischen einer Plasma-Zelle und einer Limiter-Zelle (grüne Flächen in Abb. 4.14) werden dann die Randbedingungen für das Plasma (z.B Bohm-Kriterium oder Wärmeübertragungskoeffizienten der Schicht) gesetzt und die Teilchenflüsse durch diese Zellgrenzen bestimmt. Diese Teilchenflüsse müssen dann entlang des Magnetfeldes durch eine Monte-Carlo-Prozedur auf die Wand abgebildet werden (blaue Pfeile), um den genauen Ort des Recyclings auf der realen Wand zu bestimmen. Dies ist wichtig, da die Neutralteilchen, die dann in EIRENE von der Wand loslaufen, sich in einem kartesischen Koordinatensystem bewegen und nicht an das Magnetfeld gebunden sind. Dadurch können sich, vor allem bei kleinen Winkeln zwischen den Magnetfeldlinien und der realen Wand, die Orte, an denen die Randbedingungen für das Plasma gesetzt werden und dann das neutrale Teilchen tatsächlich generiert wird, stark unterscheiden. Dies wird durch eine Abbildung des Plasmaflusses entlang des Magnetfeldes auf die Wand vermieden.

Für den EMC3-Code wurde nun ein Modul entwickelt, mit dem toroidal symmetrische Wände

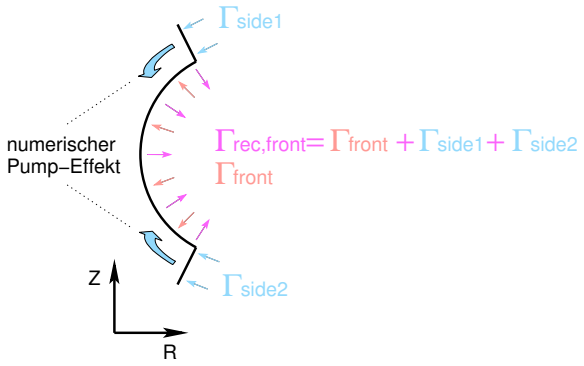


Abbildung 4.15: Schematische Darstellung des numerischen Pump-Effektes.

durch Polygonzüge beschrieben werden können. Dieses Modul stellt die Verbindung zwischen der Gittergeneration des Magnetfeldgitters und der Beschreibung der Wandoberflächen sowie der Abbildung der Teilchenflüsse auf diese Oberflächen im EMC-Code her. Zusätzlich kann dieses Modul auch für die Wandbeschreibung im GOURDON-Code verwendet werden, was zu einer Minimierung möglicher Fehlerquellen führt ("single source"). Im Folgenden werden die Auswirkungen neuer TEXTOR spezifischer rezyklierender Flächen, die mit Hilfe dieses neuen Moduls implementiert wurden, dargestellt.

4.3.1 Seitenflächen des DED's

Bisher wurden zwar alle Zellen, die sich hinter der DED-Oberfläche befinden, aus dem Simulationsvolumen ausgeschnitten, jedoch nur der Plasmafluss Γ_{front} auf die Vorderseite des DED's abgebildet. Dadurch entstand nur auf der Vorderseite des DED's eine Verteilungsfunktion $\Gamma_{rec,front}(\vec{r})$ für den Recyclingfluss. Die Plasmaflüsse $\Gamma_{side1}(\vec{r})$ und $\Gamma_{side2}(\vec{r})$ auf die obere und untere Seitenfläche des DED's wurden dabei nicht berücksichtigt (siehe Abb. 4.15). Um aber einen stationären Zustand des Plasmas zu simulieren, müssen genauso viele rezyklierte Neutralteilchen zurück in das Plasma fließen, wie geladene Plasmateilchen auf die Wand abfließen. Um dies zu gewährleisten, wurde die Verteilungsfunktion $\Gamma_{rec,front}(\vec{r})$ mit der Summe aller Plasmaflüsse auf die Wand (DED-Oberfläche F_{DED}) skaliert, und so die von EIRENE verwendete Quellverteilung $\Gamma_{rec}(\vec{r})$ bestimmt.

$$\Gamma_{rec}(\vec{r}) \;=\; \Gamma_{rec,front}(\vec{r}) \; \frac{\int_{F_{DED}} \left[\Gamma_{rec,front}(\vec{r}) + \Gamma_{side1}(\vec{r}) + \Gamma_{side2}(\vec{r})\right] \; \mathrm{d}\vec{r}^{\,2}}{\int_{F_{DED}} \Gamma_{rec,front}(\vec{r}) \; \mathrm{d}\vec{r}^{\,2}} \tag{4.31}$$

Durch diese Skalierung des Recyclingflusses auf der DED-Frontfläche wurden die Plasmateilchen, die die DED-Seitenflächen anströmen, praktisch numerisch zur DED-Frontfläche "gepumpt" (Abb. 4.15). Um diesen numerischen "Pump-Effekt" zu vermeiden, wurden nun die Seitenflächen des DED's ebenfalls als rezyklierende Flächen definiert.

Um in der Definition weiterer rezyklierender Flächen möglichst frei zu sein, wurde ein Modul geschaffen, in dem die Abbildung der Plasmaflüsse auf die Wand so umgestellt wurde, daß die Wände durch beliebige toroidal symmetrische Polygonzüge in R, Z-Koordinaten angegeben werden können. Dies hat jedoch den Nachteil, daß die Abbildung auf die Wand nun einen höheren Rechenaufwand benötigt und so wesentlich langsamer wurde. Dies liegt daran, daß jetzt nicht mehr nur der Schnittpunkt mit einer parametrisierten Fläche (Kreissegment mit Radius $r_{DED} = 47.7$ cm), sondern mit jedem einzelnen Element (Dreieck) der durch den Polygonzug definierten Wand bestimmt werden muss. Die größere Flexibilität des Polygonzuges wird aber

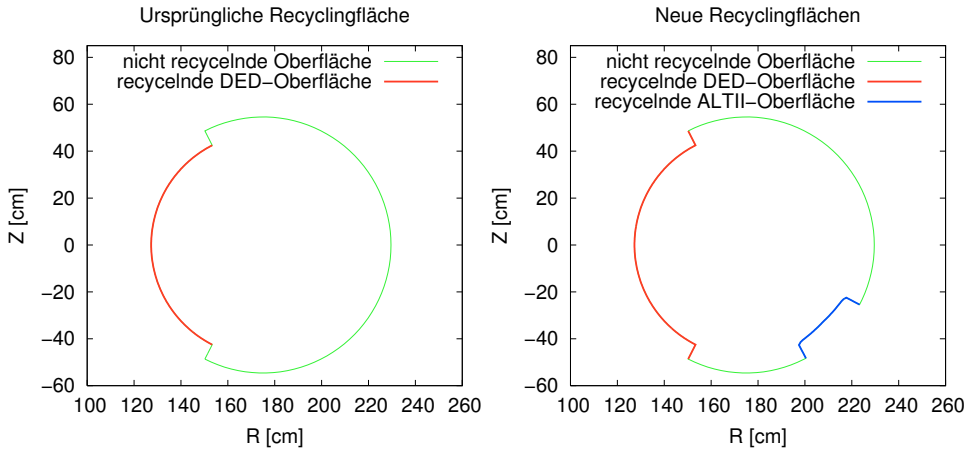


Abbildung 4.16: R-,Z-Plot der im EMC3-Code eingebauten Wände. Links ist die ursprüngliche rezyklierende Fläche dargestellt, und rechts die aktuellen rezyklierenden Flächen des DED's und des ALT-II Limiters bei einer ALT-Position von $r_{ALT} = 46.6$ cm.

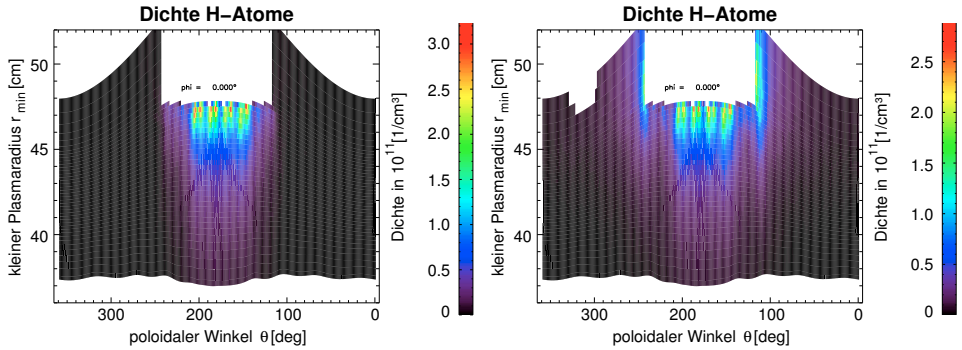


Abbildung 4.17: Dichteverteilung der neutralen H-Atome ohne rezyklierende Seitenflächen des DED's und ALT-II (linkes Bild), und mit den neu eingebauten rezyklierenden Flächen (rechtes Bild) in der 12/4-Basismodenkonfiguration des DED-Störfeldes. Man kann deutlich erkennen, daß die rezyklierten H-Atome nun auch den Bereich hinter der DED-Frontfläche ausfüllen.

vor allem auch für die Implementation des ALT-II Limiters benötigt, da für dessen Oberfläche keine einfache geometrische Form mehr existiert.

Um den Nachteil des erhöhten Rechenaufwands teilweise zu kompensieren, wurde in diesem neuen Modul zusätzlich die Möglichkeit geschaffen, die Abbildung des Plasmaflusses auf die Wand vorab zu berechnen. Dadurch muss der Plasmafluss nicht mehr vor jeder Neutralteilchen-iteration für den EIRENE-Code auf die Wand abgebildet werden. Es werden vielmehr einmal im Vorfeld die gesamten vom Plasma als Wand gesehenen toroidalen Gitterflächen auf die reale Wand abgebildet. Dabei wird eine Abbildungsvorschrift generiert, die für jede toroidale Gitterfläche, die als Wand für das Plasma dient, angibt, wieviel Prozent der Gitterfläche auf welches reale Wandelement abgebildet wird. Mit dieser Flächenabbildung lässt sich dann sehr schnell während der eigentlichen Simulationsiterationen der Plasma- und Energiefluss auf die einzelnen realen Wandelemente bestimmen.

4.3.2 ALT-II Limiter

Neben den DED-Seitenflächen stellt die Oberfläche des ALT-II Limiters, je nach Lage des Plasmas, auch eine wichtige rezyklierende Fläche für das Plasma dar. Wird das Plasma nämlich einige Zentimeter weiter nach außen (zur Niederfeldseite) verschoben, ist nicht mehr die DED-Oberfläche der Hauptlimiter, sondern der ALT-II Limiter. Aus diesem Grund wurde nun auch der ALT-II Limiter in den EMC3-Code implementiert und das Rezyklieren auch auf dessen Oberfläche ermöglicht.

Da schon bei der Implementation der Seitenflächen des DED's darauf geachtet wurde, eine möglichst flexible Definition der rezyklierenden Flächen zu wählen (vgl. Abschnitt 4.3.1), kann die ALT-II Oberfläche, ähnlich wie jetzt auch die DED-Oberfläche, durch einen toroidal symmetrischen Polygonzug in R, Z-Koordinaten implementiert werden. Die im Experiment auftretenden toroidalen Lücken des ALT-II Limiters wurden dabei vernachlässigt. Diese sind jedoch so schmal, daß zwischen ihnen für realistische q-Werte am Rand ($q_a \in [3.0, 5.0]$) keine Feldlinien zu erwarten sind, die durch diese Lücken hindurch führen können. Der Polygonzug der ALT-II Oberfläche wurde dann aus Konstruktionszeichnungen der momentan verwendeten ALT-II Graphitkachelgeometrie bestimmt. In dem Modul für den ALT-II Limiter wurde dann noch zusätzlich die Option eingebaut, den ALT-II Limiter genau wie im Experiment weiter nach innen zum Plasmazentrum bzw. weiter nach außen zu verschieben. Dazu wird der Radius r_{ALT} des innersten Punktes der ALT-II Oberfläche bezogen auf den Gefäßmittelpunkt ($R_0 = 175$ cm, $Z_0 = 0$ cm) angegeben.

In Abbildung 4.16 sind zusammenfassend die ehemaligen (linke Abbildung) und die aktuellen (rechte Abbildung) rezyklierenden Flächen des DED's in Rot und die des ALT-II Limiters in Blau dargestellt. Der Einfluss der neuen rezyklierenden Flächen lässt sich am deutlichsten in der Verteilung der neutralen Wasserstoffatome erkennen. Diese Verteilung ist in der Abbildung 4.17 für eine Simulation für die 12/4-Basismodenkonfiguration des DED's zu sehen. Auch hier wurde im linken Bild die Verteilung der neutralen Wasserstoffatome mit der alten rezyklierenden Fläche (nur DED-Frontfläche) und im rechten Bild die Verteilung der Wasserstoffatome mit den neuen rezyklierenden Flächen (komplette DED-Oberfläche und ALT-II Oberfläche) dargestellt. Man kann deutlich erkennen, daß mit den erweiterten rezyklierenden Flächen jetzt auch neutrale Wasserstoffatome seitlich hinter der DED-Frontfläche auftreten. Dies hat natürlich auch Einfluss auf die Volumenteilchenquellen des Plasmas, da nun auch seitlich neben der DED-Oberfläche neutrale Wasserstoffatome ionisiert werden können. In der Nähe der ALT-II Oberfläche lassen sich in der Simulation kaum neutrale Wasserstoffatome beobachten, da in diesem Fall der ALT-II Limiter weiter nach außen verschoben wurde ($r_{ALT} = 47.0$ cm). Dies spiegelt sich auch in den Recyclingflüssen Γ_{rec} der einzelnen Oberflächen wider (hier für die 12/4-Basismodenkonfiguration des DED's).

$$\begin{aligned}
\Gamma_{rec,DED,front} &= 469.8\text{A} &&= 67\% \\
\Gamma_{rec,DED,side1} &= 81.1\text{A} &&= 12\% \\
\Gamma_{rec,DED,side2} &= 92.0\text{A} &&= 13\%
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\Gamma_{rec,ALT,front} &= 49.1\text{A} &&= 7\% \\
\Gamma_{rec,ALT,side1} &= 0.0\text{A} &&= 0\% \\
\Gamma_{rec,ALT,side2} &= 3.3\text{A} &&= 1\%
\end{aligned}$$

Man erkennt, daß die ALT-II Oberfläche, da sie hinter der letzten geschlossenen Flussfläche des ungestörten Gleichgewichtes liegt ($r_{ALT} = 47$ cm), nur einen geringen Anteil (8%) des totalen Plasmaflusses auf die Wand (= Recyclingfluss $\Gamma_{rec} = 695.3$ A) trifft. Eine Seitenfläche des ALT-Limiters ($\Gamma_{rec,ALT,side1}$) liegt sogar außerhalb des Simulationsgebietes, so daß sie gar

kein Plasmafluss trifft. Die DED-Seitenflächen machen mit 12% und 13% des Recyclingflusses jedoch einen nicht unerheblichen Anteil aus. Daß die Flüsse auf die DED-Seitenflächen nicht symmetrisch sind liegt daran, daß die erste Seitenfläche ($\Gamma_{rec,DED,side1}$) näher an der ALT-II Fläche liegt als die zweite, und somit ein kleinerer Teil des radialen Teilchenflusses in diese SOL-Region gelangen kann als in den SOL-Bereich zwischen zweiter DED-Seitenfläche und ALT-II Limiter.

Für den Fall ohne externes Störfeld ist das Modell noch sensitiver gegen die neu implementierten rezyklierenden Flächen, vor allem gegen die Seitenflächen des DED's. Dazu wurde eine Vergleichsrechnung durchgeführt, die dasselbe Gleichgewicht wie in dem obigen Beispiel verwendet hat, in der jedoch das Störfeld des DED's abgeschaltet wurde. Die Dichte auf der inneren Begrenzung wurde in beiden Fällen auf $n_0 = 1.4\ \frac{1}{\mathrm{cm}^3}$ gesetzt. Dadurch ergibt sich für den Fall ohne Störfeld ein geringerer totaler Recyclingfluss ($\Gamma_{rec} = 423.5$ A), da das Störfeld zu einem erhöhten radialen Transport der Plasmateilchen führt. Für den Fall ohne Störfeld erhält man dann folgende Recyclingflüsse auf den einzelnen rezyklierenden Flächen:

$$\begin{aligned}
\Gamma_{rec,DED,front} &= 73.8\mathrm{A} &&= 17\% \\
\Gamma_{rec,DED,side1} &= 134.5\mathrm{A} &&= 32\% \\
\Gamma_{rec,DED,side2} &= 150.0\mathrm{A} &&= 35\% \\
\\
\Gamma_{rec,ALT,front} &= 62.2\mathrm{A} &&= 15\% \\
\Gamma_{rec,ALT,side1} &= 0.0\mathrm{A} &&= 0\% \\
\Gamma_{rec,ALT,side2} &= 3.0\mathrm{A} &&= 1\%.
\end{aligned}$$

In diesem Fall trifft auf jede Seitenfläche des DED's etwa der doppelte Teilchenfluss, der auf die DED-Frontfläche trifft. Das heißt, daß die DED-Seitenflächen in diesem Fall sogar die dominierenden rezyklierenden Flächen sind. Dies zeigt, daß sowohl für den Fall mit als auch ohne externes Störfeld des DED's die Seitenflächen der DED-Oberfläche nicht zu vernachlässigen sind, und es eine wichtige Verbesserung ist, diese in den EMC3-Code zu implementieren.

Kapitel 5

Plasmarandschichtsimulationen für alle Basismodenkonfigurationen des Dynamisch Ergodischen Divertors

In diesem Kapitel werden die Simulationsergebnisse des EMC3/EIRENE-Codes für die ergodisierte Plasmarandschicht von TEXTOR diskutiert. Diese lassen sich in zwei unterschiedliche Bereiche einteilen.

In Abschnitt 5.1 werden anhand der Simulationsergebnisse zunächst die unterschiedlichen Basismodenkonfigurationen des DED's und deren Einfluss auf die Parameter der Plasmarandschicht qualitativ untersucht. Dabei wird sich die 3/1-Basismodenkonfiguration als sehr interessant erweisen, da bei ihr in der Modellierung eine Änderung des linearen Recyclingregimes beobachtet werden konnte. Zusätzlich werden auch erste Studien zur Abschirmung der Verunreinigungen vor dem Kernplasma dargestellt.

Am Ende dieses Kapitel in Abschnitt 5.2 wird dann erstmals die Modellierung einer konkreten Entladung aus dem Experiment vorgestellt. In diesem Rahmen wird dann auch ein detaillierter und quantitativer Vergleich zwischen experimentellen und simulierten Ergebnissen durchgeführt.

5.1 Einfluss der verschiedenen Basismodenkonfigurationen des DED's auf die Plasmarandschicht

In dieser ersten Studie mit dem EMC3/EIRENE-Code soll der Einfluss der verschiedenen Basismodenkonfigurationen des DED's auf das Transportverhalten innerhalb des Modells in der Plasmarandschicht studiert werden. Dazu wurde jeweils dasselbe Gleichgewicht und die gleichen Randbedingungen für den EMC3-Code verwendet. Das MHD-Gleichgewicht wurde dabei für das Entladungspaar #95895 und #95896 modelliert. Die Entladung #95895 ist dabei ein experimentelles Szenario mit einem Störfeld in der 12/4-Basismodenkonfiguration des DED's und einem Störstrom von $I_{DED} = 13.5$ kA. Die Entladung #95896 ist eine Referenzentladung, in dem das Störfeld abgeschaltet wurde, aber alle anderen Kenngrößen des Plasmas konstant gehalten wurden. Das Plasma wurde etwa 1.7 cm zur Hochfeldseite verschoben (Plasmamittelpunkt bei 173.3 cm). Der Plasmastrom I_{plasma} beträgt 350 kA und das poloidale beta (β_{pol}) 0.3. Dadurch erhält man am Rand (letzte geschlossene magnetische Flussfläche) $q_a = 3.715$. In Abbildung 5.1 sind die Parameter für das MHD-Gleichgewicht in der DIVA-Ausgabe noch einmal zusammengestellt.

Für die Stromstärke des Störstromes, der durch die DED-Spulen in den beiden anderen Basismodenkonfigurationen des Störfeldes (6/2 und 3/1) fließt, wurden typische experimentelle Werte verwendet. Für die 6/2-Basismodenkonfiguration wurde ein Störstrom von $I_{DED} = 6$ kA,

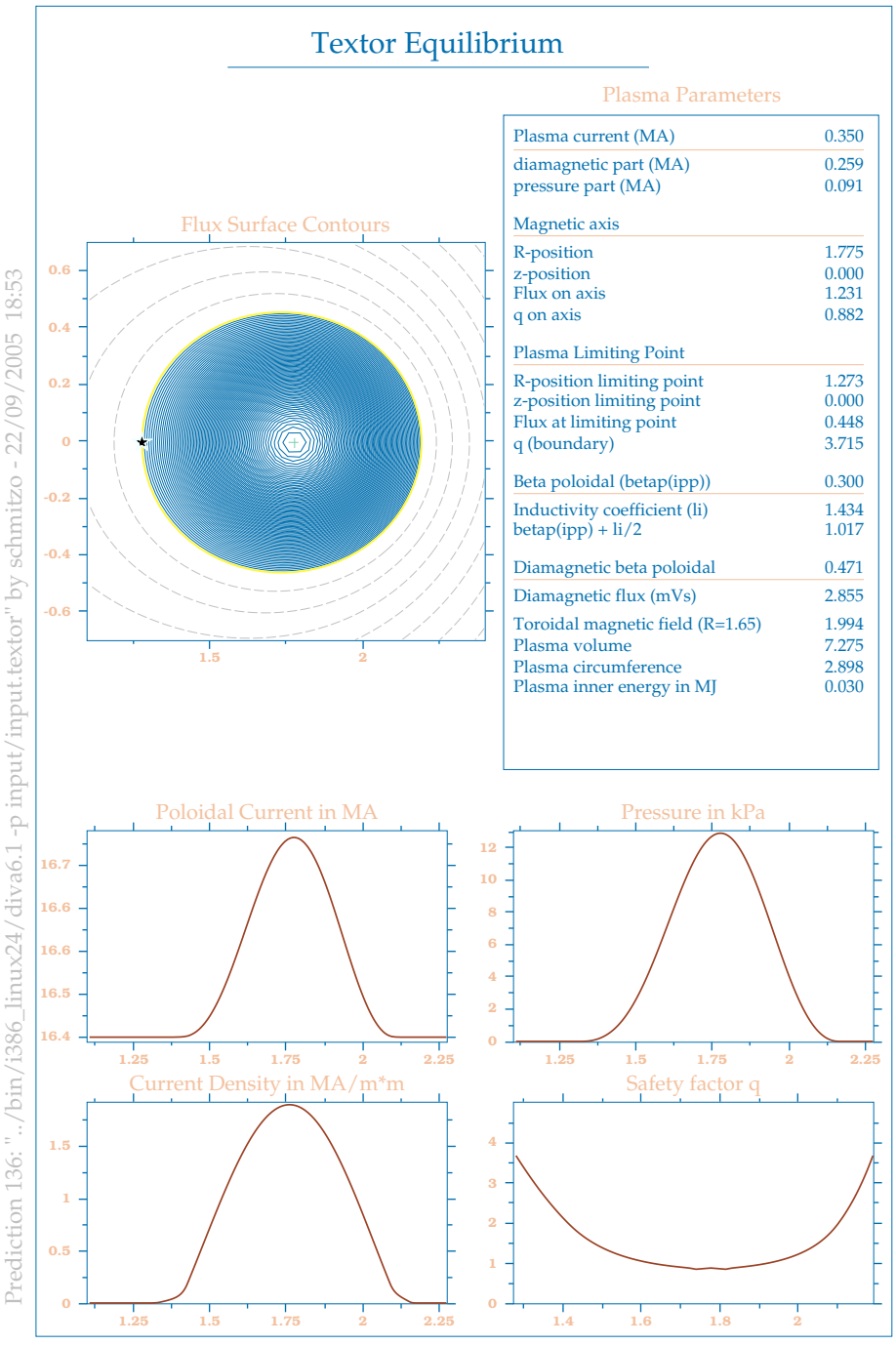


Abbildung 5.1: DIVA Ausgabe der Gleichgewichtsparameter für die Entladung #95896.

und für die 3/1-Basismodenkonfiguration ein Störstrom von $I_{DED} = 2.5$ kA angenommen. Die Abfalllängen auf der äußeren Begrenzung des Simulationsgebietes wurden für die Dichte (λ_n) und den parallelen Impuls (λ_M) auf 2.1 cm abgeschätzt, und die Abfalllängen für die Ionen- und Elektronentemperatur (λ_T) auf 5 cm (siehe Kapitel 4.1.3). Der Wärmefluss aus dem Kernplasma in das Simulationsgebiet wurde aus dem Experiment bestimmt und beträgt $Q = 600$ kW. Die senkrechten Diffusionskoeffizienten für die Teilchen D und die Energie χ wurden für alle Simulationen auf typische Werte von $D = 1\ \frac{\mathrm{cm}^2}{\mathrm{s}}$ und $\chi = 3\ \frac{\mathrm{cm}^2}{\mathrm{s}}$ gesetzt. Die Dichte bei $r_{min} \approx 37$ cm wurde bei allen Simulationen auf $n_0 = 1.2 \times 10^{13}\ \frac{1}{\mathrm{cm}^3}$ skaliert.

5.1.1 Simulationsergebnisse für alle Basismodenkonfigurationen des DED's

In den Abbildungen 5.2 bis 5.7 sind die Simulationsergebnisse für die unterschiedlichen Basismodenkonfigurationen des DED's (kein Störfeld, 12/4-, 6/2- und 3/1-Konfiguration) zusammenfassend dargestellt. In allen Abbildungen ist jeweils von oben links nach unten rechts ein zweidimensionaler Schnitt der Elektronen- bzw. Ionendichte, des parallelen Strömungsprofils, der Elektronen- und Ionentemperatur sowie der Magnetfeldtopologie anhand der Verteilung der gesamten und der kürzesten Verbindungslänge der Magnetfeldlinien dargestellt. Die Aussparung am oberen Rand in der Mitte ($r > 47.7$ cm, $\theta = 117° - 243°$) in den einzelnen Abbildungen entspricht der DED-Oberfläche. Die Aussparung links davon ($\theta \approx 310°$) stellt den ALT-II Limiter dar. Nur in Abbildung 5.4 für die Simulationsergebnisse des DED's in der 12/4-Basismodenkonfiguration ist der ALT-II Limiter nicht enthalten. In allen anderen Simulationen war der ALT-II Limiter kurz hinter der letzten geschlossenen magnetischen Flussfläche, die bei dieser Plasmaposition durch den DED definiert wird, bei $r_{ALT} = 47$ cm positioniert. In Abbildung 5.5 sind noch einmal Simulationsergebnisse für die 12/4-Basismodenkonfiguration des Störfeldes mit ALT-II Limiter dargestellt. In dieser Simulation wurde jedoch die Dichte auf der inneren Begrenzung der Simulationsdomäne leicht auf $n_0(r = 37\mathrm{cm}) = 1.4 \times 10^{13}\ \frac{1}{\mathrm{cm}^3}$ erhöht, um den in Kapitel 4.3.1 erwähnten "Pump-Effekt" der alten Oberflächenbeschreibung des DED's zu untersuchen. Diese Dichteerhöhung wirkt sich dabei vor allem auf die Temperatur der Elektronen und Ionen aus, da der Wärmefluss vom Kernplasma in die Randschicht dabei konstant bei $Q = 600$ kW gehalten wurde. Durch die Erhöhung der Dichte sinkt dabei aufgrund des konstanten Wärmeflusses in das Simulationsgebiet die Elektronentemperatur auf der inneren Begrenzung des Simulationsgebietes von 105 eV auf 90 eV und die Ionentemperatur auf der inneren Begrenzung von 120 eV auf 100 eV.

Ohne Störfeld

Betrachten wir zunächst die Simulationsergebnisse für den Fall ohne Störfeld (Abbildung 5.2). In diesem Fall entstehen für die Dichte und die Temperatur der Elektronen und Ionen die für einen Tokamak typischen radial nach außen abfallende Profile ohne nennenswerte Strukturen. Dies war auch aufgrund der toroidalen Symmetrie des Magnetfeldes nicht anders zu erwarten. Lediglich die Dichte ist auf einer magnetischen Flussfläche im Bereich vor der DED-Oberfläche leicht erhöht. Dies liegt an den rezyklierten neutralen Wasserstoffatomen, die in diesem Bereich ionisieren, und dadurch zu einer Volumenquelle für die Plasmadichte werden. Am parallelen Geschwindigkeitsprofil erkennt man, daß das Plasma die beiden Limiteroberflächen des DED's und des ALT-II Limiters jeweils von beiden Seiten anströmt, und an deren Oberfläche das Bohm-Kriterium mit einer Machzahl von eins erreicht.

Anhand des Verbindungslängenprofils erkennt man, daß sich drei Bereiche in der Abschälschicht mit unterschiedlicher Verbindungslänge ausbilden. Vom Kernplasma nach außen gehend kommt zunächst ein etwa 2 cm breiter Bereich, in der die Verbindungslänge etwa 23 m beträgt und die magnetischen Feldlinien alle auf die DED-Oberfläche verbinden. Geht man noch weiter nach außen, so schneiden die magnetischen Feldlinien auch die ALT-II Oberfläche, so daß alle

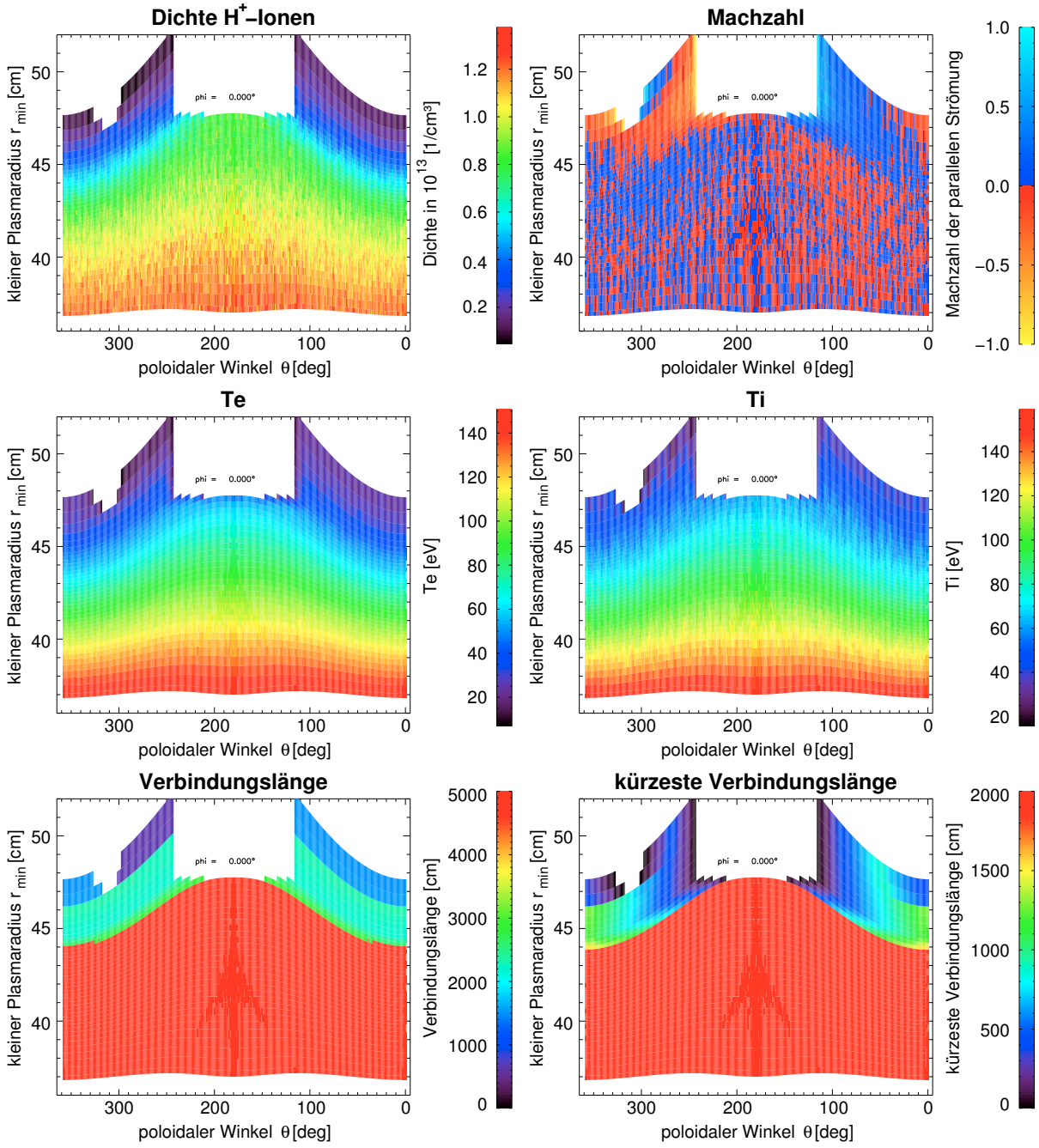


Abbildung 5.2: Simulationsergebnisse (Plasmadichte, parallele Geschwindigkeit, Elektronen- und Ionentemperatur sowie Verbindungslänge und kürzeste Verbindungslänge der Feldlinien) für die Entladung #95896 ohne Störfeld. Randbedingungen: $I_{DED} = 0$ kA, $n_0(r \approx 37\text{ cm}) = 1.2 \times 10^{13}\ \frac{1}{\text{cm}^3}$, $Q = 600$ kW,$\lambda_n = \lambda_M = 2.1$ cm, $\lambda_T = 5$ cm, $D = 1\ \frac{\text{cm}^2}{\text{s}}$, $\chi = 3\ \frac{\text{cm}^2}{\text{s}}$.

Feldlinien in diesem Bereich von der DED-Oberfläche zur ALT-II Oberfläche verbinden. Da der ALT-II Limiter nicht symmetrisch zum DED Limiter bei einem poloidalen Winkel von $\theta = 0°$ platziert ist, bilden sich zwei Bereiche mit unterschiedlicher Verbindungslänge rechts ($L_C \approx 7$ m) und links ($L_C \approx 16$ m) in poloidaler Richtung vom ALT-II Limiter aus. Dies spiegelt sich auch in den Profilen der Dichte und der Temperatur der Elektronen und Ionen wider. Man kann erkennen, daß rechts neben dem ALT-II Limiter, in dem Bereich mit der kürzeren Verbindungslänge, sich leicht niedrigere Dichten sowie Elektronen- und Ionentemperaturen ausbilden als links neben dem ALT-II Limiter, wo die Verbindungslänge in der Abschälschicht größer ist. Anhand dieser Verbindungslängenprofile lässt sich außerdem auch feststellen, daß die Magnetfeldtopologie im EMC3-Code richtig wiedergegeben wird und somit das Magnetfeldgitter keine Fehler aufweist.

Der Staupunkt der Plasmaströmung lässt sich in einem linearen Recyclingregime aus dem "kürzeste Verbindungslängenprofil" ablesen. Da die DED-Oberfläche symmetrisch auf der Hochfeldseite bei einem poloidalen Winkel von $\theta = 180°$ lokalisiert ist, sind im inneren Bereich der Abschälschicht die magnetischen Feldlinien auf der Niederfeldseite bei $\theta = 0°$ am weitesten von der Wand entfernt (grüner Bereich im "kürzeste Verbindungslängenprofil"). Dort befindet sich, wie man an dem Profil der parallelen Geschwindigkeit ablesen kann, auch der Staupunkt im inneren Bereich der Abschälschicht. Weiter außen, wo die magnetischen Feldlinien auch die ALT-II Oberfläche schneiden, bilden sich zwei Staupunkte aus. Einer rechts neben der DED-Oberfläche bei $\theta \approx 50°$ (türkiser Bereich im "kürzeste Verbindungslängenprofil"), und einer links neben der DED-Oberfläche bei $\theta \approx 270°$ (blauer Bereich im "kürzeste Verbindungslängenprofil"). Diese Positionen der Staupunkte lassen sich genau im Profil der parallelen Geschwindigkeit identifizieren.

Im Anhang B wird detailliert noch ein einfaches eindimensionales Abschälschichtmodell abgeleitet. Dabei wurden in den Gleichungen für die parallele Geschwindigkeit (B.16) und die Dichte (B.17) noch an der Wand lokalisierte Ionisationsquellen berücksichtigt. Vernachlässigt man auch diese, und nimmt nur eine entlang der Feldlinie konstante Teilchenquelle an, die aus dem senkrechtem Teilchentransport herrührt, so gehen die Gleichungen (B.16) und (B.17) in das sogenannte "simple SOL" Modell über. Für die Dichte $n(x_\parallel)$ und die Machzahl $M(x_\parallel)$ gilt dann

$$n(x_\parallel) = \frac{x_\parallel}{L}\frac{n_L}{M(x_\parallel)} \tag{5.1}$$

$$M(x_\parallel) = \frac{L}{x_\parallel} - \frac{L}{x_\parallel}\sqrt{1-\frac{x_\parallel^2}{L^2}}. \tag{5.2}$$

Dabei ist c_s die Ionenschallgeschwindigkeit, n_L die Dichte an der Wand und $2L$ die parallele Länge der Abschälschicht. Entwickelt man Gleichung (5.1) nach Einsetzen von (5.2) für die Teilchendichte um $x_\parallel = 0$ in eine Reihe, so erhält man

$$n(x_\parallel \approx 0) = 2n_L - \frac{n_L}{2L^2}x_\parallel^2 + \mathcal{O}(x_\parallel^4). \tag{5.3}$$

Daran erkennt man, daß im einfachen Abschälschichtmodell die Dichte am Staupunkt bei $x_\parallel = 0$ doppelt so groß ist wie an den Wänden.

Da mit dem EMC3-Code nun auch parallele Profile entlang einer Feldlinie ausgegeben werden können (siehe Kapitel 4.2.5), kann in Abbildung 5.3 ein Vergleich zwischen den Simulationsergebnissen des EMC3-Codes für den Fall ohne Störfeld mit diesem einfachen Abschälschichtmodell durchgeführt werden. In Rot sind dabei die Simulationsergebnisse des EMC3-Codes unter Berücksichtigung der von EIRENE selbstkonsistent berechneten Ionisations-, Impuls- und Energiequellen aufgrund von Stößen zwischen den Plasma- und den Neutralteilchen für eine Feldlinie, die am Beginn der Abschälschicht von einer DED-Kante zur anderen DED-Kante

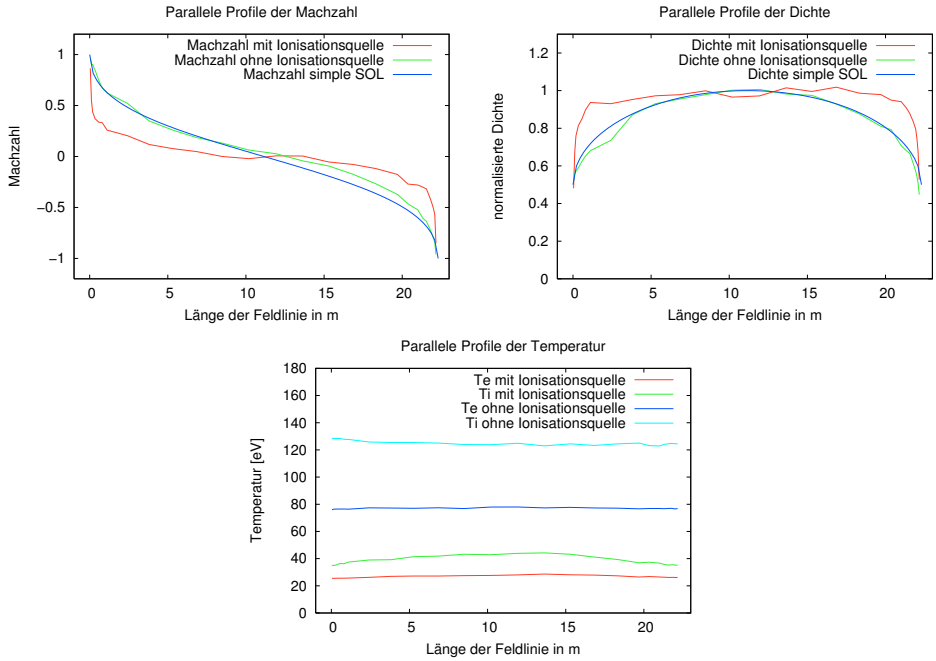


Abbildung 5.3: Parallele Profile entlang einer Feldlinie der Machzahl (links) und der Dichte (rechts) für den Fall mit Ionisationsquellen (Rot) und ohne (Grün). Zusätzlich sind auch noch die Ergebnisse eines einfachen eindimensionalen Abschälschichtmodells (simple SOL) in Blau dargestellt. In der unteren Abbildung sind die Elektronen- und Ionentemperaturprofile mit und ohne Ionisationsquellen dargestellt.

verbindet, dargestellt. Die Dichte wurde dabei auf die Dichte am Staupunkt normalisiert. Dabei erkennt man, daß die Dichte und die Machzahl viel steiler zur Wand hin abfallen als im einfachen Abschälschichtmodell (blaue Kurven). Da in dem einfachen Abschälschichtmodell aber die Ionisationsquellen vernachlässigt wurden, wurde zusätzlich noch eine Simulation durchgeführt, bei der im EMC3-Code auch die Einflüsse der Neutralteilchen abgeschaltet wurden (grüne Kurven). Hier erhält man eine gute Übereinstimmung mit dem einfachen Abschälschichtmodell. Die leichten Asymmetrien enstehen dabei durch den asymmetrischen Aufbau des ALT-II Limiters. Im unteren Bild von Abbildung 5.3 sind noch die parallelen Elektronen- und Ionentemperaturprofile mit und ohne Einfluss der Neutralteilchen (Ionisations-, Impuls- und Energiequellen) dargestellt. Hier erkennt man, daß sich mit Einfluss der Neutralteilchen die isotherme Annahme des einfachen Abschälschichtmodells für die Elektronen (Rot) bestätigen, die Ionentemperatur (Grün) nimmt hingegen zu den Wänden leicht ab. Wird der Einfluss der Neutralteilchen hingegen unterdrückt, so erhält man für die Elektronen- (Blau) und die Ionentemperatur (Hellblau) konstante Profile. Das bedeutet, daß der EMC3-Code diese analytische Lösung in einer einfachen Geometrie numerisch reproduzieren kann. Dies ist maßgeblich, um auch den Simulationsergebnissen des EMC3-Codes in den komplexen magnetischen Topologien mit Störfeld des DED's, in denen nicht so leicht Vergleiche mit einfachen Abschälschichtmodellen durchgeführt werden können, trauen zu können.

Im Anhang B.2 ist zusätzlich noch der Einfluss von an der Wand lokalisierten Ionisationsquellen in diesem einfachen Abschälschichtmodell untersucht worden. Dabei hat sich ein ähnliches Ergebniss (steilere Profile) wie mit dem EMC3-Code ergeben.

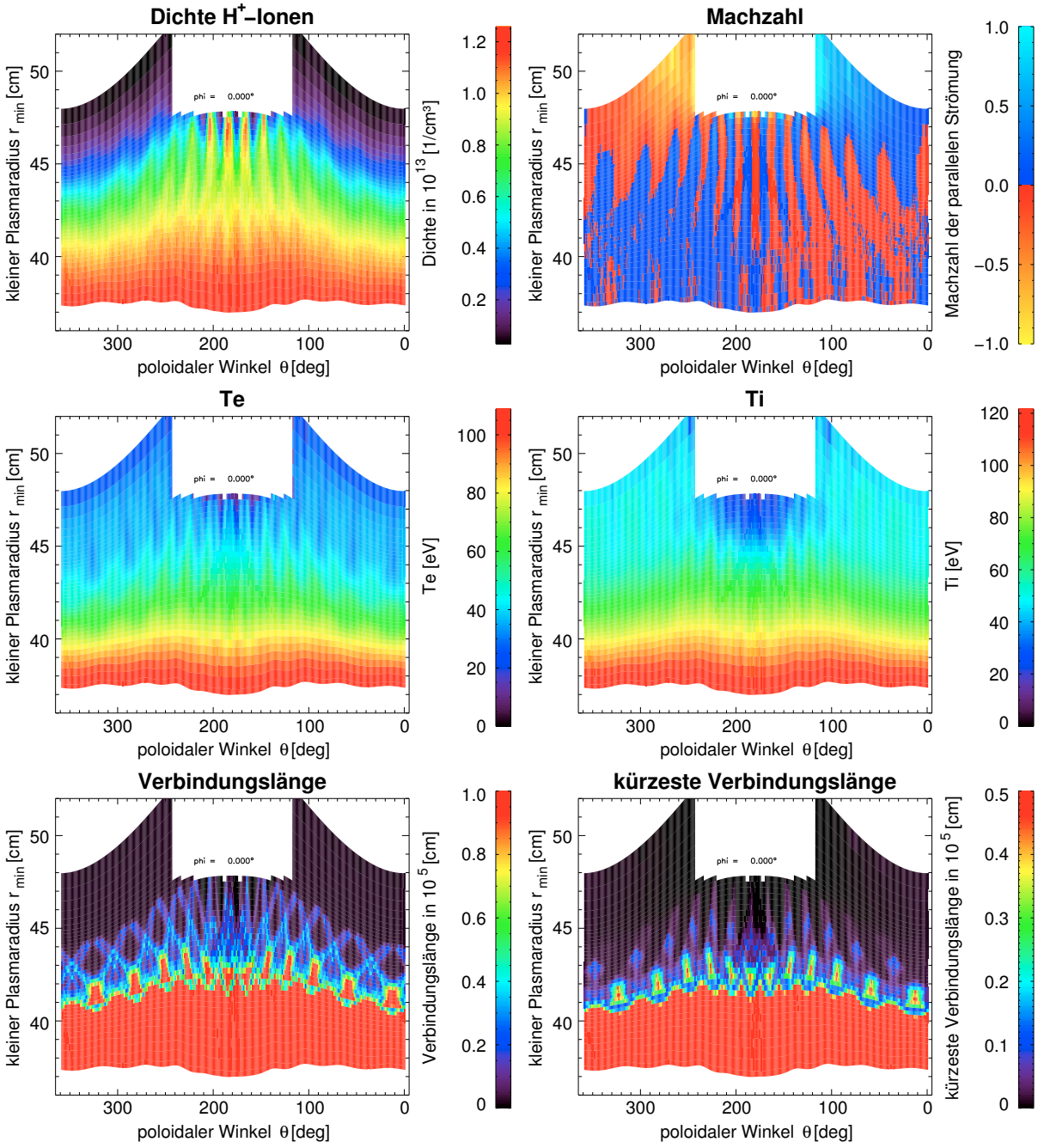


Abbildung 5.4: Simulationsergebnisse (Plasmadichte, parallele Geschwindigkeit, Elektronen- und Ionentemperatur sowie Verbindungslänge und kürzeste Verbindungslänge der Feldlinien) für die Entladung #95895 mit Störfeld in der 12/4-Basismodenkonfiguration des DED's. In dieser Simulation ist der ALT-II Limiter noch nicht integriert. Randbedingungen: $I_{DED} = 13.5$ kA, $n_0(r \approx 37 \text{ cm}) = 1.2 \times 10^{13}$ $\frac{1}{\text{cm}^3}$, $Q = 600$ kW,$\lambda_n = \lambda_M = 2.1$ cm, $\lambda_T = 5$ cm, $D = 1$ $\frac{\text{cm}^2}{\text{s}}$, $\chi = 3$ $\frac{\text{cm}^2}{\text{s}}$.

DED in 12/4-Basismodenkonfiguration

Wird nun das Störfeld des DED's eingeschaltet, so prägt dieses Strukturen auf die Profile der Plasmaparameter auf. Wir betrachten dazu zunächst nur die Störfeldkonfiguration mit den größten Modenzahlen (12/4-Basismodenkonfiguration des DED's). Die Simulationsergebnisse sind in Abbildung 5.4 dargestellt. Bei dieser Simulation war der ALT-II Limiter noch nicht implementiert, aber die Randbedingung für die Dichte auf der inneren Begrenzung $\left(n_0(r \approx 37 \text{ cm}) = 1.2 \times 10^{13} \frac{1}{\text{cm}^3}\right)$ war die gleiche wie bei der Simulation ohne Störfeld (Abb. 5.2).

Durch das resonante Störfeld entsteht eine sehr komplexe Magnetfeldstruktur, die sich deutlich in den Verbindungslängenprofilen widerspiegelt. Man kann erkennen, wie in Kapitel 2.2 schon dargestellt, daß sich eine kreuzende Struktur aus ergodischen Fingern ausbildet, die rautenförmig größere Flussröhren von Magnetfeldlinien mit kurzer Verbindungslänge (laminare Flussröhren mit einem poloidalen Umlauf) einschließt. In diesen laminaren Flussröhren können die Teilchen und Energie schnell in paralleler Richtung zum Magnetfeld auf die Wand abgeführt werden. Dadurch sinkt die Dichte und vor allem die Elektronentemperatur in diesen laminaren Flussröhren, und es entsteht in poloidaler Richtung eine Modulation der Dichte und der Elektronentemperatur[20]. Der Effekt ist auch bei der Ionentemperatur zu beobachten, aber nicht so stark ausgeprägt wie bei der Elektronentemperatur. Detailliertere Untersuchungen dazu sind noch in Kapitel 5.1.3 und 5.2.3 zusammengestellt. Die ergodischen Finger bilden sich von innen nach außen bis zur letzten geschlossenen magnetischen Flussfläche des ungestörten Falls aus und führen auf der DED-Oberfläche zu einer Streifenstruktur der Teilchen- und Energiedeposition (siehe nächstes Kapitel 5.1.2).

Vor der DED-Oberfläche prägen sich in dem Dichteprofil besonders starke Fingerstrukturen mit hoher Dichte entlang der ergodischen Finger aus. Zwischen diesen Fingern sinkt die Dichte sehr stark ab, da in diesen Bereichen die private Flusszone mit besonders kurzen Verbindungslängen (weniger als ein poloidaler Umlauf) liegt. Innerhalb der Finger steigt die Dichte auf Werte ähnlich der Dichte auf der inneren Begrenzung des Simulationsgebietes ($\approx 1.2 \times 10^{13} \frac{1}{\text{cm}^3}$) an. Dies ist in den Simulationen von Abbildung 5.4 leicht überschätzt, da bei diesen Rechnungen noch nicht die Seitenflächen des DED's als rezyklierende Flächen implementiert wurden. Dadurch tritt der in Kapitel 4.3.1 beschriebene numerische "Pump-Effekt" auf, was zu einer Überschätzung der Ionisationsquellen vor der DED-Oberfläche führt und zu Lasten der Bereiche neben dem DED geht. In Abbildung 5.5 sind noch einmal Simulationergebnisse mit der ALT-II Oberfläche und den DED-Seitenflächen als rezyklierende Flächen zusammengestellt. Obwohl die Dichte auf der inneren Begrenzung des Simulationsgebietes in diesen Rechnungen höher ist als ohne rezyklierende DED-Seitenflächen und ALT-II Limiter, und damit auch der totale Recyclingfluss größer ist ($n_0(r \approx 37 \text{ cm}) = 1.4 \times 10^{13} \frac{1}{\text{cm}^3}$ bzw. $\Gamma_{rec} = 783$ A mit ALT-II und DED-Seitenflächen zu $n_0(r \approx 37 \text{ cm}) = 1.2 \times 10^{13} \frac{1}{\text{cm}^3}$ bzw. $\Gamma_{rec} = 700$ A ohne ALT-II und DED-Seitenflächen), liegt die maximale Dichte innerhalb der Fingerstruktur vor der DED-Oberfläche jetzt nur bei ca. $0.9 \times 10^{13} \frac{1}{\text{cm}^3}$. Dies liegt daran, daß die Neutralteilchendichte neben der DED-Oberfläche zu Lasten der Neutralteilchendichte vor der DED-Oberfläche steigt und sich somit auch die Ionisationsquellen verlagern. Dadurch werden nicht mehr so viele Atome innerhalb der Finger mit langen Verbindungslängen ionisiert, und die Plasmadichte sinkt in diesem Bereich ab.

Die Erhöhung der Plasmadichte vor der DED-Oberfläche macht sich auch in der Temperatur der Ionen bemerkbar. Dort sinkt die Temperatur der Ionen lokal vor der DED-Oberfläche, da die Energie auf mehr Plasmaionen verteilt wird. Diese Kühlung ist in der Simulation ohne erweiterte rezyklierende Flächen (Abbildung 5.4) stärker ausgeprägt als in der mit zusätzlichen rezyklierenden Flächen (Abbildung 5.5), da wie oben beschrieben die Dichte in diesem Fall vor der DED-Oberfläche größer ist. Auf die Temperatur der Elektronen hat dies kaum eine Auswirkung,

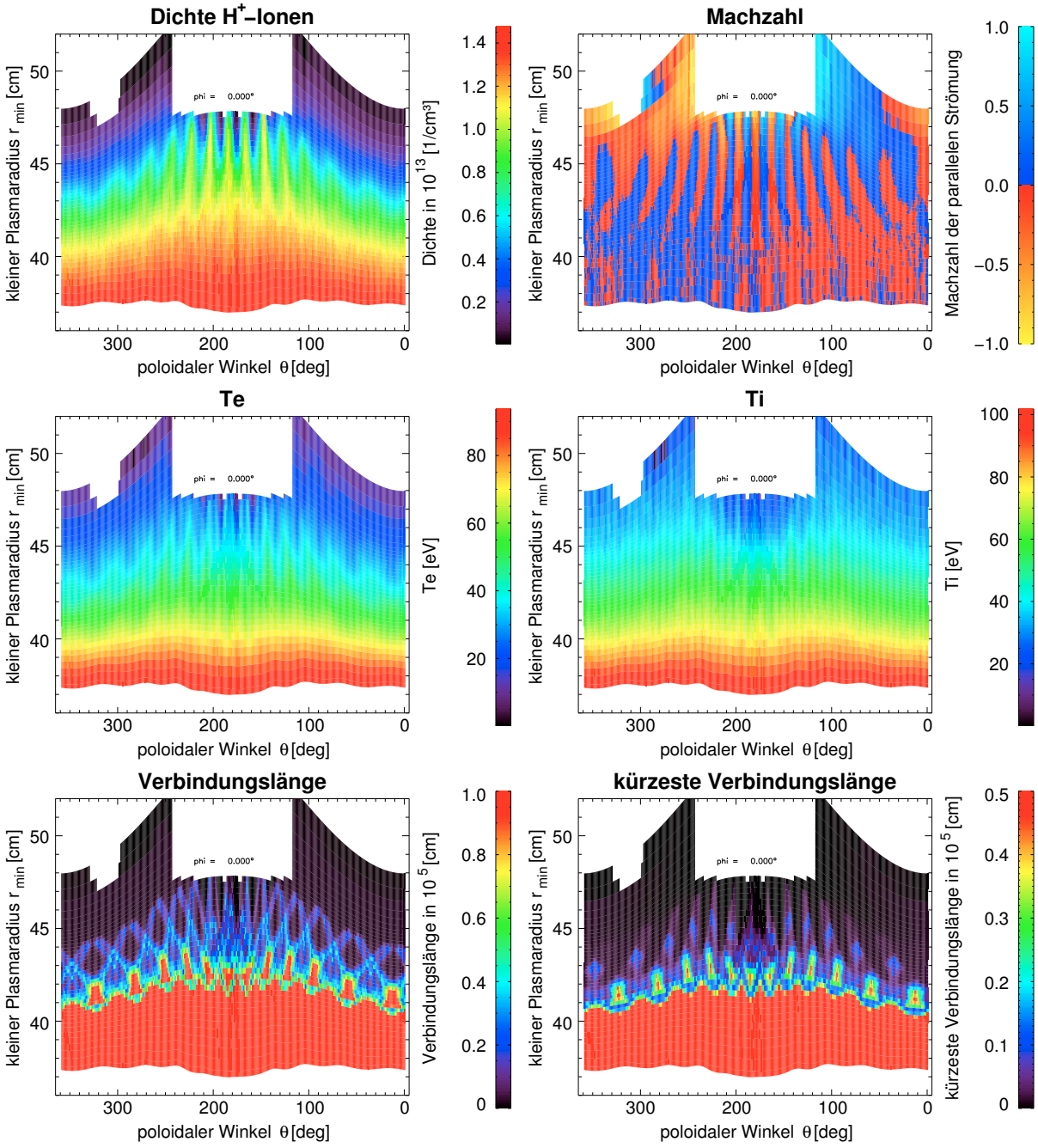


Abbildung 5.5: Simulationsergebnisse (Plasmadichte, parallele Geschwindigkeit, Elektronen- und Ionentemperatur sowie Verbindungslänge und kürzeste Verbindungslänge der Feldlinien) für die Entladung #95895 mit Störfeld in der 12/4-Basismodenkonfiguration des DED's. Randbedingungen: $I_{DED} = 13.5$ kA, $n_0(r \approx 37 \text{ cm}) = 1.4 \times 10^{13}\ \frac{1}{\text{cm}^3}$, $Q = 600$ kW,$\lambda_n = \lambda_M = 2.1$ cm, $\lambda_T = 5$ cm, $D = 1\ \frac{\text{cm}^2}{\text{s}}$, $\chi = 3\ \frac{\text{cm}^2}{\text{s}}$.

da diese aufgrund ihrer wesentlich höheren parallelen Wärmeleitfähigkeit einen Temperaturgradienten parallel zum Magnetfeld sehr schnell ausgleichen können. Die Elektronen werden vor der DED-Oberfläche vor allem in der privaten Flusszone mit sehr kurzen Verbindungslängen (weniger als ein poloidaler Umlauf) gekühlt. Parallel zum Magnetfeld kann dort die Energie der Elektronen sehr schnell zur Wand abfließen, und nur durch senkrechten Transport der Energie sowie durch Stöße zwischen Elektronen und Ionen können die Elektronen in diesem Bereich geheizt werden.

Einen weiteren starken Effekt des Störfeldes des DED's lässt sich auch in dem Profil der parallelen Geschwindigkeit beobachten. Dort führt das Störfeld zu einer Fingerstruktur von antiparallelen Strömungen. Diese sind vor allem nahe der DED-Oberfläche stark ausgeprägt. Weiter innen im Simulationsgebiet wechselt zwar immer noch das Vorzeichen der Strömung, aber der Betrag der Strömung liegt nahe bei Null. Das Profil dieser antiparallelen Strömung wird vor allem durch die Struktur der kürzesten Verbindungslänge bestimmt (siehe Kapitel 4.2 in [32] und [17]). Betrachtet man auch das Vorzeichen der kürzesten Verbindungslänge (in den "kürzeste Verbindungslängenprofilen" hier nicht berücksichtigt), welches angibt, ob die nächste Wand parallel oder antiparallel zum Magnetfeld erreicht wird, so gibt dieses auch das Vorzeichen der vorherrschenden Plasmaströmung an. Lediglich durch eine Überbevölkerung der Flussröhren durch Ionisation von Neutralteichen, welche aufgrund des Bohmschen Kriteriums an der Wand nicht mehr abgeführt werden können, kann lokal noch eine Flussumkehr der Plasmaströmung entstehen (siehe ebenfalls Kapitel 4.2 in [32]).

DED in 6/2-Basismodenkonfiguration

Wird nun das Störfeld des DED's mit einer geringeren Modenzahl in der 6/2-Basismodenkonfiguration verwendet (siehe Abbildung 5.6), so fällt auf, daß die Strukturen größer werden und sich nur noch halb so viele Strukturen in poloidaler Richtung ausprägen. Dies liegt natürlich daran, daß auch die poloidale Modenzahl gegenüber der 12/4-Basismodenkonfiguration halbiert wurde. Den selben Effekt würde man auch in toroidaler Richtung beobachten, wenn man den kleinen Plasmaradius r_{min} gegenüber dem toroidalen Winkel φ auftragen würde, da auch die toroidale Modenzahl halbiert wurde. Außerdem prägen sich die Strukturen in den Dichte- und den Temperaturprofilen der Elektronen und Ionen deutlicher aus als in der 12/4-Basismodenkonfiguration des DED's. Das liegt zum einen daran, daß die senkrechten Transportkoeffizienten ($D = 1.0\ \frac{\mathrm{cm}^2}{\mathrm{s}}$, $\chi = 3.0\ \frac{\mathrm{cm}^2}{\mathrm{s}}$) etwas kleiner sind als in den Simulationen der 12/4-Basismodenkonfiguration, und zum anderen an den größeren Strukturen der 6/2-Basismodenkonfiguration des DED's. Dadurch können die Strukturen durch den senkrechten Transport nicht so stark "ausgeschmiert" werden.

Bei diesen Simulationen fällt auf, daß in den von innen gesehenen zweiten radialen Zellen ($r_{min} \approx 37$ cm bei $\theta = 0°$) eine poloidale Modulation der Dichte, der Ionentemperatur und vor allem der Elektronentemperatur auftritt. Dies liegt daran, daß die Auflösung dieser Zelle in radialer Richtung sehr grob ist und noch ergodische Bereiche der remanenten (nicht vollständig ergodisierten) 5/2-er Inselkette in diese Zellen hinein reichen (vgl. Verbindungslängenprofil mit Poincaré-Plot in Abbildung 5.6). Dies wird auch anhand des "kürzeste Verbindungslängenprofils" deutlich, da in den Bereichen, in denen die Dichte bzw. die Temperatur reduziert ist, noch Feldlinien existieren, die zumindest in eine Richtung eine relativ kurze Verbindung zur Wand haben. Da die parallele Wärmeleitfähigkeit der Elektronen viel schneller als die der Ionen ist, bildet sich diese Kühlung auch stärker im Profil der Elektronentemperatur aus.

DED in 3/1-Basismodenkonfiguration

Zuletzt betrachten wir noch eine Simulation für die 3/1-Basismodenkonfiguration des DED's. Die Ergebnisse dieser Rechnung sind in Abbildung 5.7 dargestellt. Auch in dieser Simulation

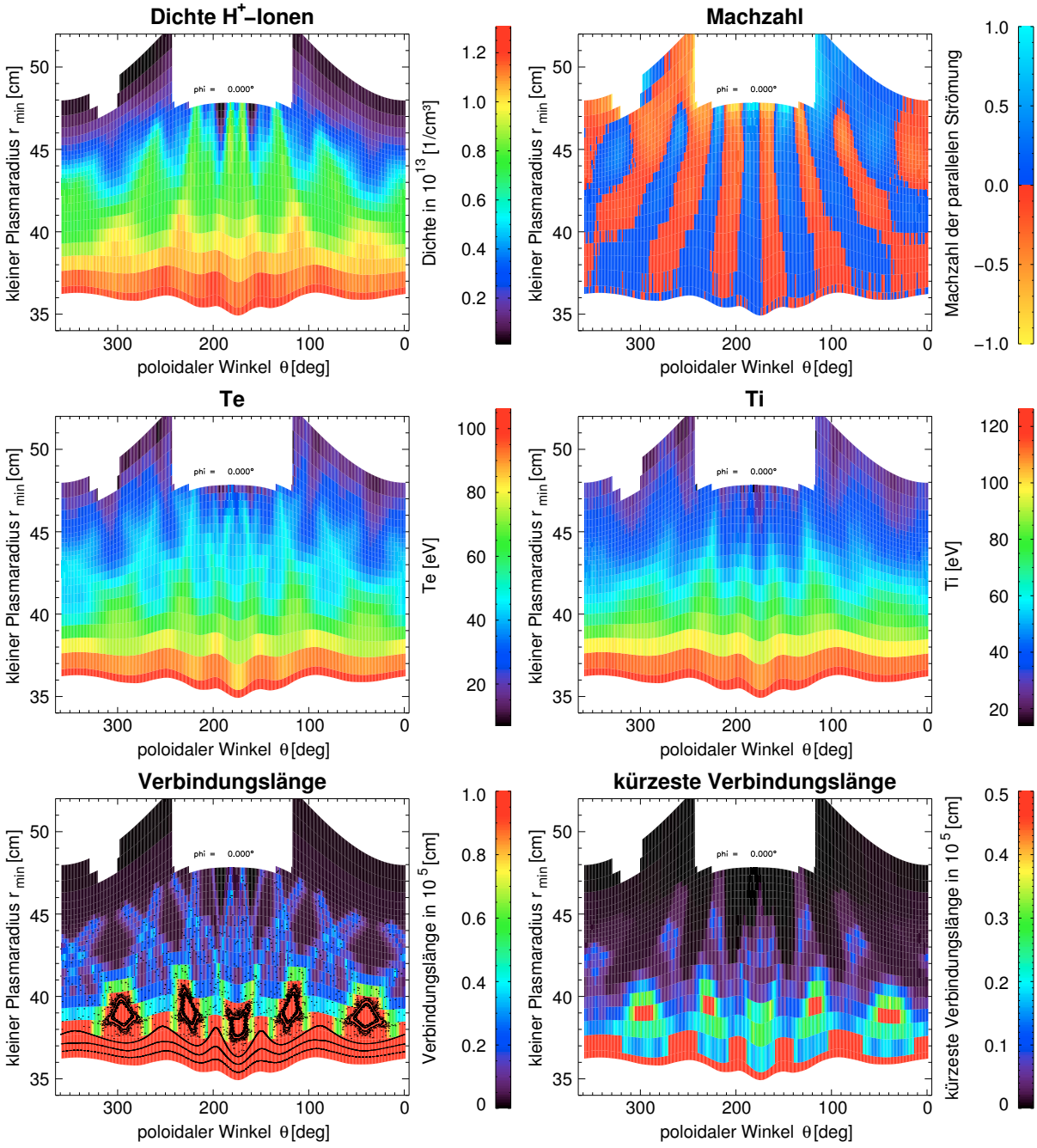


Abbildung 5.6: Simulationsergebnisse (Plasmadichte, parallele Geschwindigkeit, Elektronen- und Ionentemperatur sowie Verbindungslänge und kürzeste Verbindungslänge der Feldlinien) mit dem Gleichgewicht von Entladung #95896 und Störfeld in der 6/2-Basismodenkonfiguration des DED's. Randbedingungen: $I_{DED} = 6$ kA, $n_0(r \approx 37 \text{ cm}) = 1.2 \times 10^{13}\ \frac{1}{\text{cm}^3}$, $Q = 600$ kW,$\lambda_n = \lambda_M = 2.1$ cm, $\lambda_T = 5$ cm, $D = 1.0\ \frac{\text{cm}^2}{\text{s}}$, $\chi = 3.0\ \frac{\text{cm}^2}{\text{s}}$.

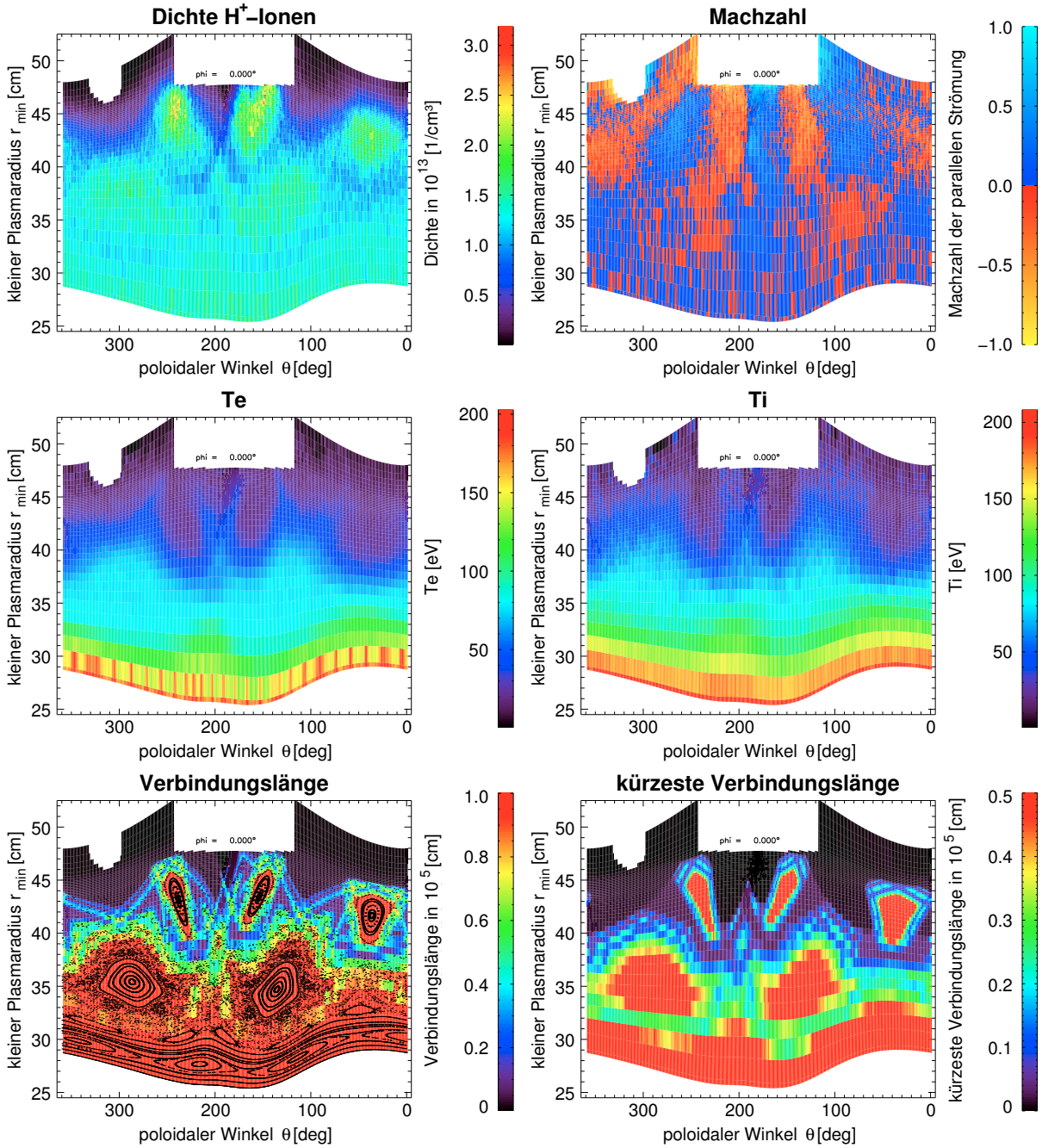


Abbildung 5.7: Simulationsergebnisse (Plasmadichte, parallele Geschwindigkeit, Elektronen- und Ionentemperatur sowie Verbindungslänge und kürzeste Verbindungslänge der Feldlinien) mit dem Gleichgewicht von Entladung #95896 und Störfeld in der 3/1-Basismodenkonfiguration des DED's. Randbedingungen: $I_{DED} = 2.5$ kA, $n_0(r \approx 37 \text{ cm}) = 1.2 \times 10^{13}\ \frac{1}{\text{cm}^3}$, $Q = 600$ kW,$\lambda_n = \lambda_M = 2.1$ cm, $\lambda_T = 5$ cm, $D = 1.0\ \frac{\text{cm}^2}{\text{s}}$, $\chi = 3.0\ \frac{\text{cm}^2}{\text{s}}$.

werden die Strukturen, die das resonante Störfeld auf die Plasmaparameter aufprägt, wieder größer, da auch hier, im Vergleich zur 6/2-Basismodenkonfiguration, die poloidale und toroidale Modenzahl halbiert wurde.

In dem Verbindungslängenprofil fällt auf, daß die 3/1-Inselkette noch nicht vollständig ergodisiert ist. Sie bildet einen geschlossenen magnetischen Flußschlauch von in sich geschlossenen Feldlinien aus. Da dieser Flußschlauch sehr nahe an der DED-Oberfläche vorbeiführt und über die kürzeren Feldlinien um die remanente Insel die Teilchen auf die DED-Oberfläche abgeführt werden, rezyklieren die neutralen Wasserstoffatome auch in der Nähe dieses Flußschlauches. Dadurch bildet sich nahe des Flußschlauches eine Volumenquelle für die Plasmateilchen, die den Flußschlauch aus geschlossenen magnetischen Feldlinien füllen kann. Da innerhalb der geschlossenen Feldlinien die Plasmateilchen nicht schnell auf die Wand abgeführt werden können, steigt die Dichte in diesem Bereich stark an. Dieser Effekt wird auch noch deutlicher, wenn der totale Recyclingfluss erhöht wird (siehe Kapitel 5.1.4). Durch den starken Anstieg der Dichte in der remanenten 3/1-Inselkette und dadurch, daß für die Energie keine zusätzliche Quelle existiert (in die Insel kann die Energie nur diffusiv über $q_\perp$ eindringen), sinkt in diesen Bereichen die Temperatur der Elektronen und der Ionen stark ab.

Weiter innen bei $r \approx 35$ cm prägt sich die Struktur der 2/1-Inselkette aus. Innerhalb dieser Inselkette, in den Bereichen, in denen noch geschlossene Feldlinien existieren, steigt die Dichte auch etwas an. Die Elektronen und Ionen werden dort aber nicht so stark gekühlt, da die Befüllung der 2/1-Inseln für die Teilchen und die Energie über den gleichen Mechanismus (den senkrechten Transport) erfolgt, und dort nicht wie bei den 3/1-Inseln eine zusätzliche Volumenquelle von kalten Teilchen existiert.

Auffallend ist auch das Streifenmuster in der Elektronentemperatur innerhalb der zweiten radialen Gitterzellen ($r_{min} \approx 30$ cm bei $\theta = 0°$). Dies liegt ähnlich wie bei der Simulation für die 6/2-Basismodenkonfiguration an der groben radialen Gitterauflösung dieser Zellkette und ist ein rein numerischer Effekt. Da in diesem Bereich noch eine schmale Inselkette existiert, die nicht durch die Zellbreite aufgelöst wird (siehe Verbindungslängenprofil mit überlagertem Poincaré-Plot), können die Unterschiede zwischen X- und O-Punkt der Inseln nicht vernünftig aufgelöst werden. Durch Erhöhung der Monte-Carlo-Teilchenzahl umden Faktor 10-20 kann dieses Streifenmuster noch reduziert werden, wird aber bei dieser Gitterauflösung nicht vollständig verschwinden. Zu beachten ist dabei, daß der Transport der Monte-Carlo-Teilchen durch diese grobe Auflösung nicht beeinträchtigt wird, sondern nur das Zählen der Gewichte der Monte-Carlo-Teilchen, und damit die resultierenden Profile der Plasmaparameter.

Recyclingverhalten in Abhängigkeit von der Modenzahl

Da wir jetzt Simulationen für alle Basismodenkonfigurationen des DED's mit dem selben Gleichgewicht und gleichen Transportkoeffizienten durchgeführt haben, können wir jetzt auch den Einfluss der Störfeldkonfiguration auf den totalen Recyclingfluss untersuchen. In Abbildung 5.8 ist der totale Recyclingfluss über der Basismodenkonfiguration des DED's aufgetragen. Dabei wurde in allen Simulationen die Dichte bei der radialen Position $r_{min} \approx 37$ cm auf dem selben Wert $n_0 \approx 1.2 \times 10^{13}\ \frac{1}{\mathrm{cm}^3}$ gehalten.

Bei der Simulation in der 12/4-Basismodenkonfiguration steigt der totale Recyclingfluss um 16% und bei der Simulation in der 6/2-Basismodenkonfiguration um 18% gegenüber der Simulation ohne Störfeld. Das liegt daran, daß durch das Störfeld die geschlossenen Feldlinien auf die Wand abgelenkt werden, und dadurch ein Teil des schnellen parallelen Teilchentransportes effektiv in die radiale Richtung umgeleitet wird. Dadurch steigt der effektive radiale Teilchentransport in diesem Bereich. Dies bedeutet, daß durch die Ergodisierung der Plasmarandschicht die Dichte reduziert wird. Dieser sognenannte "Pump-Out"-Effekt ist ein allgemeiner Befund an allen Experimenten mit stochastisierter Randschicht und ein aktueller Gegenstand der Forschung. In

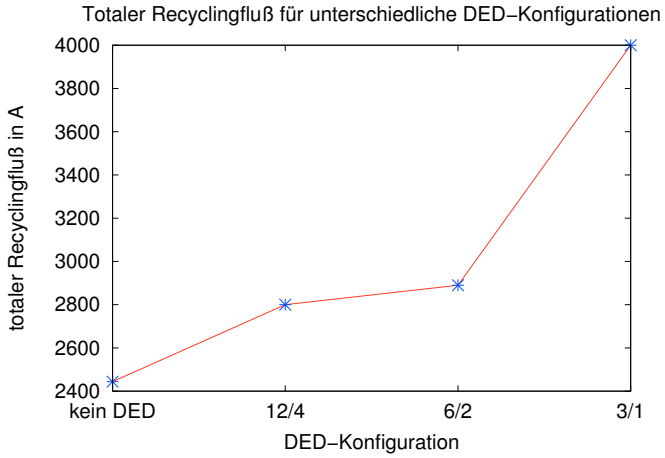


Abbildung 5.8: Totaler Recyclingfluss bei unterschiedlichen Störfeldkonfigurationen des DED's (kein Störfeld, 12/4-, 6/2- und 3/1-Basismodenkonfiguration). Die Dichte des Plasmas wurde dabei bei allen Konfigurationen bei einem kleinen Plasmaradius von $r_{min} \approx 37$ cm konstant bei $n_0 \approx 1.2 \times 10^{13}\ \frac{1}{\mathrm{cm}^3}$ gehalten.

H-Mode ("high-confinement") Plasmen von großen Divertor-Maschinen kann dadurch z.B. die Pedestal-Dichte und deren Dichtegradient unter den Schwellwert reduziert werden, an dem periodische Pedestal-Instabilitäten (ELM's) auftreten, die zu hohen gepulsten Wärmebelastungen der Wände führen [68].

Anders verhält es sich bei der Simulation für die 3/1-Basismodenkonfiguration des Störfeldes. Während der Anstieg des totalen Recyclingflusses bei den Simulationen für die 12/4- und die 6/2-Basismodenkonfiguration sehr ähnlich war, steigt bei der 3/1-Basismodenkonfiguration der totale Recyclingfluss um 64% gegenüber der Simulation ohne Störfeld. Dies deutet darauf hin, daß in der Simulation für die 3/1-Basismodenkonfiguration noch ein weiterer Effekt für die Erhöhung des totalen Recyclingflusses bei konstanter Dichte im Vergleich zu den Simulationen in der 12/4- und der 6/2-Basismodenkonfiguration eine Rolle spielt. Aus diesem Grund wurde zusätzlich das Verhalten des Recyclings in der 3/1-Basismodenkonfiguration durch eine Parameterstudie des totalen Recyclingflusses untersucht. Diese Ergebnisse werden in Kapitel 5.1.4 diskutiert.

5.1.2 Teilchen- und Energiedeposition für alle Basismodenkonfigurationen des DED's

Mit Hilfe des Störfeldes lässt sich die Kontaktfläche zwischen dem Plasma und der DED-Oberfläche beeinflussen, da die Feldlinien gezielt auf die Frontseite des DED's geführt werden können. Diesen Effekt kann man in Abbildung 5.9 erkennen, in der die Teilchen- und Energiedeposition auf die DED-Oberfläche für die unterschiedlichen Störfeldkonfigurationen dargestellt ist. In den oberen beiden Bildern sind die Ergebnisse ohne Störfeld, in der zweiten Zeile die Ergebnisse mit Störfeld in der 12/4-Basismodenkonfiguration, in der dritten Zeile für die 6/2-Basismodenkonfiguration und in den unteren beiden Bildern die Ergebnisse für die 3/1-Basismodenkonfiguration des Störfeldes abgebildet. In den einzelnen Abbildungen ist in dem poloidalen Bereich zwischen $\theta_1 = 117°$ und $\theta_2 = 243°$ die Frontfläche des DED's dargestellt. Die obere und untere Seitenfläche des DED's ist zusätzlich in dem oberen Bereich ($\theta < 117°$) und dem unteren Bereich ($\theta > 243°$) an die Frontfläche angehängt (vergleiche Abbildung 5.10). Die einzelnen Seitenflächen sind natürlich nur bei einem poloidalen Winkel lokalisiert und decken keinen poloidalen Bereich ab. Dies wurde nur aus Darstellungsgründen so visualisiert. Um dies

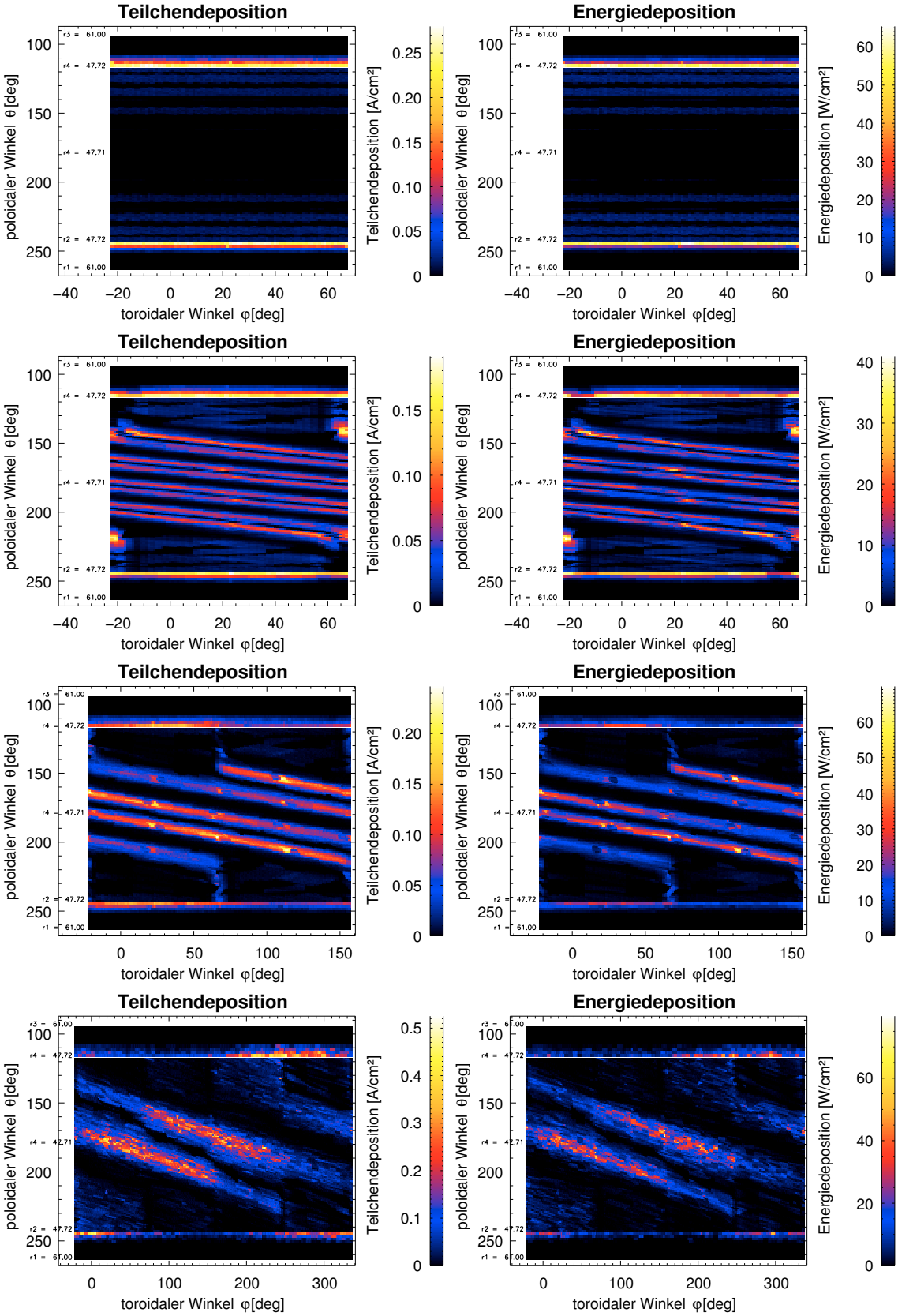


Abbildung 5.9: Teilchen- und Energiedeposition auf der DED-Oberfläche. In der ersten Zeile sind die Ergebnisse ohne Störfeld, und in den folgenden Zeilen die Ergebnisse für das Störfeld in 12/4-, 6/2- und 3/1-Basismodenkonfiguration dargestellt.

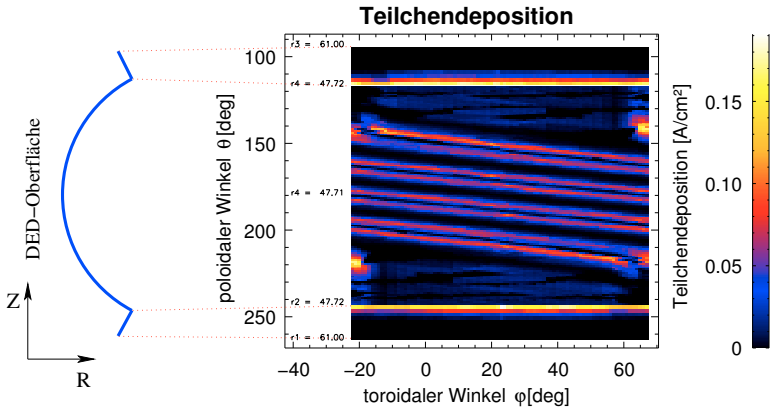


Abbildung 5.10: Darstellung der kompletten DED-Oberfläche in den Depositionsprofilen. Der poloidale Winkel in den Depositionsabbildungen gilt nur für die DED-Frontfläche. Die DED-Seitenflächen sind oberhalb und unterhalb der DED-Frontfläche in einem virtuellen poloidalen Bereich eingeblendet (gepunktete rote Linien).

zu verdeutlichen, sind zusätzlich die kleinen Plasmaradien an den unterschiedlichen Positionen der DED-Oberfläche neben die Depositionsprofile geplottet. So ist z.B. die untere Seitenfläche des DED's bei einem poloidalen Winkel von $\theta = 243°$ lokalisiert und deckt einen radialen Bereich von $r_2 = 47.7$ cm bis $r_1 = 61.0$ cm ab.

In den beiden oberen Bildern für den Fall ohne Störfeld kann man erkennen, daß auf die Frontfläche fast keine Teilchen und Energie deponiert werden. Die größten Teilchen- und Energieflüsse treffen genau auf die beiden Kanten zwischen DED-Frontfläche und den beiden Seitenflächen des DED's und sind etwa um das Zehnfache größer als die Flüsse auf die Frontfläche des DED's. An den Seitenflächen fallen dann die Teilchen- und Energieflüsse exponentiell nach außen ab. Die Teilchen- und Energieflüsse decken dabei nicht den ganzen radialen Bereich der Seitenflächen ab, da das Simulationsgebiet radial nach außen begrenzt ist.

Wird nun das DED-Störfeld eingeschaltet, so bilden sich auf der DED-Frontseite Streifenstrukturen der Teilchen- und Energiedeposition aus. Die Simulationsergebnisse der Teilchen- und Energiedeposition für die 12/4-Basismodenkonfiguration des Störfeldes sind in der zweiten Zeile in Abbildung 5.9 zu sehen. Da das Störfeld in dieser Basismodenkonfiguration eine Vierfach-Symmetrie in toroidaler Richtung aufweist, wurde hier nur ein Viertel des Torus simuliert. Man muss sich also das Depositionsprofil in toroidaler Richtung periodisch fortgesetzt vorstellen. Die Fingerstrukturen, die wir schon in Kapitel 5.1.1 in den Profilen der Verbindungslänge und der Plasmaparameter gesehen haben, führen zu einer Streifenstruktur der Teilchen- und Energiedeposition auf der DED-Frontfläche. In der 12/4-Basismodenkonfiguration des Störfeldes entstehen dabei vier Streifen, wobei jeder Streifen sich noch einmal in zwei Streifen aufspaltet. Das Aufspalten der Streifen hängt dabei vor allem von der Stärke des Störfeldes und den q-Werten des Gleichgewichtes am Rand ab.

Die Ergebnisse für die Teilchen- und Energiedeposition auf der DED-Oberfläche in der 6/2-Basismodenkonfiguration des Störfeldes ist in der dritten Bilderreihe in Abbildung 5.9 dargestellt. Aufgrund der Zweifach-Symmetrie des Störfeldes in der 6/2-Basismodenkonfiguration sind in diesen Darstellungen ein halber Torus ($\Delta\varphi = 180°$) in toroidaler Richtung abgebildet. Durch die Halbierung der poloidalen und toroidalen Modenzahl des Störfeldes im Vergleich zu der 12/4-Basismodenkonfiguration entstehen jetzt nur zwei Streifen, in denen die Teilchen und die Energie deponiert werden. Auch hier spalten sich die zwei Streifen jeweils noch einmal in zwei weitere Streifen auf.

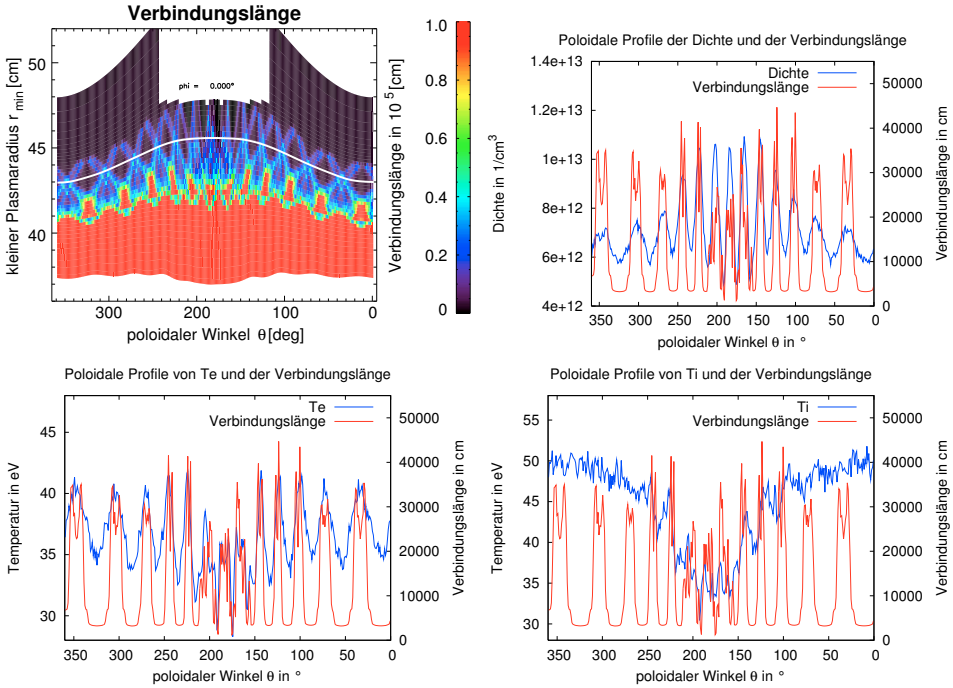


Abbildung 5.11: Poloidale Profile der Verbindungslänge und der Dichte sowie der Elektronen- und Ionentemperatur in 12/4-Basismodenkonfiguration des Störfeldes. In dem Verbindungslängenprofil oben links ist die radiale Position der poloidalen Profile durch eine weiße Linie gekennzeichnet.

In der untersten Reihe in Abbildung 5.9 ist das Depositionsverhalten der Teilchen und der Energie für die 3/1-Basismodenkonfiguration des Störfeldes zu sehen. Hier wird in toroidaler Richtung der ganze Torus ($\Delta\varphi = 360°$) simuliert, da das Störfeld in dieser Basismodenkonfiguration nur noch eine 360°-Symmetrie in toroidaler Richtung aufweist. Auch hier wird durch weitere Halbierung der Modenzahl auch die Anzahl der Streifen in den Depositionsprofilen halbiert, so daß wir nur noch einen Streifen in den Teilchen- und Energiedepositionen beobachten können, der sich in zwei weitere Streifen aufspaltet.

5.1.3 Einfluss der laminaren Flussröhren auf die Teilchendichte und Temperatur

Wie wir schon in Kapitel 5.1.1 gesehen haben, führt das Störfeld des DED's zu einer sehr komplexen Struktur der Verbindungslänge in der Plasmarandschicht. Unter anderem bildet sich eine Kette aus rautenförmigen laminaren Flussröhren mit kurzer Verbindungslänge (1 poloidaler Umlauf) aus, die durch eine sich kreuzende Fingerstruktur von Feldlinien mit größerer Verbindungslänge eingefasst werden. Effektiv wird dadurch die Abschälschicht um etwa 2 cm in Richtung des Kernplasmas erweitert.

Um dies näher zu untersuchen, sind in Abbildung 5.11 die poloidalen Profile der Plasmadichte sowie der Elektronen- und Ionentemperatur mit den poloidalen Profilen der Verbindungslänge in der 12/4-Basismodenkonfiguration des Störfeldes überlagert. Die Lage der poloidalen Profile wurde dabei so gewählt, daß sie genau durch die laminaren Flussröhren mit kurzen Verbindungslängen gehen. In dem Verbindungslängenprofil oben links in Abbildung 5.11 ist die Position dieser poloidalen Profile noch einmal durch eine weiße Linien gekennzeichnet.

Anhand der poloidalen Profile kann man erkennen, daß die Plasmadichte und die Elektro-

nentemperatur innerhalb der Flußschläuche mit kurzen Verbindungslängen reduziert werden. Im Bereich der Niederfeldseite beträgt die maximale Reduktion in der Mitte der laminaren Flussröhre für die Plasmadichte etwa 17% und für die Elektronentemperatur etwa 16%. Auf der Hochfeldseite, im Bereich vor der DED-Oberfläche, steigt diese Reduktion für die Plasmadichte auf etwa 55%. Dies liegt daran, daß innerhalb der ergodischen Finger mit hoher Verbindungslänge die Dichte aufgrund des Recyclings vor der DED-Oberfläche ansteigt, und zusätzlich zwischen diesen ergodischen Fingern sich eine private Flusszone mit noch kürzeren Verbindungslängen (0 poloidale Umläufe) ausbildet, in der die Plasmateilchen sehr schnell zur Wand abgeführt werden können und dadurch die Plasmadichte auf eine geringere Dichte abfällt als in den laminaren Flussröhren auf der Niederfeldseite. Die Elektronentemperatur wird auf der Hochfeldseite innerhalb der privaten Flusszone lokal nur um etwa 21% reduziert, da sie dort generell aufgrund der steigenden Dichte und fehlender zusätzlicher Energiequellen abgesenkt wird. In den poloidalen Profilen der Ionentemperatur sieht man hingegen keine Reduktion innerhalb der Flußschläuche mit kurzen Verbindungslängen. Die Ionentemperatur sinkt lediglich im Bereich vor der DED-Oberfläche ab, da dort aufgrund des Recyclings die Dichte steigt und eine lokale Volumenquelle von kalten Ionen existiert.

In Abbildung 5.12 sind noch zusätzlich die Konturen des "kürzesten Verbindungslängenprofils" dem Dichteprofil und die Konturen des Verbindungslängenprofils dem Profil der Elektronentemperatur überlagert. Bei der Elektronentemperatur kann man erkennen, daß sich beide Finger der sich kreuzenden Struktur aus längeren Verbindungslängen in dem Profil ausprägen. In dem Profil der Plasmadichte hingegen bildet sich nur eine dieser Fingerstrukturen aus, die auch die Kontur des "kürzeste Verbindungslängenprofils" ausmacht. Im Profil der Ionentemperatur lässt sich allerdings nicht diese starke Korrelation mit der Verbindungslänge bzw. der kürzesten Verbindungslänge beobachten. Nur im poloidalen Bereich der Ränder der DED-Oberfläche ($\theta \approx 117°$ und $\theta \approx 243°$) lässt sich eine leichte Korrelation mit dem "kürzeste Verbindungslängenprofils" beobachten.

Wesentlich deutlicher prägen sich die Korrelationen jedoch in den größeren Strukturen der 6/2-Basismodenkonfiguration des Störfeldes aus. Dies liegt daran, daß das Volumen der laminaren Flussröhre quadratisch mit der poloidalen bzw. radialen Ausdehnung der Flussröhre steigt und dadurch eine große Senkwirkung erzielt wird. Das Auffüllen der laminaren Flussröhre geschieht über den senkrechten Transport durch die Oberfläche der laminaren Flussröhre. Diese wächst aber nur linear mit der poloidalen bzw. radialen Ausdehnung der laminaren Flussröhre an, wodurch das Verhältnis aus senkrechtem auffüllenden Fluss und parallelem abführendem Fluss kleiner wird, wodurch sich die Strukturen stärker herausprägen.

In Abbildung 5.13 sind die poloidalen Profile der Plasmadichte sowie der Elektronen- und Ionentemperatur mit den poloidalen Profilen der Verbindungslänge für die 6/2-Basismodenkonfiguration des Störfeldes überlagert dargestellt. Hierbei wurde die Position des poloidalen Profils wieder so gewählt, daß sie durch die Mitte der laminaren Flussröhren mit kurzen Verbindungslängen laufen. In dem Verbindungslängenprofil in Abbildung 5.13 ist die Lage der poloidalen Profile eingezeichnet. Man kann deutlich erkennen, daß die Plasmadichte und die Elektronentemperatur in den vier laminaren Flussröhren stark reduziert werden. Für die Plasmadichte beträgt die Reduktion auf der Niederfeldseite etwa 50%, und auf der Hochfeldseite in der privaten Flusszone sogar etwa 67%. Bei der Elektronentemperatur ist dies nicht ganz so stark, aber deutlicher als in der 12/4-Basismodenkonfiguration des Störfeldes. Hier beträgt die Reduktion der Elektronentemperatur auf der Niederfeldseite etwa 32% und auf der Hochfeldseite etwa 28%. In den größeren Flussbündeln der 6/2-Basismodenkonfiguration des Störfeldes lassen sich sogar Reduktionen der Ionentemperatur beobachten. Diese liegen auf der Niederfeldseite bei etwa 19% und auf der Hochfeldseite bei etwa 27%.

Um die Korrelation der Verbindungslänge mit den Plasmaprofilen auch hier etwas globaler untersuchen zu können, wurden in Abbildung 5.14 wiederum die Konturen der Verbindungslänge

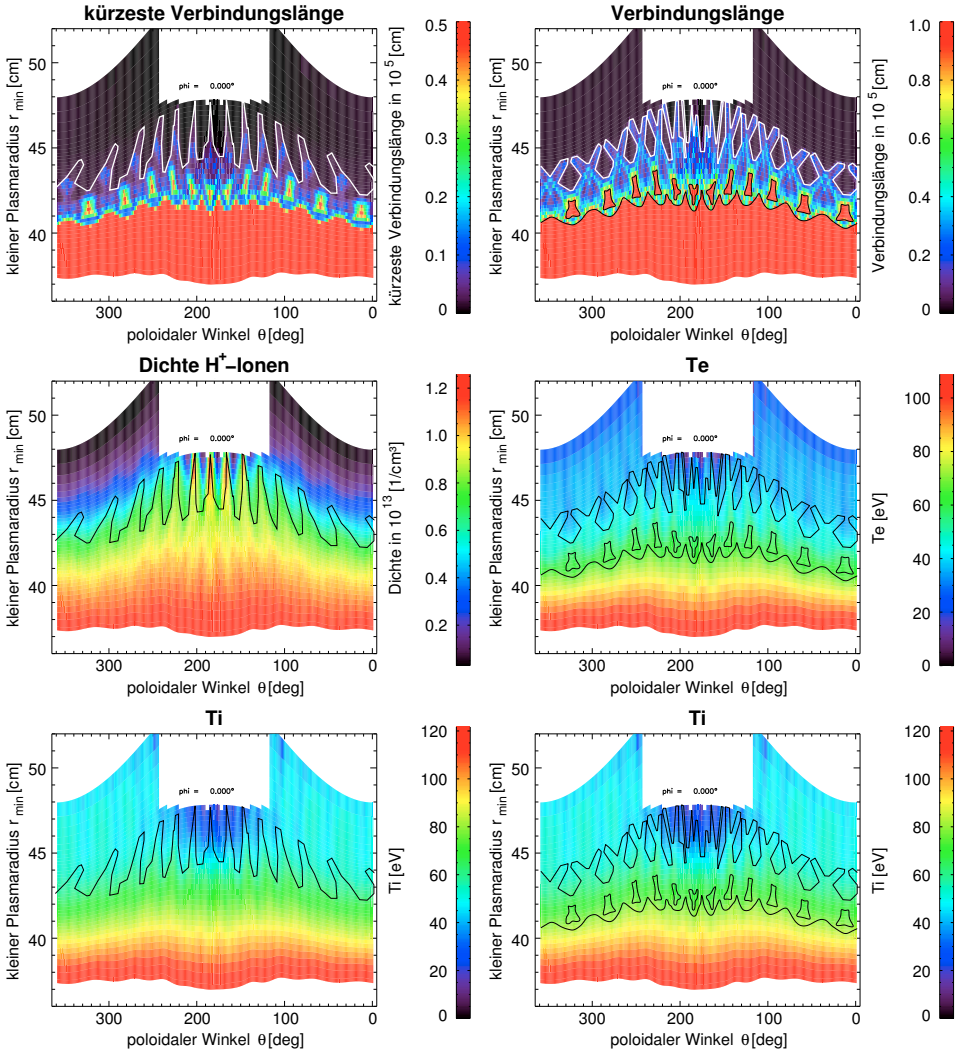


Abbildung 5.12: Überlagerung der Kontur der kürzesten Verbindungslänge und der Verbindungslänge mit den Profilen der Dichte sowie der Elektronen- und Ionentemperatur in 12/4-Basismodenkonfiguration des Störfeldes.

und der kürzesten Verbindungslänge mit den Plasmaprofilen überlagert. Bei der Plasmadichte fällt auf, daß sich wieder nur einer der Zweige der sich kreuzenden Struktur aus längeren Verbindungslängen durch eine höhere Dichte ausprägt, und zwar der Zweig, der auch in dem "kürzeste Verbindungslängenprofil" zu sehen ist. Bei der Dichtereduktion in den rautenförmigen Flussbündeln aus kurzen Verbindungslängen spiegelt sich jedoch nur die Kontur der Verbindungslänge wider. In dem weiter nach innen ausgedehnten Bereich der Kontur der kürzesten Verbindungslänge wird die Dichte hingegen nicht merklich reduziert. In dem Profil der Elektronentemperatur prägen sich, auch wie bei der 12/4-Basismodenkonfiguration des Störfeldes, beide Finger der sich kreuzenden Struktur aus längeren Verbindungslängen mit einer erhöhten Temperatur aus. Die Reduktion der Elektronentemperatur ist auch hier scharf begrenzt durch die rautenförmigen Flussbündel aus kurzen Verbindungslängen. Zusätzlich lassen sich im Verbindungslängenprofil unterhalb der sich kreuzenden Fingerstruktur noch kleine Flussröhren mit reduzierter Verbindungslänge beobachten (rot umrandet in Abbildung 5.14). Diese führen auch weiter innen zu einer lokalen Reduktion der Elektronentemperatur. Bei der Ionentemperatur

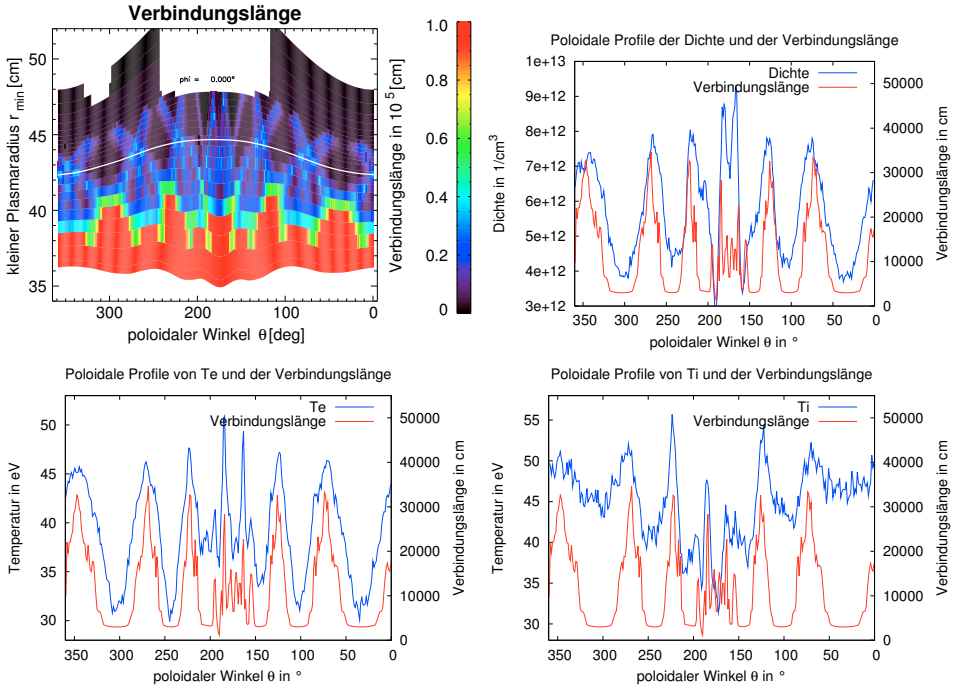


Abbildung 5.13: Poloidale Profile der Verbindungslänge und der Dichte sowie der Elektronen- und Ionentemperatur in 6/2-Basismodenkonfiguration des Störfeldes. In dem Verbindungslängenprofil oben links ist die radiale Position der poloidalen Profile durch eine weiße Linie gekennzeichnet.

prägen sich die Konturen der kürzesten Verbindungslänge wieder nur leicht aus. Dies entspricht aber eher einer Tendenz als einer guten Korrelation, da innerhalb der Fingerstruktur der kürzesten Verbindungslänge auch Bereiche auftreten, in denen die Ionentemperatur nicht erhöht ist. Dies lässt vermuten, daß bei der Ionentemperatur ein komplexeres Zusammenspiel zwischen Plasmadichte, Verbindungslänge und Ionentemperatur vorherrscht.

Daß sich bei der Plasmadichte nur einer der Zweige und bei der Elektronentemperatur beide Zweige der sich kreuzenden Struktur aus Feldlinien mit längerer Verbindungslänge ausprägen, lässt sich einfach verstehen. Dazu betrachten wir in Abbildung 5.15 die parallelen Profile der Plasmadichte sowie der Elektronen- und Ionentemperatur entlang einer exemplarischen Feldlinie, die auf der DED-Oberfläche startet und nach zwei poloidalen Umläufen wieder auf sie trifft. Man kann erkennen, daß die Dichte innerhalb eines poloidalen Umlaufs ($\approx$ 35 m) langsam auf ein Maximum ansteigt, und dann wieder ähnlich langsam zur Wand hin abfällt. Die Elektronentemperatur hingegen steigt innerhalb von ca. 2 m auf ihren Maximalwert und bleibt dann aufgrund der schnellen parallelen Wärmeleitfähigkeit der Elektronen nahezu konstant auf diesem Wert, um dann am anderen Ende der Feldlinie wieder sehr schnell zur Wand hin abzufallen. Die Ionentemperatur steigt zunächst ähnlich wie die Elektronentemperatur schnell an, fällt aber nach einem poloidalen Umlauf langsam auf ein Minimum zurück. Dies liegt daran, daß nach einem poloidalem Umlauf die Feldlinie wieder vor der DED-Oberfläche vorbeiläuft, und in diesem Bereich die Plasmadichte erhöht ist und damit die Ionen gekühlt werden. Da die Elektronentemperatur so schnell ansteigt, kann sich auch eine erhöhte Elektronentemperatur in dem Zweig der sich kreuzenden Fingerstrukturen im Verbindungslängenprofil ausbilden, der zumindest in eine Richtung sehr schnell parallel zur Wand verbindet. Die Plasmadichte hingegen steigt in paralleler Richtung wesentlich langsamer an. Dadurch ist die Plasmadichte in dem Zweig, in dem die Feldlinien in eine Richtung schnell zur Wand verbinden, noch nicht ausreichend angestiegen und

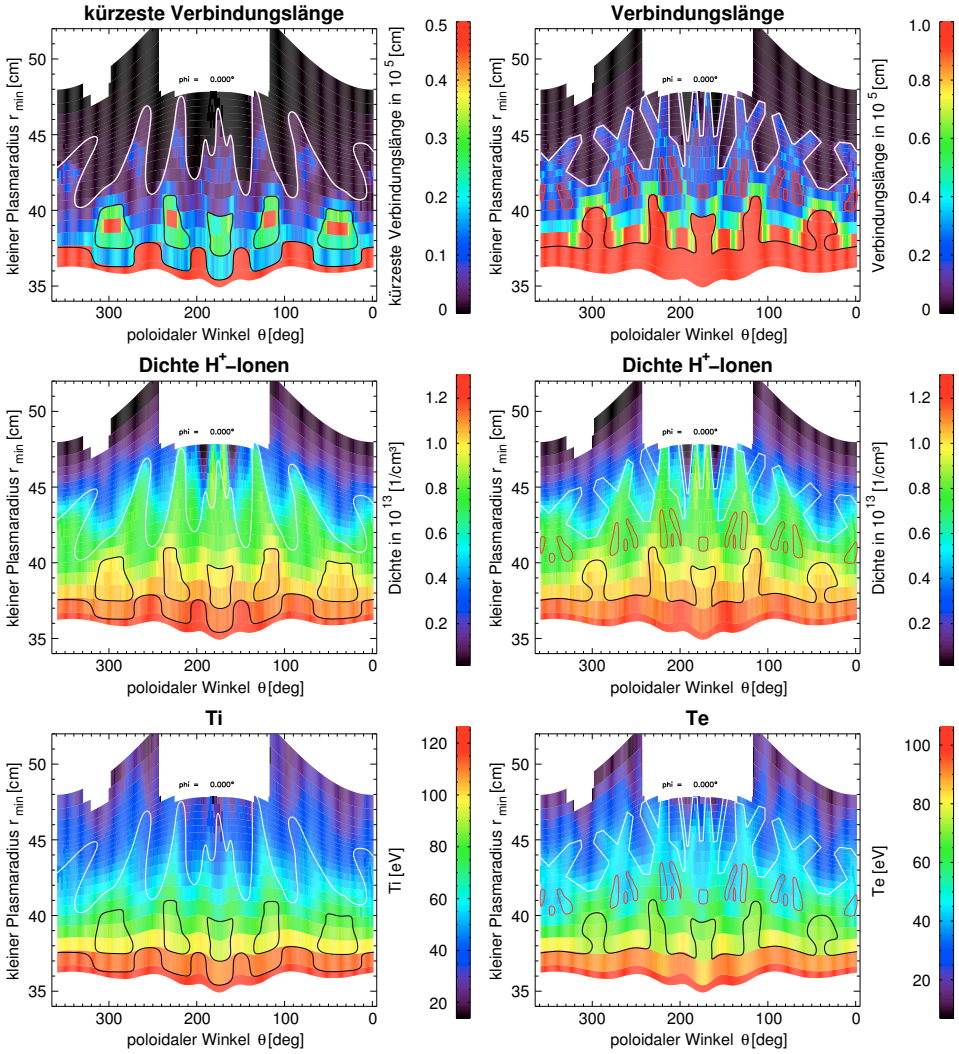


Abbildung 5.14: Überlagerung der Kontur der kürzesten Verbindungslänge und der Verbindungslänge mit den Profilen der Dichte sowie der Elektronen- und Ionentemperatur in 6/2-Basismodenkonfiguration des Störfeldes.

konnte sich somit dort auch nicht in den Profilen bemerkbar machen.

Bei der Simulation für die 3/1-Basismodenkonfiguration des Störfeldes bekommen wir jedoch ein völlig anderes Verhalten. In Abbildung 5.16 sind die poloidalen Profile der Plasmaparameter für die Simulation in der 3/1-Basismodenkonfiguration des Störfeldes dargestellt. In dem Verbindungslängenprofil in Abbildung 5.16 wurde wieder die Position der poloidalen Profile eingezeichnet. Bei dem poloidalen Profil der Plasmadichte sehen wir ein ähnliches Verhalten wie zuvor in den anderen Basismodenkonfigurationen des Störfeldes. In den Bereichen mit langer Verbindungslänge steigt die Plasmadichte stark an, und in den Bereichen mit kurzer Verbindungslänge sinkt sie. Innerhalb der Bereiche mit kurzen Verbindungslängen beträgt die Reduktion der Plasmadichte etwa 79% gegenüber der Dichte in den Flussbündeln aus langen Verbindungslängen der remanenten 3/1-Inselkette. Bei der Elektronen- und Ionentemperatur kehrt sich das Verhalten jedoch komplett um. Hier sinkt die Temperatur aufgrund der hohen Plasmadichte in den Flussbündeln aus Feldlinien mit langer Verbindungslänge. Die Reduktion der Elektronentemperatur in den Flussbündeln aus Feldlinien mit langer Verbindungslänge

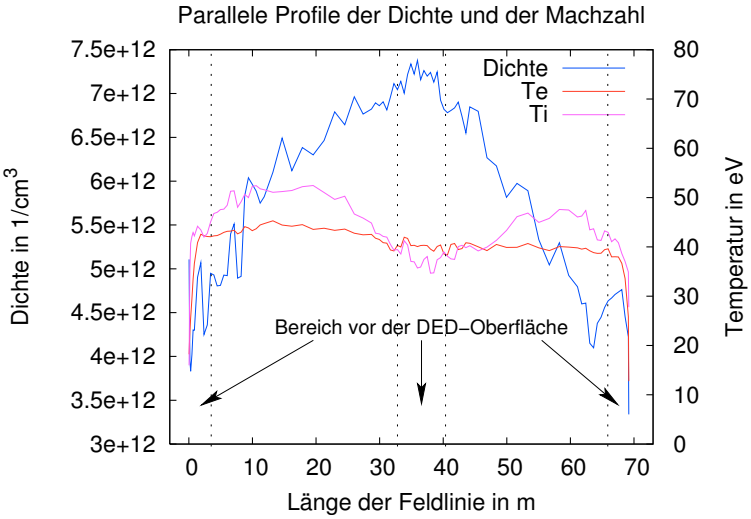


Abbildung 5.15: Parallele Profile der Dichte und Elektronen- sowie Ionentemperatur entlang einer Feldlinie mit zwei poloidalen Umläufen in der 6/2-Basismodenkonfiguration des Störfeldes.

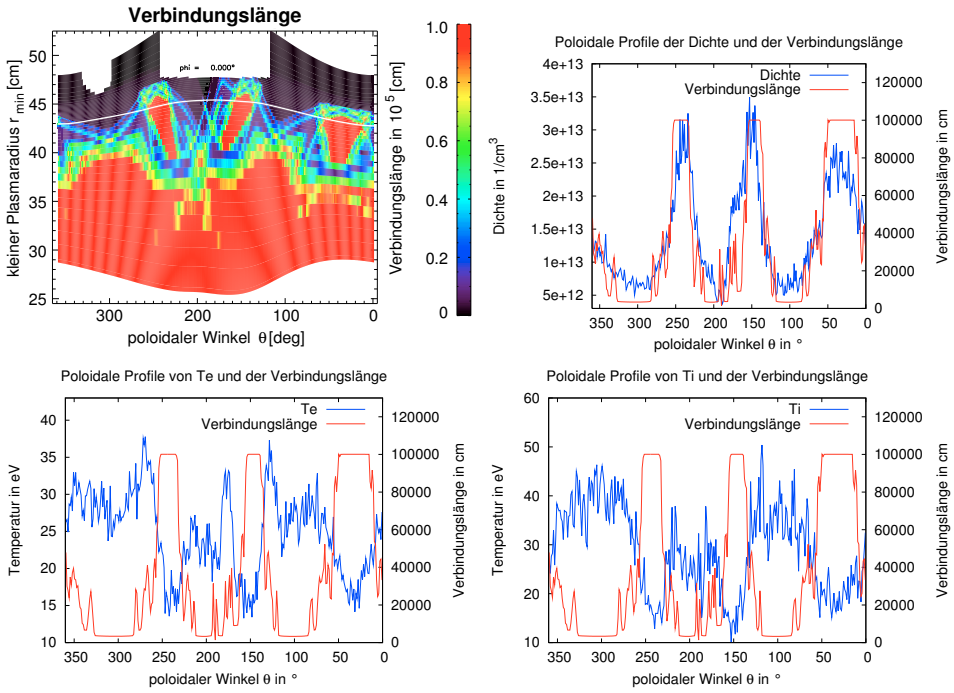


Abbildung 5.16: Poloidale Profile der Verbindungslänge und der Dichte sowie der Elektronen- und Ionentemperatur in 3/1-Basismodenkonfiguration des Störfeldes. In dem Verbindungslängenprofil oben links ist die radiale Position der poloidalen Profile durch eine weiße Linie gekennzeichnet.

beträgt etwa 53%, die Reduktion der Ionentemperatur sogar 68%.

Vergleicht man die Profile der Plasmaparameter mit der Kontur der Verbindungslänge bzw. der kürzesten Verbindungslänge (siehe Abbildung 5.17), so sieht man, daß bei der remanenten 3/1-Inselkette die Dichte stark ansteigt. Diese erhöhte Dichte ist aber nicht nur innerhalb

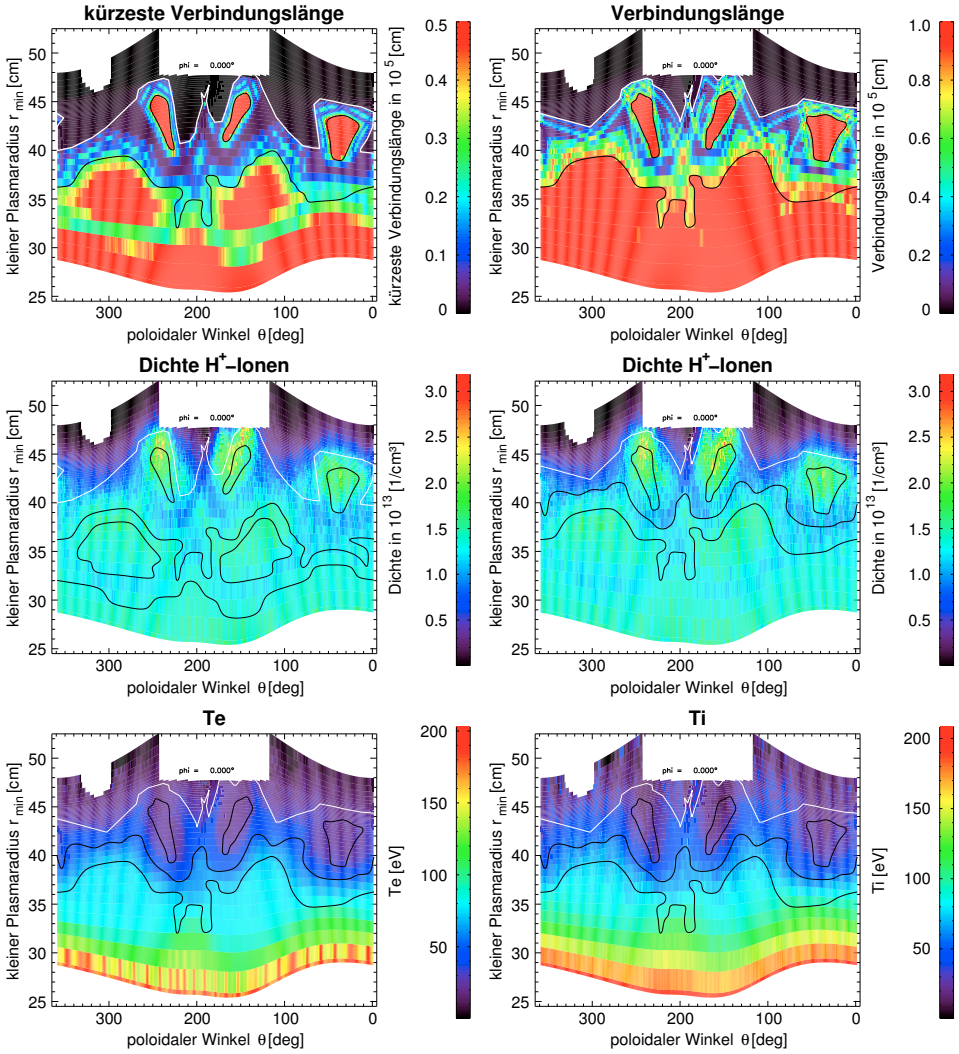


Abbildung 5.17: Überlagerung der Kontur der kürzesten Verbindungslänge und der Verbindungslänge mit den Profilen der Dichte sowie der Elektronen- und Ionentemperatur in 3/1-Basismodenkonfiguration des Störfeldes.

der sehr langen Feldlinien (schwarze Kontur in der 3/1-Inselkette im Verbindungslängenprofil) zu erkennen, sondern dehnt sich, vor allem bei den zwei Inseln vor der DED-Oberfläche, von der remanenten Insel bis zur DED-Oberfläche auch in den Bereich von kürzeren Feldlinien um die remanente Insel (weiße Kontur im Verbindungslängenprofil) aus. Dies liegt an der Position der Teilchenvolumenquelle der rezyklierten Wasserstoffatome, die in diesem Bereich zwischen remanenter Insel und DED-Oberfläche lokalisiert sind, und von der DED-Oberfläche zur remanenten Insel hin abfallen. In den Plasmadichteprofilen prägt sich außerdem auch die Struktur der 2/1-Inselkette weiter innen aus. Hier lässt sich sogar noch ein leichtes Abfallen der Dichte in einem Streifen von der 2/1-Inselkette in Richtung des Kernplasmas beobachten. Dies wird durch die Feldlinien hervorgerufen, die zumindest in eine Richtung eine kürzere Verbindung zur Wand haben (grüner Bereich im "kürzeste Verbindungslängenprofil") als die Feldlinien in den umliegenden Bereichen.

In den Profilen der Elektronen- und Ionentemperatur erkennt man, wie auch schon in den poloidalen Profilen, daß die Temperatur innerhalb der Bereiche mit hoher Plasmadichte in der

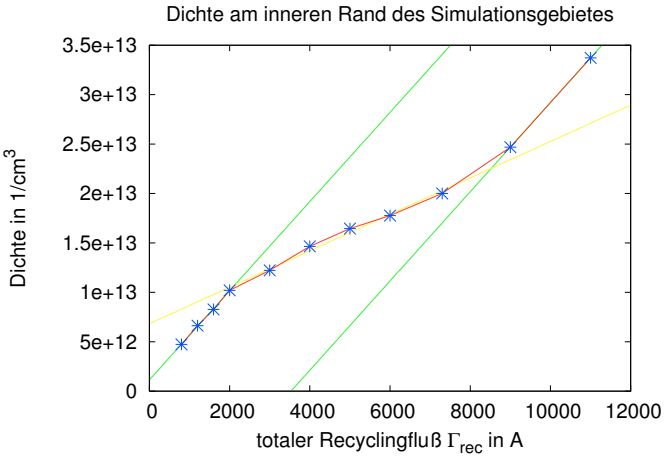


Abbildung 5.18: Zusammenhang zwischen der Dichte auf der inneren Begrenzung des Simulationsgebietes und dem totalen Recyclingfluss Γ_{rec}. Es bilden sich drei Bereiche aus, in denen jeweils die Dichte auf der inneren Begrenzung mit unterschiedlicher Steigung linear mit dem Recyclingfluss wächst.

remanenten 3/1-Inselkette stark reduziert ist. Dies liegt an den zusätzlichen (kalten) Teilchenquellen durch das Recycling und fehlender zusätzlicher Energiequellen in diesem Bereich. Weiter innen kann man in den 2/1-Inseln erkennen, daß die Temperatur nahezu konstant über die gesamte Inselbreite ist und sich somit auch diese Strukturen in den Temperaturprofilen niederschlagen.

5.1.4 Nichtlineares Verhalten des Recyclingregimes in der 3/1-Basismodenkonfiguration des Störfeldes

Für die Wandelemente sind vor allem die großen Wärmeflüsse, die zu hohen thermischen Belastungen führen, ein Problem. Aus diesem Grund versucht man Plasmaregime zu finden, in denen die Temperatur an der Wand möglichst gering ist und auch der Wärmefluss auf die Wand reduziert ist. Von besonderer Bedeutung ist in diesem Zusammenhang das sogenannte "high-recycling-regime", in dem der totale Recyclingfluss quadratisch (oder noch stärker) mit der mittleren Dichte im Kernplasma (außerhalb des Ionisationsbereichs der rezyklierten Atome) ansteigt, da bei einer weiteren Erhöhung der mittleren Dichte im Anschluss an dieses Regime ein "detachment" erreicht werden kann, in dem die Wärmeflüsse auf die Wand besonders gering sind.

Wie sich in den vorherigen Kapiteln schon herauskristallisiert hat, scheint sich bei den Simulationen für die 3/1-Basismodenkonfiguration des Störfeldes etwas in dem Verhalten des Recyclings verändert zu haben. Um dies zu untersuchen, wurden viele Simulationen mit unterschiedlichen Recyclingflüssen in dieser Konfiguration durchgeführt. Dabei wurden alle Eingabeparameter wie Diffusionskoeffizienten, Abfalllängen sowie Energiefluss in das Simulationsgebiet konstant gehalten, und nur der totale Recyclingfluss Γ_{rec} variiert, um unterschiedliche Plasmadichten zu erhalten.

Die Vermutung war zunächst, daß es einen Übergang in das sogenannte "high-recycling-regime" gegeben hat. Dies hat sich global jedoch nicht bestätig. Für diese Untersuchung wurde in Abbildung 5.18 die Dichte auf der inneren Begrenzung des Simulationsgebiets, welche als Maß für die mittlere Dichte im Kernplasma genommen werden kann, da nahezu alle neutralen Atome innerhalb des Simulationsgebietes ionisiert werden, über dem totalen Recyclingfluss aufgetragen.

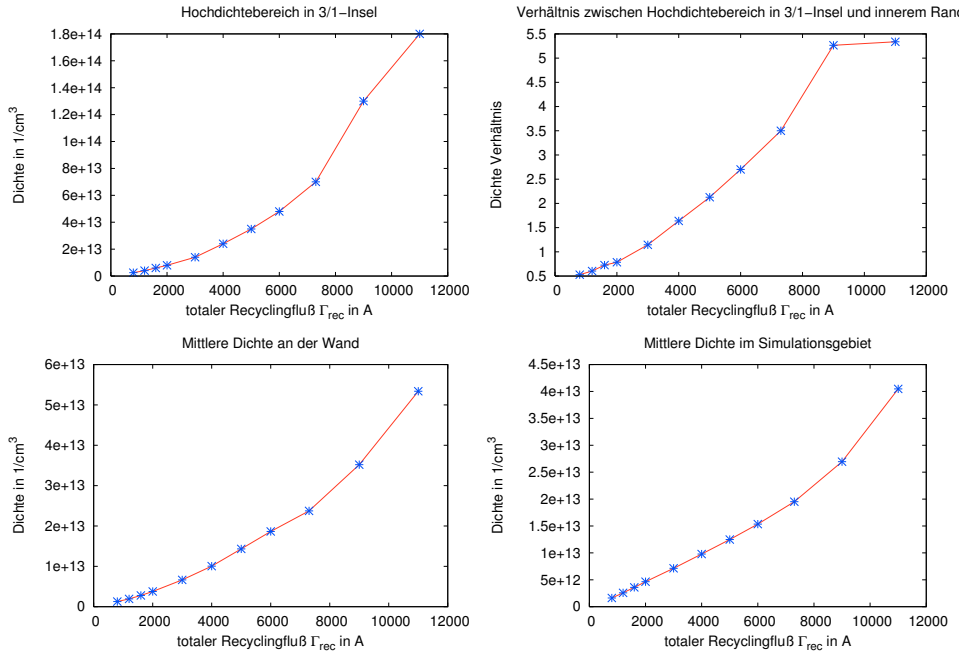


Abbildung 5.19: In der ersten Reihe ist der Verlauf der Dichte innerhalb der 3/1-Insel vor der DED-Oberfläche (Hochdichtebereich) sowie des Verhältnis dieses Hochdichtebereichs zur Dichte auf der inneren Begrenzung des Simulationsgebietes in Abhängigkeit vom totalen Recyclingfluss dargestellt. Dabei fällt auf, daß das Verhältnis dieser Dichten ab einem Recyclingfluss von 9000 A nahezu konstant bleibt. In der zweiten Reihe ist noch der Verlauf der mittleren Dichte an der Wand sowie der mittleren Dichte im Simulationsvolumen in Abhängigkeit vom totalen Recyclingfluss zu sehen.

Dabei kann man erkennen, daß sich drei Bereiche mit unterschiedlichen linearen Steigungen in dieser Kurve ergeben, was sich auf ein unterschiedliches Recyclingverhalten zurückführen lässt. Im ersten Bereich ($\Gamma_{rec} \leq 2000$ A) steigt die Dichte auf der inneren Begrenzung des Simulationsgebietes mit einer Steigung von $4.510 \times 10^9 \frac{1}{\mathrm{cm}^3\mathrm{A}}$ mit dem totalen Recyclingfluss an (linke grüne Gerade). Im zweiten Bereich (2000 A $< \Gamma_{rec} <$ 8000 A) sinkt diese Steigung drastisch um 60% auf $1.843 \times 10^9 \frac{1}{\mathrm{cm}^3\mathrm{A}}$ (gelbe Gerade) ab. Im dritten Bereich ($\Gamma_{rec} >$ 8000 A) existieren leider nur zwei Simulationen. Es ist jedoch interessant, daß sich selbst mit diesen beiden Punkten wieder nahezu die gleiche Steigung wie im ersten Bereich ergibt, nämlich eine Steigung von $4.515 \times 10^9 \frac{1}{\mathrm{cm}^3\mathrm{A}}$ (rechte grüne Gerade). In Abbildung 5.19 ist noch der Verlauf von anderen Dichtewerten, wie der Dichte innerhalb der remanenten 3/1-Insel vor der DED-Oberfläche, der mittleren Dichte an der Wand und der mittleren Dichte im gesamten Simulationsvolumen, in Abhängigkeit vom totalen Recyclingfluss Γ_{rec} dargestellt. Am interessantesten ist dabei das Verhältnis der Dichte in der remanenten 3/1-Insel vor der DED-Oberfläche zu der Dichte auf der inneren Begrenzung des Simulationsvolumens (Abbildung oben rechts), worauf im Folgenden noch weiter eingegangen wird.

Für die drei Bereiche aus Abbildung 5.18 sind in den Abbildungen 5.21 bis 5.23 jeweils die Plasmaparameter Dichte, Elektronen- sowie Ionentemperatur für zwei Simulationen dargestellt. In Abbildung 5.21 für den ersten Bereich erkennt man qualitativ, daß sich an den Strukturen in der Dichte sowie der Elektronen- und Ionentemperatur bei steigendem Recyclingfluss noch nicht viel verändert. Das Dichteprofil wird annähernd im Ganzen hochskaliert, wodurch auch die Temperatur global sinkt. Die Dichte innerhalb der remanenten 3/1-Insel vor der DED-Oberfläche

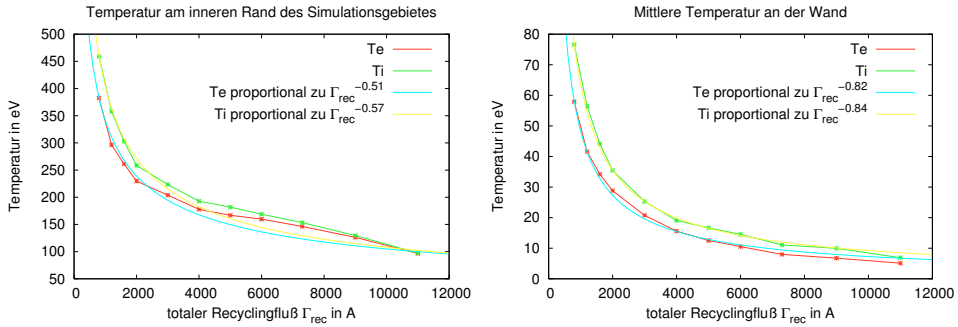


Abbildung 5.20: Verlauf der mittleren Elektronen- und Ionentemperatur am inneren Rand des Simulationsgebietes (linke Abbildung) und an der Wand (rechte Abbildung) in Abhängigkeit vom totalen Recyclingfluss. Zusätzlich wurden noch Kurven an die Profile angepasst, um den Exponenten des Abfalls zu bestimmen.

liegt immer noch unter der mittleren Dichte auf der inneren Begrenzung des Simulationsgebietes. Das Dichteverhältnis in Abbildung 5.19 oben rechts bleibt im ersten Bereich also noch kleiner als eins.

Wird der totale Recyclingfluss weiter erhöht, so kommen wir in den zweiten Bereich, in dem die Dichte auf der inneren Begrenzung des Simulationsgebietes nicht mehr so stark mit dem totalen Recyclingfluss ansteigt. In diesem Bereich steigt die Dichte innerhalb der remanenten 3/1-Inseln stärker an als die Dichte auf der inneren Begrenzung des Simulationsgebietes, wodurch sich auch das Verhältnis dieser Dichten stark erhöht (vgl. Abbildung 5.19 oben rechts). In den Profilen der Plasmaparameter für diesen zweiten Bereich (Abbildung 5.22) lässt sich dieses Verhalten deutlich beobachten. Die rezyklierten neutralen Wasserstoffatome werden vermehrt in der remanenten 3/1-Insel vor der DED-Oberfläche ionisiert, und da die Insel keinen parallelen Verlustkanal zur Wand hat, führt dies zu einer starken Erhöhung der Dichte in diesem Bereich. Zusätzlich nimmt die Elektronen- und Ionentemperatur in diesem Bereich stark ab, da sich die Energie nun auf mehr Teilchen verteilen muss und nicht ausreichend Energie über den senkrechten Transport in diesen Bereich nachgeführt werden kann. Es bilden sich nun also die schon in dem vorherigen Kapitel beobachteten sehr dichten und kalten Bereiche vor der DED-Oberfläche aus.

Bei einer weiteren Erhöhung des totalen Recyclingflusses kommen wir in den dritten Bereich, in dem die Dichte auf der inneren Begrenzung des Simulationsgebietes mit dem totalen Recyclingfluss wieder ähnlich stark ansteigt, wie im ersten Bereich. Sieht man sich das Verhältnis der Dichte in der remanenten 3/1-Insel vor der DED-Oberfläche zu der Dichte auf der inneren Begrenzung des Simulationsgebietes an (Abbildung 5.19 oben rechts), so erkennt man, daß in diesem dritten Bereich das Verhältnis der Dichten bei steigendem totalen Recyclingfluss kaum noch anwächst und bei einem Verhältnis von etwa 5.4 nahezu konstant bleibt. Dies lässt eine Art Sättigungszustand bei dem Anwachsen der Dichte innerhalb der remanenten 3/1-Insel vor der DED-Oberfläche vermuten, da der senkrechte Dichtegradient in der Insel nun groß genug ist, um über den senkrechten Transport die in der Insel ionisierten Teilchen aus der Insel abzuführen. Auch in den Simulationsergebnissen für die Plasmaparameter in diesem dritten Bereich (Abbildung 5.23) lässt sich, neben dem gesamten Anstieg der Plasmadichte und somit einer globalen Kühlung der Elektronen und Ionen, kaum noch eine Veränderung in den Strukturen beobachten.

Abschließend wurde noch das Verhalten der Elektronen- und Ionentemperatur an der Wand und auf der inneren Begrenzung des Simulationsgebietes bei steigendem totalen Recyclingfluss untersucht. Die Ergebnisse sind in Abbildung 5.20 zusammengestellt. Bei beiden Abbildungen nehmen die Elektronen- und Ionentemperaturen stetig mit steigendem totalen Recyclingfluss

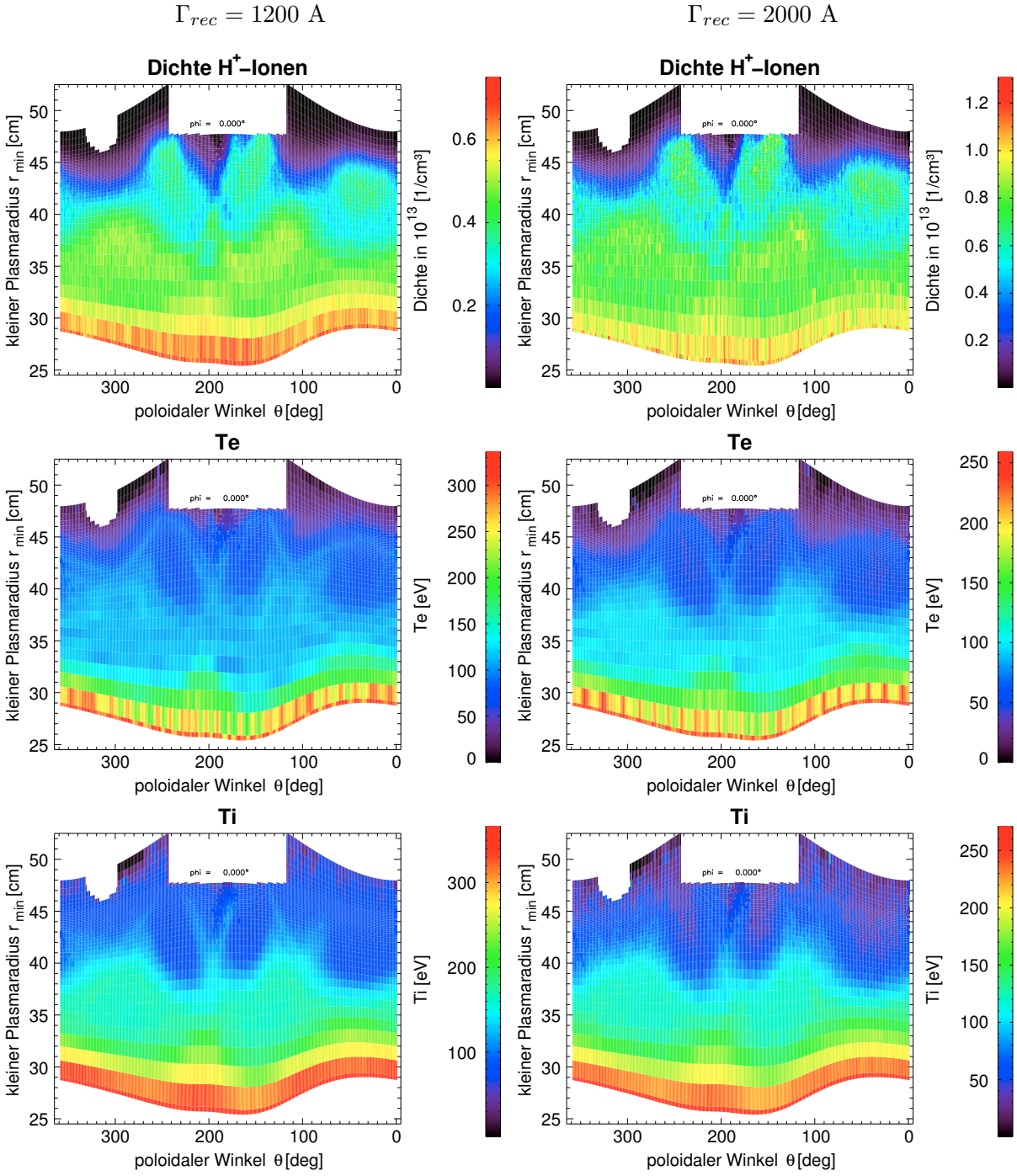


Abbildung 5.21: Simulationsergebnisse (Dichte, Elektronen- und Ionentemperatur) im ersten Bereich in der 3/1-Basismodenkonfiguration des Störfeldes für $\Gamma_{rec} = 1200$ A (linke Spalte) und $\Gamma_{rec} = 2000$ A (rechte Spalte).

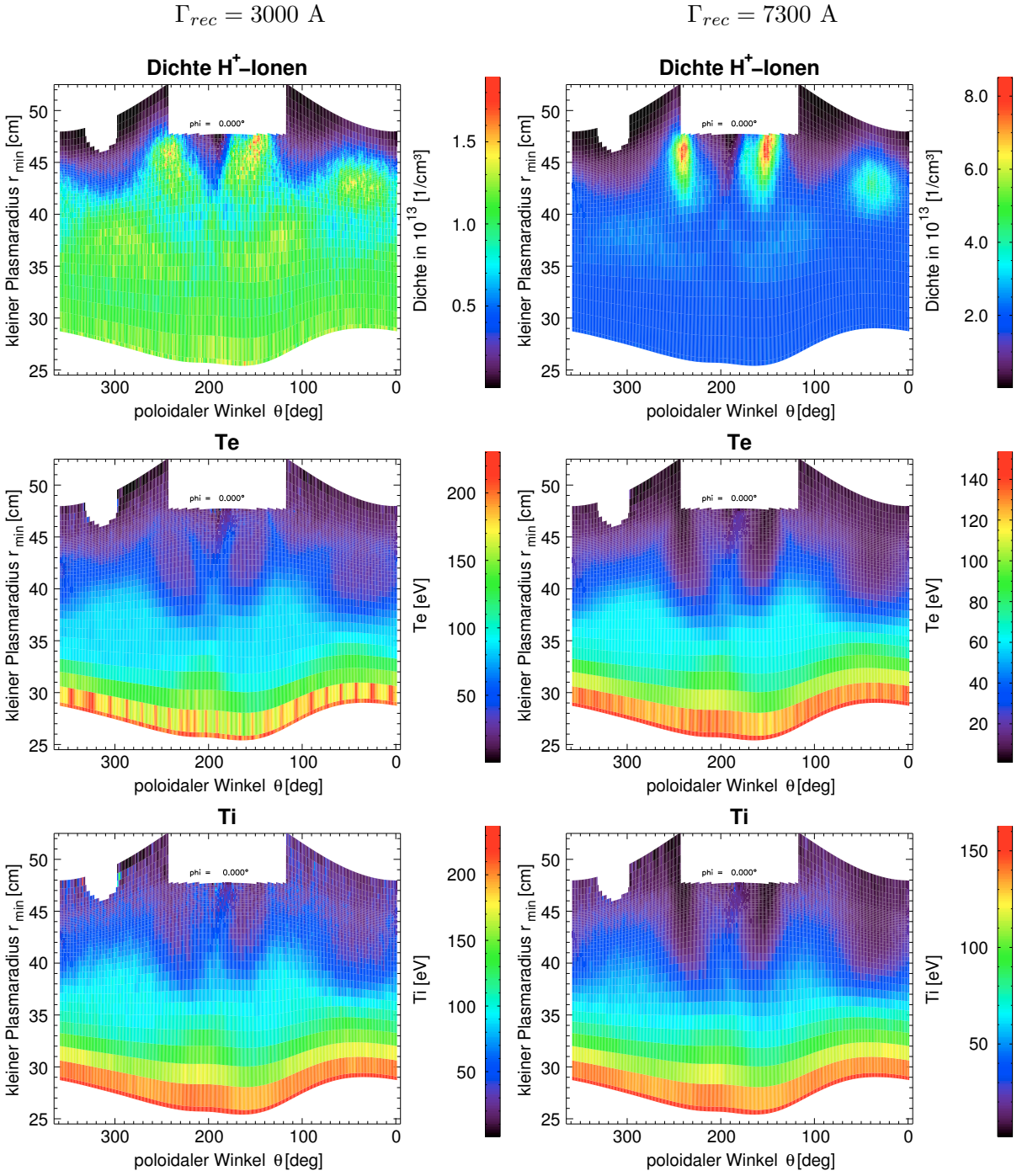


Abbildung 5.22: Simulationsergebnisse (Dichte, Elektronen- und Ionentemperatur) im zweiten Bereich in der 3/1-Basismodenkonfiguration des Störfeldes für $\Gamma_{rec} = 3000$ A (linke Spalte) und $\Gamma_{rec} = 7300$ A (rechte Spalte).

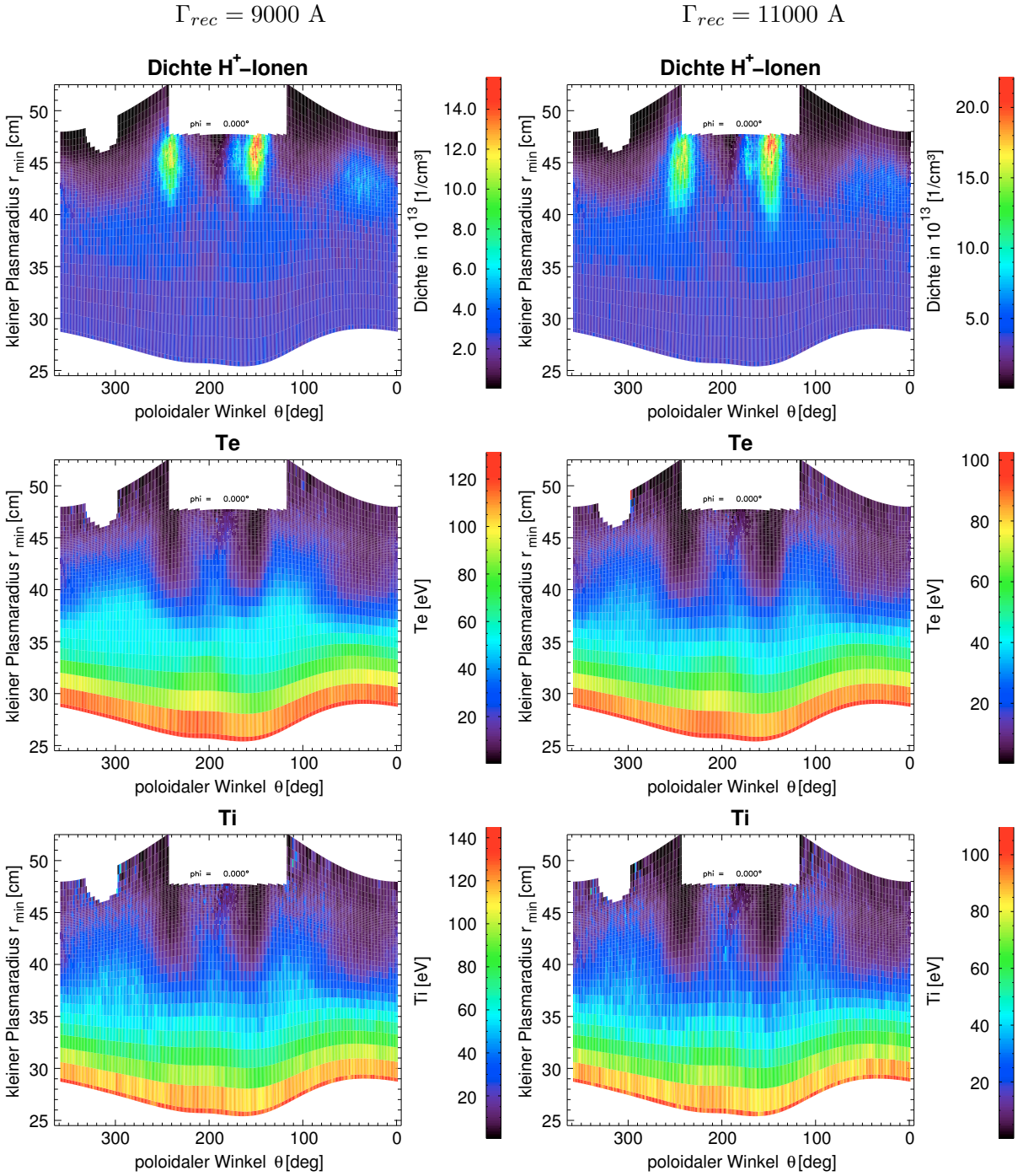


Abbildung 5.23: Simulationsergebnisse (Dichte, Elektronen- und Ionentemperatur) im dritten Bereich in der 3/1-Basismodenkonfiguration des Störfeldes für $\Gamma_{rec} = 9000$ A (linke Spalte) und $\Gamma_{rec} = 11000$ A (rechte Spalte).

ab. Um den Exponenten α des Abfalls zu bestimmen, wurden an die Profile Funktionen vom Typ

$$T(\Gamma_{rec}) \;=\; \frac{T_0}{\Gamma_{0,rec}^{-\alpha}}\,\Gamma_{rec}^{-\alpha} \tag{5.4}$$

über die Variation von α angepasst. Dabei ist $\Gamma_{0,rec}$ der totale Recyclingfluss der Simulation mit dem geringsten totalen Recyclingfluss, und T_0 die mittlere Elektronen- und Ionentemperatur an der Wand bzw. am inneren Rand des Simulationsgebietes für diese Simulation. Demnach verhalten sich die mittleren Temperaturen an der Wand dabei annähernd antiproportional zu $\sqrt{\Gamma_{rec}}$ (bzw. $T_e \sim \Gamma_{rec}^{-0.51}$ und $T_i \sim \Gamma_{rec}^{-0.57}$), und die mittleren Temperaturen auf der inneren Begrenzung des Simulationsgebietes annähernd direkt antiproportional zu Γ_{rec} (bzw. $T_e \sim \Gamma_{rec}^{-0.82}$ und $T_i \sim \Gamma_{rec}^{-0.84}$).

Wie zuvor schon erwähnt, sind die Bedingungen für ein globales "high-recycling" nicht erfüllt. Es spricht jedoch einiges dafür, daß sich lokal bei der remanenten 3/1-Inselkette vor der DED-Oberfläche ein lokales "high-recycling" eingestellt hat. Um dies zu bestätigen, müssen aber noch zusätzliche detaillierte Untersuchungen durchgeführt werden, die der komplexen Topologie der Plasmarandschicht Rechnung tragen.

Experimentell kann genau so eine Konfiguration, wie sie hier simuliert wurde, in der 3/1-Basismodenkonfiguration des DED's nicht durchgeführt werden. In der 3/1-Basismodenkonfiguration des Störfeldes können im Experiment keine Entladungen, bei denen das Gleichgewicht einen so niedrigen Sicherheitsfaktor q am Rand hat (hier $q_{rand} = 3.7$), durchgeführt werden. Dies würde eine 2/1-Tearingmode hervorrufen, die dann zur Disruption des Plasmas führen kann. Um dies zu vermeiden, muss typischerweise bei Experimenten in der 3/1-Basismodenkonfiguration des Störfeldes daher der Sicherheitsfaktor am Rand für $I_{DED} > 2$ kA mindestens $q_{rand} = 4.7$ betragen, wodurch die 3/1-Inselkette nicht mehr in der Nähe der DED-Oberfläche verläuft, sondern weiter innen liegt. Allerdings könnte vielleicht ein ähnliches Recyclingverhalten, wie es hier mit den remanenten 3/1-Inseln beobachtete wurde, auch mit den remanenten 4/1-Inseln hervorgerufen werden, die bei diesen q_{rand} Werten dann in der Nähe der DED-Oberfläche liegen. Dies wird zurzeit experimentell untersucht und soll auch in weiteren Simulationen überprüft werden.

5.1.5 Einfluss des DED's auf die Dichte der Kohlenstoffverunreinigungen

Im Rahmen der Erweiterung des EMC3-Codes auf alle Störfeldkonfigurationen des DED's wurden auch erste Simulationen mit Kohlenstoffverunreinigungen durchgeführt. Hiermit wird untersucht, wie sich das Störfeld des DED's in den unterschiedlichen Konfigurationen auf die Dichteverteilung der Verunreinigungen auswirkt. Detailliertere Transportstudien der Kohlenstoffverunreinigungen wurden in [59] durchgeführt. Dort wird auch eine Erweiterung auf die ADAS-Datenbank für genauere Ionisations- und Rekombinations- und Strahlungsraten der Verunreinigungen diskutiert. Im Folgenden werden allerdings noch die Raten aus der STRAHL-Datenbank verwendet, die auf Coronagleichgewichten beruhen.

In diesem ersten Vergleich wurden Simulationen für die Kohlenstoffverunreinigungen ohne Störfeld und mit Störfeld in der 12/4- und 6/2-Basismodenkonfiguration durchgeführt. Die Grundlage, also die magnetische Konfiguration sowie die Transportkoeffizienten und die Randbedingungen, bilden die Simulationen aus Kapitel 5.1.1. Der totale Recyclingfluss wurde bei der Simulation für die 12/4-Basismodenkonfiguration des Störfeldes und der Vergleichsrechnung ohne DED konstant bei 2530 A gehalten, was Plasmadichten von $1.4{\times}10^{13}\frac{1}{\mathrm{cm}^3}$ im ungestörten und $1.2{\times}10^{13}\frac{1}{\mathrm{cm}^3}$ im 12/4-Fall auf der inneren Begrenzung ($r \approx 37$ cm) des Simulationsgebietes entspricht. Da der totale Recyclingfluss in diesen beiden Simulationen konstant war, ist auch die Stärke der Verunreinigungsquelle in diesen beiden Konfigurationen nahezu gleich. Nur bei der Rechnung für die 6/2-Basismodenkonfiguration des Störfeldes wurde der totale Recycling-

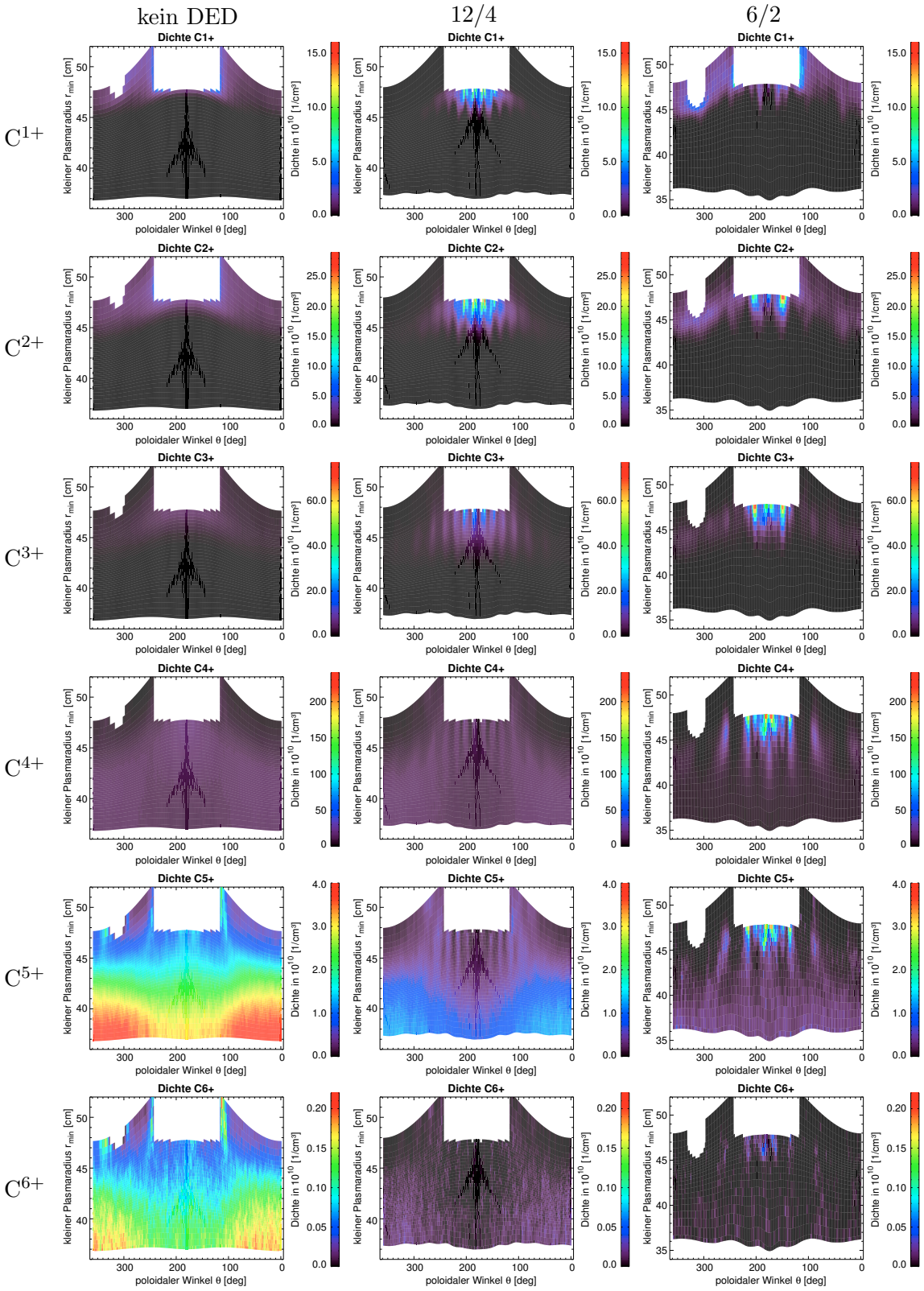


Abbildung 5.24: Dichte der einzelnen Ionisationsstufen der Kohlenstoffverunreinigungen ($C^{1+} \cdots C^{6+}$) für den Fall ohne Störfeld (linke Spalte) und mit Störfeld in der 12/4-Basismodenkonfiguration (mittlere Spalte) und 6/2-Basismodenkonfiguration (rechte Spalte). Die Farbcodierung ist für jede Ionisationsstufe (eine Reihe) gleich skaliert.

fluss etwas auf 2690 A erhöht, um die gleiche mittlere Plasmadichte ($1.2 \times 10^{13} \frac{1}{\text{cm}}$) auf der inneren Begrenzung des Simulationsgebietes zu erhalten, wie bei der Simulation für die 12/4-Basismodenkonfiguration des Störfeldes. Die senkrechten Teilchendiffusionskoeffizienten für die Kohlenstoffverunreinigungen wurden gleich der senkrechten Teilchendiffusionskoeffizienten der Wasserstoffionen gesetzt. Ebenso wurde für die Abfalllängen der Verunreinigungsdichten auf der äußeren Begrenzung des Simulationsgebietes angenommen, daß sie gleich der Abfalllänge der Dichte des Hauptplasmas (Wasserstoff) sind. Für die Teilchenquelle der neutralen Kohlenstoffatome wurde ein konstanter Sputter-Koeffizient von 2% des totalen Recyclingflusses des Wasserstoffplasmas angenommen. Die Erweiterungen des Sputtermodells, die in Kapitel 6.4 erläutert werden, sind hier noch nicht zum Einsatz gekommen.

In Abbildung 5.24 sind die Simulationsergebnisse der Dichte der einzelnen Ionisationsstufen C^{1+} bis C^{6+} für die unterschiedlichen Störfeldkonfigurationen zusammengestellt. Die Farbcodierung der Dichte ist dabei für eine Ionisationsstufe (eine Reihe) immer gleich skaliert, so daß gleiche Farben auch gleiche Dichten implizieren. Leider sind in der Simulation für die 12/4-Basismodenkonfiguration noch nicht der ALT-II Limiter und die DED-Seitenflächen als rezyklierende Flächen implementiert, weswegen vor allem für die ersten beiden Ionisationsstufen C^{1+} und C^{2+} die Dichte in dem Bereich neben der DED und der ALT-II Oberfläche aufgrund des numerischen "Pump-Effektes" zu niedrig ausfällt. Man kann jedoch auch hier schon bei eingeschaltetem Störfeld für die obersten beiden Ionisationsstufen C^{5+} und C^{6+} der Kohlenstoffverunreinigung eine Abschirmung bei der inneren Begrenzung ($r \approx 37$ cm) des Simulationsgebietes beobachten.

Deutlicher wird dies noch, wenn man sich die radialen Dichteprofile der Ionisationsstufen auf der Hochfeldseite ($\theta = 180°$) in Abbildung 5.25 und auf der Niederfeldseite ($\theta = 358°$) in Abbildung 5.26 ansieht. Auf der Hochfeldseite erkennt man, daß in der 12/4-Basismodenkonfiguration des Störfeldes vor allem die unteren beiden Ionisationsstufen C^{1+} und C^{2+} eine erhöhte Dichte vor der DED-Oberfläche ausbilden, während sich bei der 6/2-Basismodenkonfiguration erst langsam ab der zweiten Ionisationsstufe C^{2+} eine erhöhte Dichte vor der DED-Oberfläche ausprägt und dann aber bis zur vorletzten Ionisationsstufe C^{5+} bestehen bleibt. Bei der Eindringtiefe der beiden höchsten Ionisationstufen C^{5+} und C^{6+} lässt sich ein starkes Abschirmen der Ionen bei eingeschaltetem Störfeld beobachten. Auf der Niederfeldseite bietet sich ein ähnliches Bild (vgl. Abbildung 5.26). Es fällt nur auf, daß aufgrund der fehlenden Kohlenstoffquellen auf den Seitenflächen des DED und des ALT-II Limiters die Dichte im äußeren radialen Bereich (neben der DED-Oberfläche, $r_{min} > 44$ cm) in den zwei unteren Ionisationsstufen C^{1+} und C^{2+} bei der Simulation der 12/4-Basismodenkonfiguration des Störfeldes zu niedrig ausfällt. Auf der Niederfeldseite lässt sich sogar schon ab der vierten Ionisationsstufe C^{4+} innen eine leichte Abschirmung der Verunreinigungsionen beobachten, welche für die beiden obersten Ionisationsstufen C^{5+} und C^{6+} noch wesentlich deutlicher ausfällt.

Um die Stärke der Abschirmung noch besser abzuschätzen, wurden in Tabelle 5.1 die mittlere Dichte der einzelnen Ionisationsstufen der Kohlenstoffverunreinigungen auf der inneren Begrenzung ($r \approx 37$ cm) der Simulationsdomäne für alle untersuchten Störfeldkonfigurationen (kein DED, 12/4- und 6/2-Basismodenkonfiguration des Störfeldes) aufgelistet. Dabei fällt auf, daß für alle Störfeldkonfigurationen die gesamten C^{1+}-Ionen innerhalb des Simulationsgebietes ionisiert werden und nicht bis zur inneren Begrenzung des Simulationsgebietes vordringen. Für die anderen Ionisationsstufen wurde in den unteren beiden Reihen von Tabelle 5.1 noch das Verhältnis der Dichten auf der inneren Begrenzung des Simulationsgebietes mit eingeschaltetem Störfeld, bezogen auf den Fall ohne Störfeld, angegeben. Dabei sieht man, daß bei den unteren Ionisationsstufen die Dichte auf der inneren Begrenzung bei eingeschaltetem Störfeld ansteigt (18.5- bzw. 3.8-fache Dichte der C^{2+}-Ionen im Vergleich zum ungestörten Fall), während die obersten Ionisationsstufen stark durch das Störfeld vor dem Kernplasma abgeschirmt werden (Reduktion auf 7% bzw. 4% der Dichte der C^{6+}-Ionen auf der inneren Begrenzung ohne externes

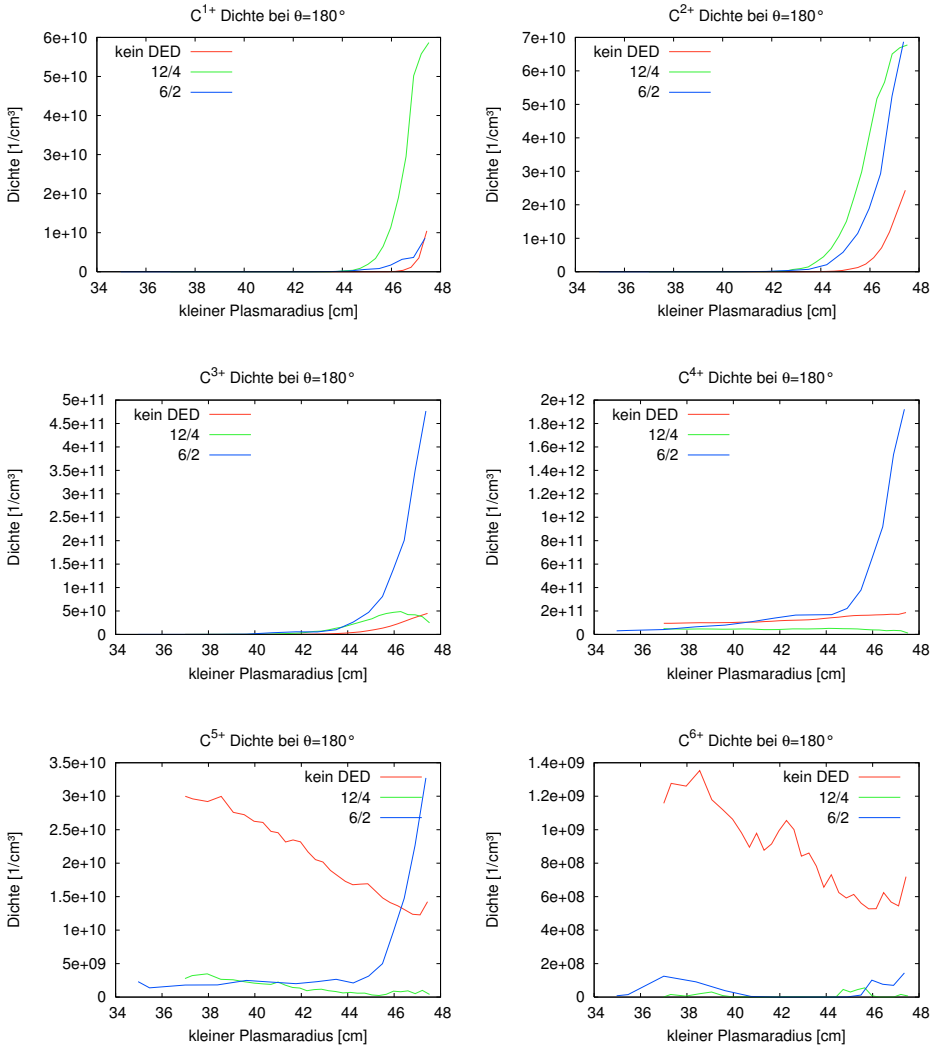


Abbildung 5.25: Radiale Dichteprofile der einzelnen Ladungszustände des Kohlenstoffs auf der Hochfeldseite ($\theta = 180°$) für den Fall ohne Störfeld (rot) und mit Störfeld in den Basismodenkonfigurationen 12/4 (grün) und 6/2 (blau).

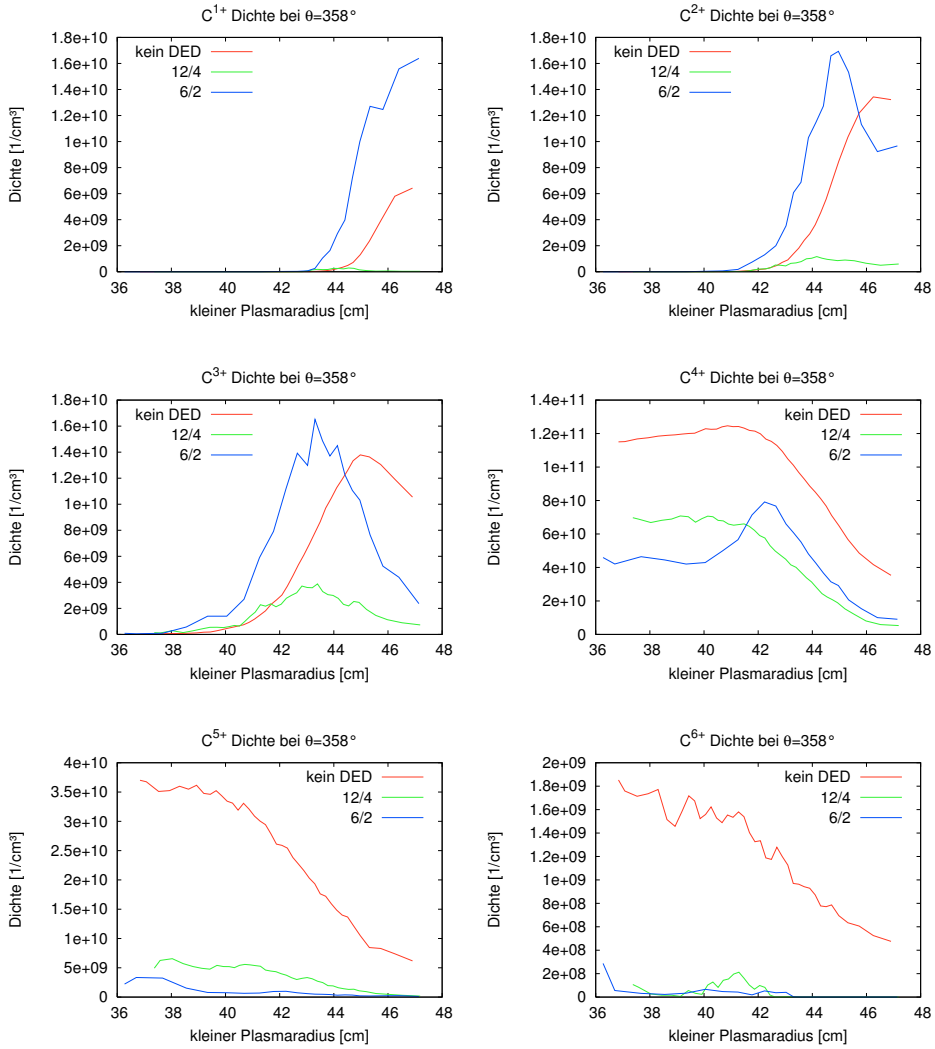


Abbildung 5.26: Radiale Dichteprofile der einzelnen Ladungszustände des Kohlenstoffs auf der Niederfeldseite ($\theta = 358°$) für den Fall ohne Störfeld (rot) und mit Störfeld in den Basismodenkonfigurationen 12/4 (grün) und 6/2 (blau).

	C^{1+}	C^{2+}	C^{3+}	C^{4+}	C^{5+}	C^{6+}
ohne DED $\overline{n}_{C,0}[\frac{1}{cm^3}]$	0.0	2.8×10^3	4.3×10^7	1.1×10^{11}	3.5×10^{10}	1.5×10^9
$\overline{n}_{C,12/4}$ $[\frac{1}{cm^3}]$	0.0	5.2×10^4	8.7×10^7	1.1×10^{11}	1.1×10^{10}	1.1×10^8
$\overline{n}_{C,6/2}$ $[\frac{1}{cm^3}]$	0.0	1.1×10^4	4.0×10^7	5.1×10^{10}	4.3×10^9	6.2×10^7
$\frac{\overline{n}_{C,12/4}}{\overline{n}_{C,0}}$	—	18.5	2.0	1.1	0.3	0.07
$\frac{\overline{n}_{C,6/2}}{\overline{n}_{C,0}}$	—	3.8	0.9	0.5	0.1	0.04

Tabelle 5.1: Mittlere Dichte $\overline{n}_{C,0}$, $\overline{n}_{C,12/4}$ und $\overline{n}_{C,6/2}$ der einzelnen Ionisationsstufen der Kohlenstoffverunreinigungen auf der inneren Begrenzung ($r \approx 37$ cm) des Simulationsgebietes für die unterschiedlichen Störfeldkonfigurationen. Abgesetzt, in den unteren beiden Zeilen, sind noch die Verhältnisse der Verunreinigungsdichten mit Störfeld (in der 12/4- und 6/2-Basismodenkonfiguration) bezogen auf den ungestörten Fall ($\frac{\overline{n}_{C,12/4}}{\overline{n}_{C,0}}$ und $\frac{\overline{n}_{C,6/2}}{\overline{n}_{C,0}}$) aufgeführt.

Störfeld). Hierbei ist zu beachten, daß die Verunreinigungsionen, die die Simulationsdomäne in Richtung Kernplasma verlassen, durch die Randbedingungen wieder in ihrem Ladungszustand in die Randschicht zurück reflektiert werden. Da aber die C^{4+}-Ionen die größte Dichte auf der inneren Begrenzung aufweisen, werden Ionisationen in höhere Ladungszustände, die im Kernplasma auftreten können, nicht berücksichtigt. Hier wären evtl. Randbedingungen, die die Verunreinigungsionen in ihrem höchsten Ladungszustand oder einer temperatur- und dichteabhängigen Ladungszustandsverteilung in das Randschichtplasma reflektieren, besser. Außerdem scheint der Abschirmeffekt in der 6/2-Basismodenkonfiguration des Störfeldes stärker ausgeprägt zu sein und bei niedrigeren Ionisationszuständen einzusetzten als bei der 12/4-Basismodenkonfiguration des Störfeldes.

Zusammenfassend lässt sich sagen, daß das Störfeld des DED's vor allem auf die höchsten beiden Ionisations stufen C^{5+} und C^{6+} abschirmend wirkt, wobei dies hier nur qualitativ untersucht wurde. Diese Verhalten, daß höhere Ionisationsstufen stärker abgeschirmt werden, konnte auch in experimentellen Untersuchungen[25] beobachtet werden. Dort wurde das Abschirmverhalten jedoch für die 3/1-Basismodenkonfiguration des DED-Störfeldes untersucht. Dabei hat sich herausgestellt, daß die C^{2+}-Dichte im Kernplasma ansteigt, und die C^{4+}-Dichte um 10-15% und die C^{6+}-Dichte um 30% reduziert wird. Dies sind jedoch wesentlich geringere Werte als die, die sich durch die Simulationen ergeben haben.

Diese Diskrepanz muss in weiteren Studien noch eingehender untersucht werden. Dazu sind, wie weiter oben schon erwähnt wurde, Verbesserungen der Randbedingungen auf der inneren Begrenzung des Simulationsgebietes nötig. Eine weitere Verbesserung kann auch über ein realistischeres Sputtermodell, wie es der EIRENE-Code besitzt, erreicht werden. Dies wurde bereits durchgeführt und wird in Kapitel 6.4 beschrieben. Dabei wird das Sputtern und die Verfolgung der neutralen Verunreinigungen komplett von EIRENE übernommen. Zusätzliche Untersuchungen zur Abschirmung und weiterführende Transportstudien der Verunreinigungen mit dem EMC3-Code sind noch in [59] dargestellt.

5.2 Vergleich zwischen Simulation und Experiment in der 12/4-Basismodenkonfiguration des DED's

Für einen ersten quantitativen Vergleich zwischen Simulation und Experiment wurde versucht, mit dem EMC3-EIRENE-Codepaket eine Entladung aus der experimentellen Kampagne zu modellieren. Dazu wurde eine Entladung in der 12/4-Basismodenkonfiguration des Störfeldes des DED's ausgewählt (#95895), für den gute radiale Messwerte der Elektronendichte und Temperatur am Rand (He-Strahldiagnostik) vorliegen, und für den auch eine Entladung mit ähnlichem MHD Gleichgewicht, aber ausgeschaltetem DED (#95896) existiert. Erste Ergebnisse dieses Vergleiches werden in [20] einführend beschrieben, eine ausführliche Diskussion der Ergebnisse des Vergleiches zwischen Simulation und Experiment folgt in diesem Abschnitt.

Für die Vergleichssimulation wird das MHD-Gleichgewicht verwendet, welches auch schon in Kapitel 5.1.1 die Grundlage für die Simulationen für alle Basismodenkonfigurationen des DED's gebildet hat (siehe Abbildung 5.1), da es speziell für das zu simulierende Entladungspaar (#95895 und #95896) erstellt wurde. Zusätzlich werden für die Simulation mit dem EMC3-Code noch weitere Informationen vom Experiment benötigt. Dies sind der Wärmefluss vom Kernplasma in die Plasmarandschicht (Q_{core}), die Dichte auf der inneren Begrenzung ($r \approx 37$ cm) der Simulationsdomäne n_0 , die exponentielle Abfalllänge der Dichte ($\lambda_n = \lambda_{ne} = \lambda_{ni}$), des Impulses ($\lambda_M$) sowie der Temperatur ($\lambda_T = \lambda_{Te} = \lambda_{Ti}$) auf der äußeren Begrenzung der Simulationsdomäne und die senkrechten Diffusionskoeffizienten für die Teilchen ($D_\perp$) und Temperatur ($\kappa_\perp = n\chi_\perp$). Die Abfalllängen λ_n und λ_T können durch einen exponentiellen Fit an die gemessenen radialen Profile der Elektronendichte und Elektronentemperatur bestimmt werden. Für die Abfalllänge des Impulses wird angenommen, daß diese gleich der Abfalllänge der Dichte ist ($\lambda_M = \lambda_n$). Um die senkrechten Diffusionskoeffizienten abzuschätzen, wird ein einfaches Modell für die Abschälschicht [69, 70] verwendet.

$$D_\perp = \frac{\lambda_n^2 c_s}{2L_C} \tag{5.5}$$

$$\delta_e = \left(1 + \frac{\lambda_n}{\lambda_{Te}}\right)\left(\frac{5}{2} + \frac{\chi_{e\perp}}{D_\perp}\frac{\lambda_n}{\lambda_{Te}}\right) \tag{5.6}$$

Dabei ist L_C die Verbindungslänge in der Abschälschicht, c_s die Ionenschallgeschwindigkeit an der letzten geschlossenen magnetischen Flussfläche und δ_e der Wärmeübertragungskoeffizient der Elektronen in der elektrostatischen Schicht vor der Wand, welcher $\delta_e = 5.5$ beträgt.

Die radialen experimentellen Profile in der Randschicht, über die die Abfalllängen bestimmt werden, liefert eine He-Strahldiagnostik auf der Niederfeldseite. Diese besteht aus einem Gaseinlass, der bei der toroidalen Position $\varphi = 90°$ und in poloidaler Richtung 5° unterhalb der Mittelebene auf der Niederfeldseite des Vakuumgefässes ($\theta = 355°$ in den Simulationen) liegt, und über den ein He-Atomstrahl in die Plasmarandschicht injiziert werden kann. Von oben blickt eine Diagnostik auf diesen He-Strahl, mit der radial aufgelöst die unterschiedlichen relativen Intensitäten von drei charakteristischen He-Linien gemessen werden können. Mittels dieser aktiven Atomstrahlspektroskopie und einem Stoß-Strahlungsmodell können dann die Elektronendichten und Elektronentemperaturen radial und zeitlich aufgelöst gemessen werden. Näheres zu dieser Diagnostik findet man in [70]. Zusätzlich zu diesem He-Strahl wird an dieser Position auch ein Li-Strahl in das Plasma injiziert, mit dem die Elektronendichte in einem radial weiter nach außen ausgedehnten Bereich gemessen werden kann. Die Lage der He-Strahldiagnostik im Experiment und in den Simulationsprofilen ist in Abbildung 5.27 skizziert.

Um nun die Abfalllängen λ_n und λ_{Te} zu bestimmen, wurde an die radialen experimentellen Elektronendichte- und Elektronentemperaturprofile außerhalb der LCFS (0.44 m $< r_{min} <$ 0.46 m) eine exponentiell abfallende Kurve angepasst, welche dann die Abfalllängen bestimmt. In Abbildung 5.28 sind die Ergebnisse dieser Anpassung für die 12/4-Basismodenkonfiguration

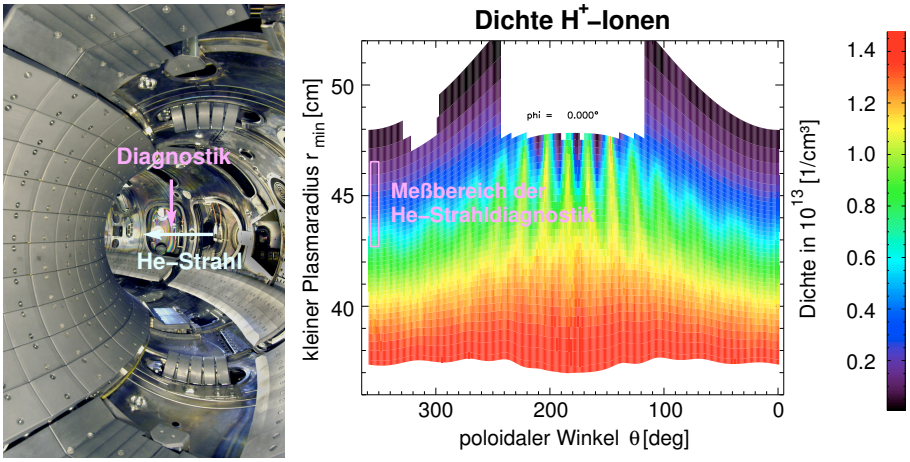


Abbildung 5.27: Position der He-Strahldiagnostik auf der Niederfeldseite im Vakuumgefäß (links), und Sichtfenster der Diagnostik in den Simulationsprofilen (rechts).

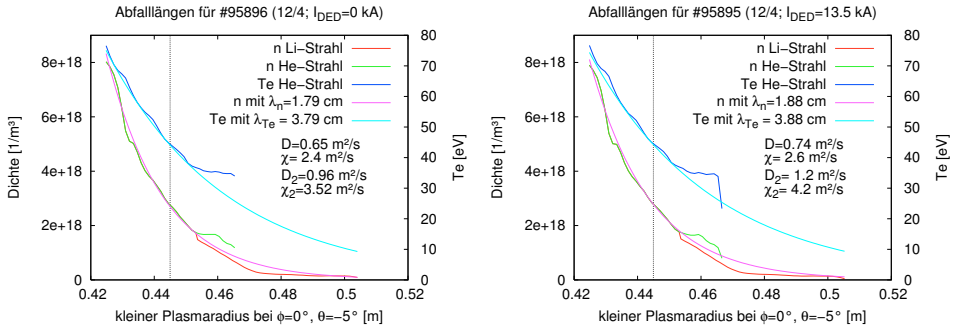


Abbildung 5.28: Radiale Profile der Elektronendichte und der Elektronentemperatur aus der He-Strahl- und Li-Strahldiagnostik für die 12/4-Basismodenkonfiguration des Störfeldes sowie einer Referenzentladung mit gleichem Gleichgewicht, aber abgeschaltetem Störfeld. An die Profile wurde jeweils eine Exponentialkurve angepasst, um die Abfalllängen zu bestimmen. Die resultierenden senkrechten Transportkoeffizienten wurden für zwei unterschiedliche Verbindungslängen bestimmt. D und χ für die Verbindungslänge der Feldlinien, die nur den DED Limiter, aber noch nicht den ALT-II Limiter schneiden, und D_2 und χ_2 für die Verbindungslänge der Feldlinien, die den DED und den ALT-II Limiter schneiden. Zusätzlich ist noch durch eine senkrechte gestrichelte schwarze Linie die Position der letzten geschlossenen Flussfläche im ungestörten Fall in den beiden Abbildungen eingezeichnet.

(rechte Abbildung) und die Referenzentladung ohne externes Störfeld (linke Abbildung) zusammengestellt. Die radialen Dichteprofile der He-Strahldiagnostik sind dabei in Grün, die radialen Dichteprofile der Li-Strahldiagnostik in Rot und die radialen Elektronentemperaturprofile der He-Strahldiagnostik in Blau dargestellt. Die angepassten exponentiellen Kurven wurden zusätzlich für die Dichte in Pink und für die Elektronentemperatur in Türkis eingezeichnet. Die resultierenden Abfalllängen sind jeweils in der Legende eingetragen.

Mit diesen Werten können dann über ein einfaches Abschälschichtmodell mit Hilfe der Gleichungen (5.5) und (5.6) die senkrechten Diffusionskoeffizienten $D_\perp$ und $\chi_{e\perp}$ abgeschätzt werden. Da wir aber in der Abschälschicht zwei Limiter (DED und ALT-II) an unterschiedlichen radialen Positionen haben, bilden sich auch Bereiche mit unterschiedlicher Verbindungslänge innerhalb

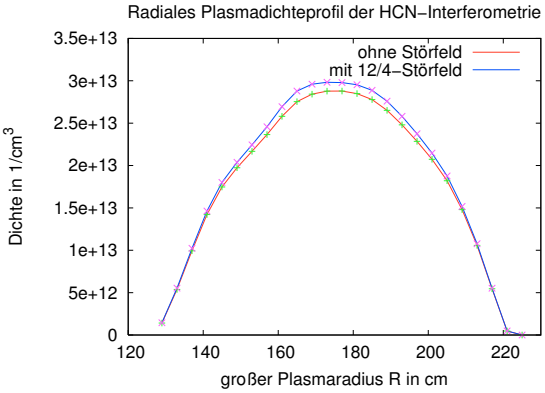


Abbildung 5.29: Radiale Dichteprofile des HCN-Laser-Interferometers über die gesamte Plasmabreite für die 12/4-Basismodenkonfiguration des Störfeldes (#95896) und den Referenzentladung ohne Störfeld (#95896).

der Abschälschicht aus (vgl. Verbindungslängenprofil in Abbildung 5.2), die nicht in dem einfachen Abschälschichtmodell berücksichtigt werden. Deswegen wurden in Abbildung 5.28 die Diffusionskoeffizienten für zwei unterschiedliche Verbindungslängen bestimmt. Die Diffusionskoeffizienten D und χ sind dabei für Verbindungslängen berechnet worden, bei denen die Feldlinien den DED Limiter, aber noch nicht den ALT-II Limiter schneiden, und die Diffusionskoeffizienten D_2 und χ_2 für Verbindungslängen weiter außen, bei denen die Feldlinien den DED und den ALT-II Limiter schneiden. Da dieses einfache Abschälschichtmodell eigentlich nicht für die komplexen dreidimensionalen Randschichten des DED-Störfeldes geeignet ist, können die Transportkoeffizienten für den Fall mit externem Störfeld auch nur als ein erster Anhaltspunkt für die Simulation angesehen werden.

Für den Vergleich in der 12/4-Basismodenkonfiguration des Störfeldes zwischen Simulation und Experiment haben wir jetzt die als Randbedingung benötigten Abfalllängen und Diffusionskoeffizienten bestimmt. Die Abfalllängen für die Dichte und die Temperatur liegen bei $\lambda_n = 1.88$ cm und $\lambda_T = 3.88$ cm für den Fall mit Störfeld, und für die Referenzentladung ohne Störfeld bei $\lambda_n = 1.79$ cm und $\lambda_T = 3.79$ cm. Damit ergeben sich Diffusionskoeffizienten im Bereich von $D_\perp = 0.74 - 1.2\ \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}}$ und $\chi_\perp = 1.57 - 2.54\ \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}}$ bzw. für die Referenzentladung ohne Störfeld im Bereich von $D_\perp = 0.65 - 0.96\ \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}}$ und $\chi_\perp = 1.46 - 2.14\ \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}}$. Der Wärmefluss vom Kernplasma in die Randschicht Q_{core} wurde als die gesamte Heizleistung, die für die Schüsse verwendet wurde, angenommen. Für den Fall mit Störfeld in der 12/4-Basismodenkonfiguration beträgt diese $Q_{core} = 539$ kW, und für die Referenzentladung ohne Störfeld $Q_{core} = 546$ kW.

Für die Bestimmung der Dichte auf der inneren Begrenzung der Simulationsdomäne wird das radiale Dichteprofil des Neunkanal-HCN-Laser-Interferometers [71] von TEXTOR verwendet. Diese Diagnostik misst die liniengemittelte Dichte an neun radialen Positionen und liefert über eine Abel-Inversion ein radiales Dichteprofil über den gesamten Plasmaradius. Leider ist die radiale Auflösung dieser Diagnostik aufgrund der nur neun Kanäle gering. Da die innere Begrenzung des Simulationsgebietes durch eine magnetische Flussfläche gebildet wird, sollte auf ihr die Plasmadichte konstant sein. Aus diesem Grund wurde die radiale Position der inneren Begrenzung des Simulationsgebietes auf der Niederfeldseite ($\theta = 0°$) und auf der Hochfeldseite ($\theta = 180°$) bestimmt und die mittlere Dichte dieser zwei Punkte aus den HCN-Dichteprofilen gebildet. Die Dichteprofile des HCN-Laser-Interferometers für die Entladung in der 12/4-Basismodenkonfiguration des Störfeldes (#95895) und für die Referenzentladung ohne Störfeld (#95896) sind in Abbildung 5.29 zu sehen. Für die Dichte auf der inneren Begrenzung

des Simulationsgebietes ergibt sich dadurch für den Fall mit Störfeld $n_0 = 1.08 \times 10^{13}\ \frac{1}{\mathrm{cm}^3}$ und für die Referenzentladung ohne Störfeld $n_0 = 1.11 \times 10^{13}\ \frac{1}{\mathrm{cm}^3}$. Mit diesen Werten wurden dann die Simulationen durchgeführt.

5.2.1 Teilchendeposition

Um zunächst die toroidale Lage des Störfeldes in den Simulationen zu überprüfen, wurden die Streifenstrukturen der Teilchendeposition auf der DED-Oberfläche zwischen der Simulation und dem Experiment verglichen. Um die Teilchendeposition auf der DED-Oberfläche zu untersuchen, wird eine CCD-Kamera mit einem H_α-Filter ($\lambda_{H_\alpha} = 656.3$ nm, und Halbwertsbreite $\Delta\lambda_{H_\alpha} = 50$ nm)[70] verwendet und damit senkrecht die DED-Oberfläche beobachtet. Da die neutralen Wasserstoffatome stark in der Nähe der Position lokalisiert sind, an der sie auf der Wand neutralisiert werden, liefert das H_α-Licht der neutralen Wasserstoffatome einen guten Anhaltspunkt für die Recyclingverteilung und damit über die Teilchendeposition auf der Wandoberfläche.

Da für die Entladung #95895 leider keine Kameradaten zur Verfügung standen, wird hier der Vergleich mit der Entladung #96639 durchgeführt, der ein ähnliches MHD-Gleichgewicht und Störfeldamplitude besitzt wie die Entladung #95895. Der poloidale Winkel ist dabei in Abbildung 5.30 nach der EMC3-Konvention angegeben, welche den poloidalen Winkel anders herum zählt als nach der TEXTOR-Konvention ($\theta_{\mathrm{EMC3}} = 360° - \theta_{\mathrm{TEXTOR}}$). Um dies zu verdeutlichen, wurde in dem Simulationsergebnis der Teilchendeposition in der Abbildung rechts neben der TEXTOR-Kamera das Sichtfenster der H_α-CCD Kamera durch einen weißen Rahmen eingezeichnet. Außerdem fällt dabei auf, daß die H_α-CCD Kamera in einen anderen toroidalen Bereich blickt als die Simulationsergebnisse darstellen. Da das Störfeld aber in der 12/4-Basismodenkonfiguration eine Vierfach-Symmetrie in toroidaler Richtung aufweist, entspricht der Winkel $\varphi_{\mathrm{CCD}} = 180°$ der Abbildung der H_α-CCD Kamera dem toroidalen Winkel $\varphi_{\mathrm{EMC3}} = 0°$ in den Simulationsergebnissen.

Bei dem Vergleich zwischen den H_α-CCD Kamerdaten und den Simulationsergebnissen der Teilchendeposition sieht man eine gute Übereinstimmung der Lage der Streifenstruktur. Man kann vier Streifen erkennen, die sich jeweils noch einmal in zwei Streifen aufspalten. Daß die Streifen im H_α-CCD Kamerabild von der Intensität her nicht ganz durchgängig sind, liegt hauptsächlich daran, daß die Karbonkacheln der DED-Oberfläche nicht alle hundertprozentig exakt ausgerichtet sind und einige Karbonkacheln etwas weiter zurück liegen als andere. Außerdem lassen sich die Fugen zwischen den Karbonkacheln auch in dem H_α-CCD Kamerabild beobachten. Da uns bei dem Vergleich aber hauptsächlich die Lage der Streifen, und nicht deren relative Intensität interessiert, kann dies für den Vergleich vernachlässigt werden. Eine bessere Kontrolle der Lage der Streifen lässt sich noch mit einer Überlagerung der poloidalen Profile der Kameradaten und der Simulationsergebnisse der Teilchendeposition erzielen. Diese ist links unten in Abbildung 5.30 dargestellt. Die toroidalen Positionen ($\varphi_{\mathrm{CCD}} = 180°$ und $\varphi_{\mathrm{EMC3}} = 0°$) der poloidalen Profile sind in den Abbildungen der H_α-CCD Kameradaten und in den Simulationsergebnissen der Teilchendeposition als senkrechte weiße Linien eingezeichnet. Auch bei dieser Überlagerung der poloidalen Profile lässt sich eine gute Übereinstimmung der Lage der Minima und Maxima der Streifenstruktur der Teilchendeposition beobachten. Das heißt, daß die Störfeldstruktur der Simulation in der Nähe der DED-Oberfläche sehr gut mit der des Experimentes übereinstimmt. Damit konnte die geometrische Konsistenzüberprüfung der im EMC3-Code implementierten Magnetfeldstruktur erfolgreich abgeschlossen werden.

Zusätzlich ist in Abbildung 5.30 noch ein hochauflösendes Verbindungslängenprofil vor der DED-Oberfläche dargestellt. In diesem Verbindungslängenprofil wurde die Anzahl der poloidalen Umläufe, und nicht die Länge der Feldlinien farblich hervorgehoben. Dadurch erkennt man gut die private Flusszone mit sehr kurzen Verbindungslängen (null poloidale Umläufe). Diese ist

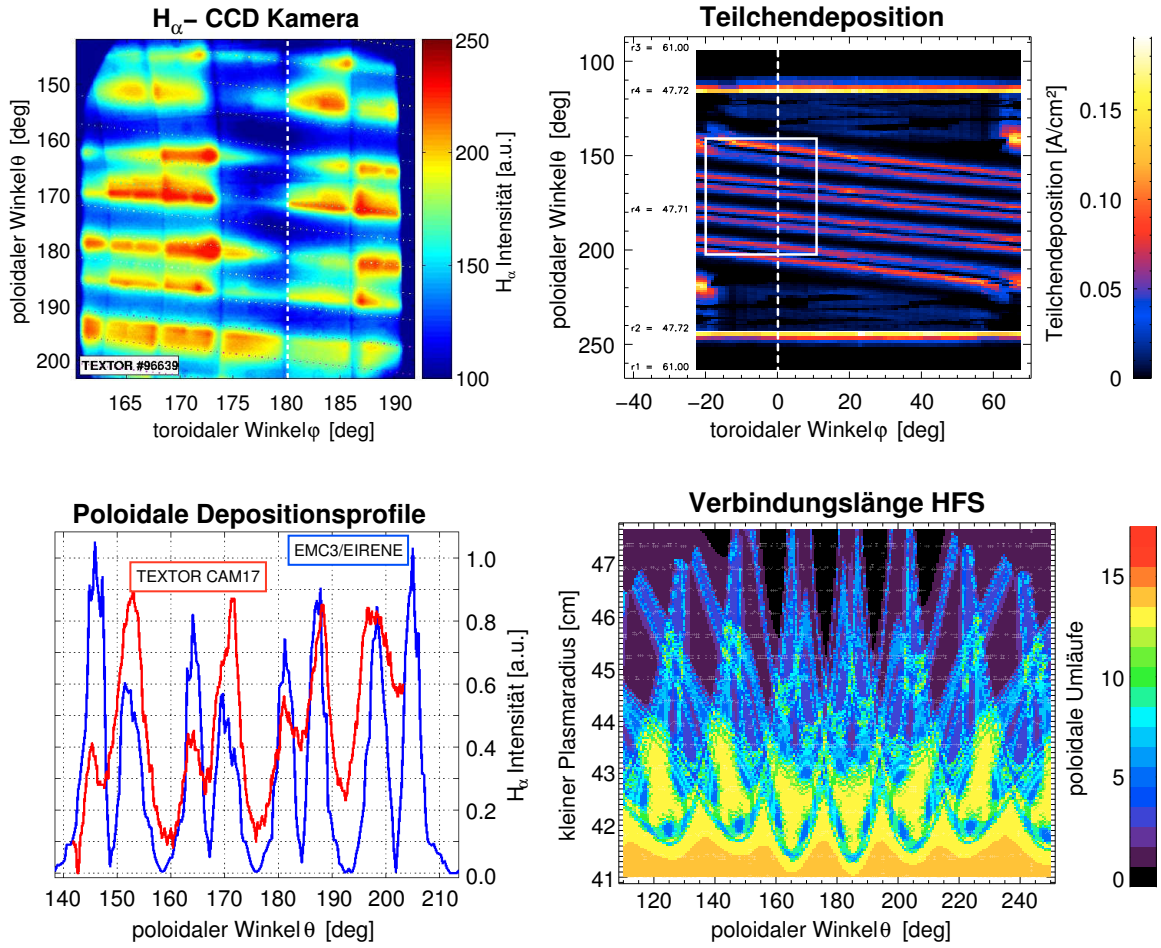
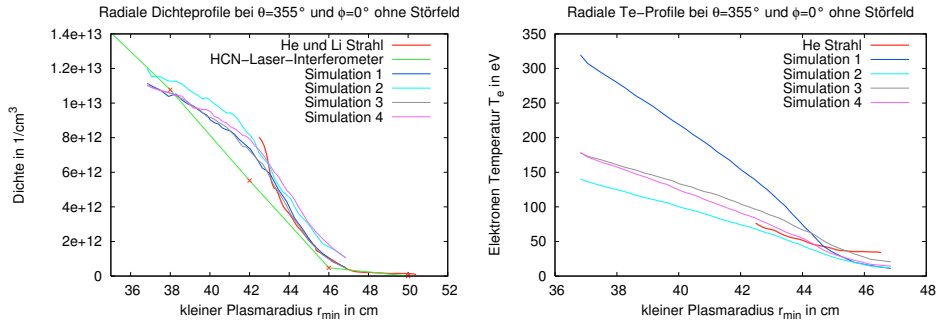


Abbildung 5.30: Oben links ist der Blick einer CCD Kamera mit einem H_α-Filter auf die DED-Kacheln im Experiment dargestellt, welche einen guten Anhaltspunkt für die Teilchendeposition liefert (proportional zum senkrechten Fluss der neutralen Wasserstoffatome von der Wand). Rechts daneben sind die Simulationsergebnisse der Teilchendeposition zu sehen, in die das Blickfeld der H_α-CCD Kamera durch einen weißen Rahmen eingezeichnet wurde. Unten links sind jeweils ein poloidales Profil der H_α-CCD Kameradaten und der Simulationsergebnisse überlagert dargestellt. Die Positionen der Profile sind in den Abbildungen in der oberen Reihe durch senkrechte weiße gestrichelte Linien gekennzeichnet. Unten rechts ist noch ein Ausschnitt des Verbindungslängenprofils vor der DED-Oberfläche bei $\phi = 0°$ dargestellt, in dem man die Fingerstruktur von längeren Verbindungslängen und die private Flusszone erkennen kann, die zu der Streifenstruktur der Teilchendeposition auf der DED-Oberfläche führen.



	Simulation 1	Simulation 2	Simulation 3	Simulation 4
n_0	$1.1 \times 10^{13} \frac{1}{\mathrm{cm}^3}$	$1.2 \times 10^{13} \frac{1}{\mathrm{cm}^3}$	$1.1 \times 10^{13} \frac{1}{\mathrm{cm}^3}$	$1.1 \times 10^{13} \frac{1}{\mathrm{cm}^3}$
$D_\perp$	$0.65 \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}}$	$1.35 \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}}$	$0.65 \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}}$	$1.10 \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}}$
$\chi_\perp$	$1.46 \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}}$	$4.07 \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}}$	$4.07 \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}}$	$2.97 \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}}$
λ_n	1.79 cm	2.10 cm	1.79 cm	1.92 cm
λ_T	3.79 cm	5.00 cm	5.00 cm	4.49 cm
Q_{core}	539 kW	600 kW	539 kW	539 kW

Abbildung 5.31: Radiale Dichte- und Elektronentemperaturprofile für den Fall ohne Störfeld (#95896) für unterschiedliche Transportkoeffizienten und Randbedingungen. Die Parameter der einzelnen Simulationen (1-4) sind in der Tabelle zusammengestellt.

für die Minima zwischen den vier Hauptstreifen verantwortlich. Die vier Hauptstreifen werden durch die Fingerstruktur der Feldlinien mit längeren Verbindungslängen ($\geq$ 1 poloidaler Umlauf) als in der privaten Flusszone verursacht. Das Aufspalten der Haupstreifen in jeweils zwei Streifen wird dabei durch die feinen Adern der ergodischen Finger aus Feldlinien mit 5 oder mehr poloidalen Umläufen verursacht. Entlang dieser ergodischen Finger können Teilchen von weiter innen zur Wand transportiert werden. Dabei gelangen sie durch senkrechten Transport auch auf die laminaren Feldlinien, die die ergodischen Finger umgeben und können so die Sub-Streifen der Teilchendeposition gegenüber der reinen Auftrefffläche der ergodischen Finger etwas verbreitern.

5.2.2 Radiale Profile

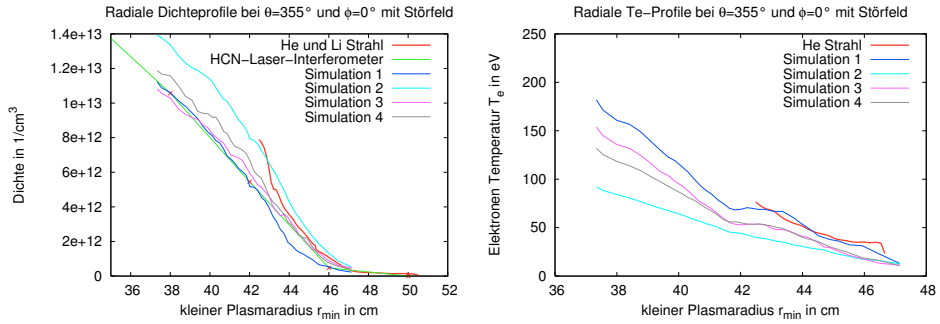
Für den Vergleich zwischen Simulation und Experiment werden die radialen Dichte- und Elektronentemperaturprofile der He-Strahldiagnostik verwendet. Dabei wurden bei der Modellierung zunächst die Parameter verwendet, die über das einfache Abschälschichtmodell aus Kapitel 5.2 abgeschätzt wurden. Anschließend wurde versucht, durch Variation der Parameter die radialen Profile zu optimieren.

Ohne DED-Störfeld

Um die radialen Profile aus dem Experiment zu reproduzieren, wurden acht Simulationen mit unterschiedlichen Parametern duchgeführt. Vier dieser Simulationen sind exemplarisch in Abbildung 5.31 zusammen mit den gemessenen Dichte- und Elektronentemperaturprofilen der He-Strahldiagnostik dargestellt. Bei den Dichteprofilen sind zusätzlich auch noch die Profile der Li-Strahldiagnostik und des HCD-Laser-Interferometers eingezeichnet. Für Simulation 1 wurden zunächst die Parameter aus dem einfachen Abschälschichtmodell aus Kapitel 5.2 verwendet (siehe Tabelle in Abbildung 5.31). Dabei erkennt man, daß für das Dichteprofil die Übereinstimmung schon recht gut ist. Anders sieht es jedoch bei der Elektronentemperatur aus. Hier scheint der senkrechte Diffusionskoeffizient der Energie $\chi_\perp$ aus der ersten Abschätzung zu klein zu sein, was innen zu sehr hohen Temperaturen und zu einem zu steilen Abfall der Elektronentemperatur führt. Eine Erhöhung aller Parameter wurde in Simulation 2 durchgeführt. Hier verläuft das Elektronentemperaturprofil für den Bereich $r \leq 44.5$ cm annähernd parallel zu dem gemessenen Profil, liegt aber etwas darunter. Dies spricht dafür, daß diese Wahl des senkrechten Diffusionskoeffizienten der Energie ($\chi_\perp = 4.07\ \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}}$) eher der im Experiment entspricht. Jedoch stimmen die Dichteprofile für diese Simulation nicht mehr so genau überein. In Simulation 3 wurden die Parameter für die Dichte aus Simulation 1 und die Parameter für die Energie aus Simulation 2 kombiniert. Damit wurde wieder eine gute Übereinstimmung mit dem Dichteprofil erzielt und die Übereinstimmung mit dem Temperaturprofil im Vergleich zu Simulation 1 verbessert. Im Vergleich zu Simulation 2 ist die Übereinstimmung mit dem Temperaturprofil jedoch nicht mehr so gut, da in Simulation 2 die Dichte im gesamten Bereich etwas höher lag. Dadurch wurde auch die Temperatur, trotz erhöhter Energiezufuhr ($Q_{core} = 600$ kW), im gesamten Bereich reduziert. Bei Simulation 4 wurde noch einmal mit einem kleineren $\chi_\perp$ versucht, das Temperaturprofil etwas weiter aufzusteilen, was das simulierte Temperaturprofil näher an das gemessene gerückt hat, jedoch stimmen die Steigungen der beiden Profiele jetzt nicht mehr so gut überein. Daß das simulierte Temperaturprofil näher an das gemessene Temperaturprofil herangerückt ist, wird aber auch durch den erhöhten Teilchendiffusionskoeffizient begünstigt. Dieser verursacht nämlich auch einen Anstieg der Plasmadichte im äußeren Bereich, weswegen auch die Temperatur dort etwas absinkt. Bei allen Simulationen fällt auch noch auf, daß die Temperaturen am äußeren Rand ($r > 46$ cm) immer unter den gemessenen liegen. Nur bei der Simulation 3 ist die Temperatur zwar immer noch geringer als die gemessene, liegt aber höher als bei den anderen Simulationen. Zusammenfassend lässt sich sagen, daß wohl die Parameter der Simulation 3 dem Experiment bei dieser Entladung am nächsten kommen, und durch weitere Variationen der Parameter lassen sich wahrscheinlich die Profile der Elektronentemperatur auch noch weiter optimieren.

DED in 12/4-Basismodenkonfiguration des Störfeldes

Für den Vergleich mit der Entladung #95895 für die 12/4-Basismodenkonfiguration des Störfeldes wurden sieben Simulationen durchgeführt. Der besseren Übersicht wegen wurden wieder vier Simulationen ausgewählt und in Abbildung 5.32 mit den gemessenen Profilen verglichen. In Simulation 1 wurden wieder die Parameter verwendet, die man über das einfache Abschälschichtmodell aus Kapitel 5.2 erhält. Im Gegensatz zu dem Vergleich ohne Störfeld passen mit diesen Parametern die Temperaturprofile schon sehr gut zusammen. Bei den Dichteprofilen hingegen gibt es jetzt relativ starke Abweichungen, da die Dichte mit diesen Parametern über den gesamten Messbereich zu niedrig ist. In Simulation 2 wurden ähnlich wie bei dem Fall ohne Störfeld alle Parameter erhöht. Dabei wurde vor allem die Dichte auf der inneren Begrenzung stark angehoben. Dies führt zwar dazu, daß die Dichteprofile besser übereinander liegen, jedoch sinkt die Temperatur dadurch im gesamten Bereich stark ab, obwohl der Energiezufluss aus dem Kernplasma erhöht wurde. Außerdem könnte der senkrechte Teilchendiffusionskoeffi-



	Simulation 1	Simulation 2	Simulation 3	Simulation 4
n_0	$1.1 \times 10^{13} \frac{1}{\mathrm{cm}^3}$	$1.4 \times 10^{13} \frac{1}{\mathrm{cm}^3}$	$1.1 \times 10^{13} \frac{1}{\mathrm{cm}^3}$	$1.2 \times 10^{13} \frac{1}{\mathrm{cm}^3}$
$D_\perp$	$0.74 \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}}$	$1.35 \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}}$	$1.35 \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}}$	$1.2 \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}}$
$\chi_\perp$	$1.57 \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}}$	$4.07 \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}}$	$1.57 \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}}$	$2.54 \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}}$
λ_n	1.88 cm	2.10 cm	2.10 cm	1.87 cm
λ_T	3.88 cm	5.00 cm	3.88 cm	3.97 cm
Q_{core}	547 kW	600 kW	547 kW	600 kW

Abbildung 5.32: Radiale Dichte- und Elektronentemperaturprofile für den Fall mit Störfeld in der 12/4-Basismodenkonfiguration (#95895) für unterschiedliche Transportkoeffizienten und Randbedingungen. Die Parameter der einzelnen Simulationen (1-4) sind in der Tabelle zusammengestellt.

zient $D_\perp$ in dieser Simulation noch etwas kleiner sein, um ein steileres Profil zu erhalten. In Simulation 3 wurde die Dichte auf der inneren Begrenzung wieder reduziert, jedoch der erhöhte Teilchendiffusionskoeffizient beibehalten. Für die Parameter der Temperatur wurden die Werte aus Simulation 1 verwendet, da diese eine gute Übereinstimmung der Temperaturprofile ergeben haben. Dies verbessert zwar die Abweichung der Temperatur aus Simulation 2, kommt aber aufgrund der erhöhten Dichte nicht an die Übereinstimmung von Simulation 1 heran. Außerdem verbessert sich die Abweichung der Dichteprofile, obwohl die simulierte Dichte vor allem weiter innen noch immer unter der gemessenen liegt. Um dies zu kompensieren, wurde in Simulation 4 die Dichte auf der inneren Begrenzung noch einmal etwas erhöht, und der senkrechte Teilchendiffusionskoeffizient für ein steileres Profil etwas reduziert. Die Erhöhung der Dichte war jedoch nicht ausreichend, da die simulierte Dichte immer noch unterhalb der gemessenen Dichte liegt. Außerdem wurden noch der senkrechte Diffusionskoeffizient der Energie und die Energiezfuhr aus dem Kernplasma wie in Simulation 2 etwas erhöht, um ein flacheres Profil zu erhalten und die Temperatur im Gesamten etwas anzuheben. Das Temperaturprofil wurde daduch zwar im inneren Bereich ($r < 41$ cm) etwas flacher, jedoch liegt es immer noch unterhalb des gemessenen Temperaturprofils.

Die Rekonstruktion der experimentellen Dichte- und Temperaturprofile zur numerischen Bestimmung der Transportkoeffizienten hat sich als nicht trivial herausgestellt. Die Vielzahl sowie die wechselseitige Beeinflussung der Parameter macht die Rekonstruktion der experimentellen Profile sehr aufwendig. Für die Zukunft ist geplant, diesen Vergleich noch etwas weiter zu

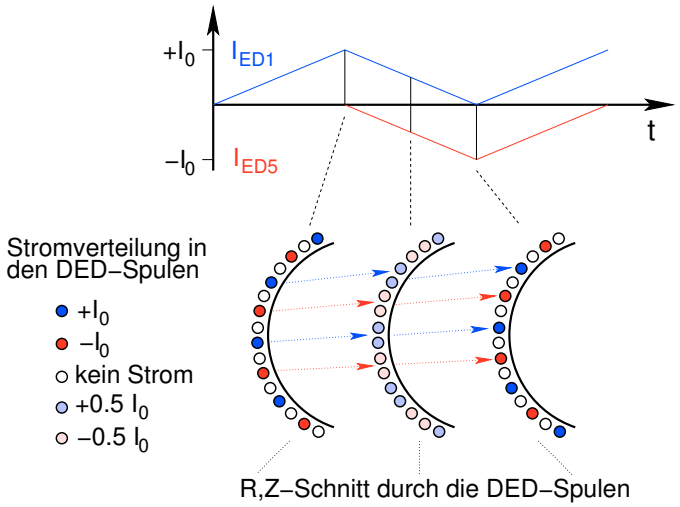


Abbildung 5.33: Stromverteilung in den DED-Spulen während einer Stromrampe. Die Stromverteilung in den DED-Spulen wandert dabei eine Spule nach oben, wodurch auch die Störfeldstruktur in poloidaler Richtung verschoben wird.

führen, um noch eine bessere Übereinstimmung zu erhalten. Außerdem soll der Vergleich auch noch auf die verbleibenden Störfeldkonfigurationen (6/2 und 3/1) des DED's ausgeweitet werden. Um den Vergleich noch weiter zu optimieren, und um vernachlässigte physikalische Effekte auszuschließen, wurden noch einige Modellerweiterungen in den EMC3-Code eingebaut. Diese Modellerweiterungen werden in Kapitel 6 beschrieben. Desweiteren gibt es noch Überlegungen, radial abhängige anomale Transportkoeffizienten $D(r)$, $\chi_\perp(r)$ für die Modellierung zu verwenden, um unterschiedlichen senkrechten Transport in den einzelnen Bereichen mit unterschiedlicher magnetischer Topologie, Rechnung zu tragen. Dies soll demnächst noch in den EMC3-Code implementiert werden, da mit deren Hilfe auch das Pedestal von H-Mode Szenarien modelliert werden kann.

5.2.3 Poloidale Profile und experimentelle Stromrampe

Bei der Betrachtung der poloidalen Profile der Simulationsergebnisse ist aufgefallen, daß innerhalb der Flußschläuche mit kurzer Verbindungslänge die Elektronendichte und die Elektronentemperatur abgesenkt werden (vergl. Abbildung 5.11 in Kapitel 5.1.3). Im Folgenden soll untersucht werden, ob eine solche Reduktion auch im Experiment beobachtet werden kann. Da die He-Strahldiagnostik jedoch fest an eine poloidalen Position fixiert ist, kann mit ihr direkt kein poloidales Profil aufgenommen werden. Mit einem experimentellen Trick kann jedoch das gesamte Störfeld in einem kleinen poloidalen Winkelbereich vor der Diagnostik bewegt werden.

Dazu wird eine leicht veränderte Stromverteilung im Vergleich zu der bisher verwendeten Stromverteilung für die 12/4-Basismodenkonfiguration des Störfeldes (vgl. Abbildung 4.12) in den DED-Spulen benutzt und zusätzlich eine oszillierende Stromrampe ("Sweep") mit den DED-Strömen I_{DED1} und I_{DED5} ausgeführt [20, 70]. Die Stromverteilung innerhalb der DED-Spulen ist in Abbildung 5.33 für drei Zeitpunkte der Stromrampe in der 12/4-Basismodenkonfiguration des Störfeldes dargestellt. Dabei kann man erkennen, daß zwischen dem Start- und dem Endpunkt der Stromrampe die Stromverteilung innerhalb der DED-Spulen von einer Spule zur nächsten wandert. In der Mitte der Stromrampe hat man dann zu einem Zeitpunkt wieder die bisher bekannte Stromverteilung. Dies hat jedoch einen kleinen Nachteil. Mit dieser Stromrampe kann nur die Hälfte der maximalen Störfeldstärke des DED's erreicht werden, da, wenn einer

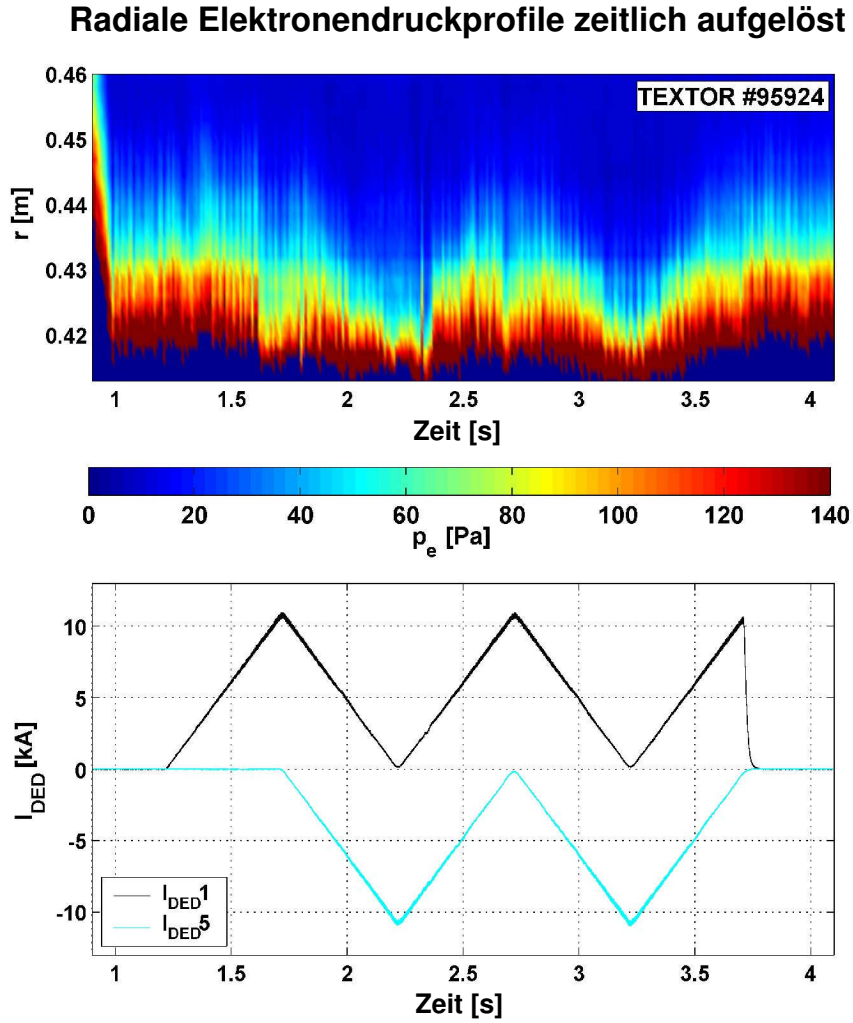


Abbildung 5.34: Zeitlich aufgelöste radiale Profile des Elektronendrucks der He-Strahldiagnostik während einer Stromrampe.

der DED-Ströme auf seinem Maximum ist, der andere DED-Strom immer null ist.

In Abbildung 5.34 ist das zeitliche Verhalten des mit der He-Strahldiagnostik gemessenen radialen Elektronendruckprofils während einer solchen Stromrampe für die Entladung #95924 dargestellt. Eine detailliertere Beschreibung und Analyse dieses Versuches ist in [70] zu finden. Man kann nun in dem zeitlichen Verlauf der radialen Profile des Elektronendrucks erkennen, daß diese periodisch und korreliert mit der Stromrampe abfallen und wieder ansteigen. Die Vermutung war dabei, daß während einer solchen Stromrampe ein Flussbündel aus Feldlinien mit kurzer Verbindungslänge vor die He-Strahldiagnostik und wieder weggeschoben wird, was zu einem Abfall des Elektronendruckes, wie in den Simulationen mit dem EMC3-Code beobachtet wurde, führen würde.

Um nun zu überprüfen, ob während dieser Stromrampe wirklich ein Flussbündel von kurzen Verbindungslängen vor die He-Strahldiagnostik geschoben wird, wurde speziell für die Entladung #95924 mit dem Gleichgewichtscode DIVA ein MHD Gleichgewicht erstellt. Mit dem GOURDON-Code wurde dann das DED-Störfeld für fünf Zeitpunkte ($t_0 - t_4$) während der Stromrampe modelliert und im Bereich des Sichtfensters der He-Strahldiagnostik für alle fünf

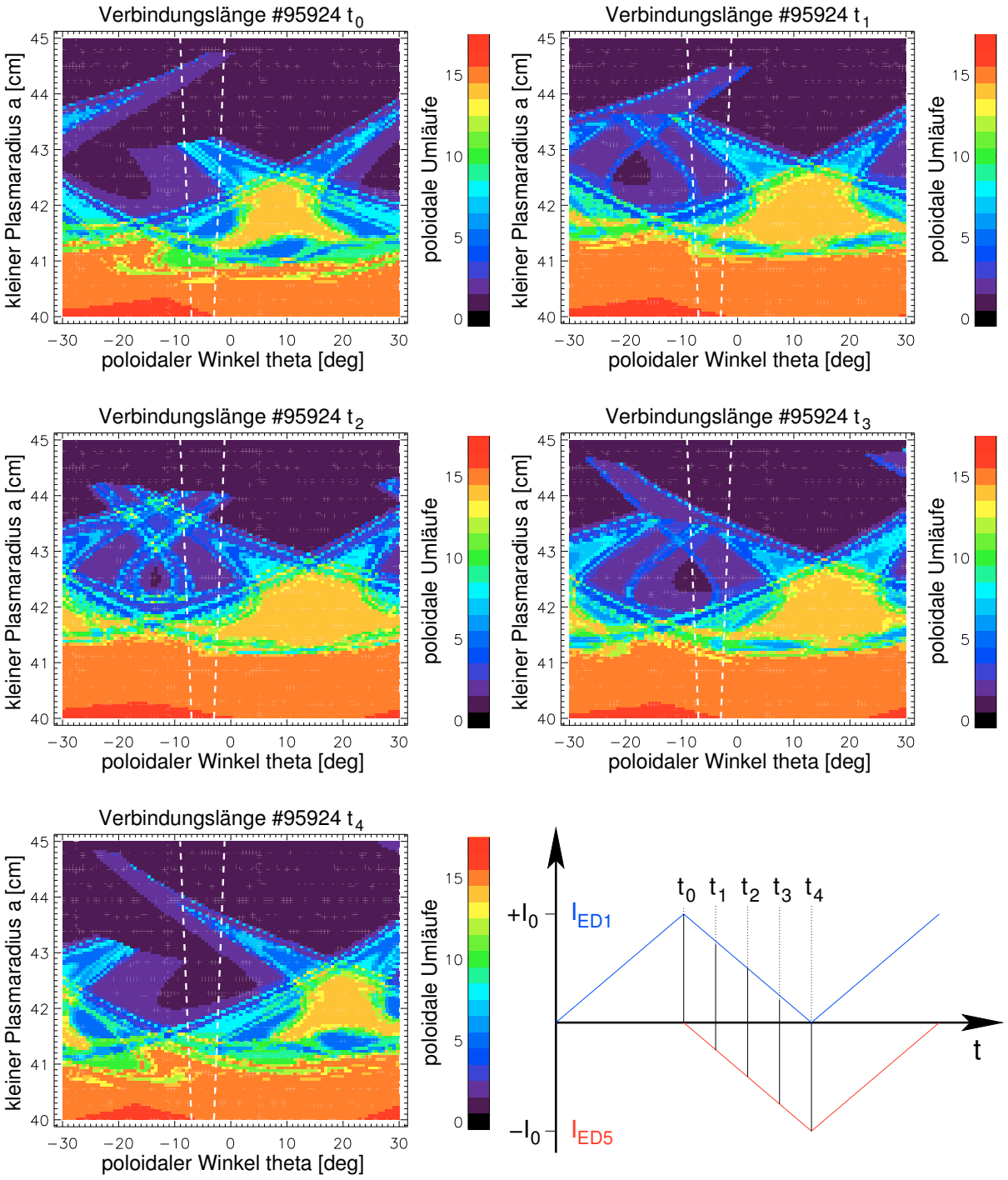


Abbildung 5.35: Verbindungslänge im Bereich der He-Strahldiagnostik für fünf Zeitpunkte während der Stromrampe. Der Beobachtungsbereich der Diagnostik liegt dabei zwischen den beiden weißen gestrichelten Linien. Die Positionen der Zeitpunkte innerhalb der Stromrampe sind unten rechts dargestellt. Während der Stromrampe wird ein Flußschlauch mit kurzen Verbindungslängen vor die Diagnostik geschoben.

Zeitpunkte ein Verbindungslängenprofil berechnet. In Abbildung 5.35 sind diese fünf Verbindungslängenprofile sowie die Position der Zeitpunkte t_0 bis t_4 dargestellt. Zusätzlich wurde in jedes der Verbindungslängenprofile durch zwei weiße gestrichelte Linien das Sichtfenster der He-Strahldiagnostik eingezeichnet. Dabei sieht man, daß tatsächlich während einer Stromrampe von t_0 nach t_4 ein Flußschlauch mit kurzen Verbindungslängen vor die Diagnostik geschoben wird. Dieser verursacht dann den Abfall des Elektronendrucks an dieser Stelle. Zusätzlich kann man auch noch erkennen, daß nicht nur eine Verschiebung, sondern auch eine Verformung der Störfeldstruktur während einer solchen Stromrampe auftritt. Man sieht eine starke Asymmetrie der Fingerstrukturen aus Feldlinein mit längeren Verbindungslängen an den Start- und Endpunkten der Stromrampe. Nur zum Zeitpunkt t_2, wenn die Stromverteilung in den DED-Spulen wieder der Standartverteilung des statischen Falls entspricht, sind die Fingerstrukturen wieder symmetrisch.

Aus dem zeitlichen Verlauf der radialen Profile des Elektronendrucks in Abbildung 5.34 lässt sich der Abfall des Elektronendrucks bei einem Radius von $r \approx 43$ cm abschätzen. Dieser beträgt zu Beginn der Stromrampe etwa $P_{e,t_0} \approx 75$ Pa und am Ende der Stromrampe ungefähr $P_{e,t_4} \approx 45$ Pa. Dies entspricht einer Reduktion des Elektronendrucks von etwa 40% innerhalb der laminaren Flussröhre aus kurzen Verbindungslängen. Vergleicht man dies mit den Werten aus der Simulation für die 12/4-Basismodenkonfiguration (siehe Kapitel 5.1.3), wo wir eine Absenkung der Elektronendichte um etwa 17% und eine Absenkung der Elektronentemperatur um etwa 16% beobachtet haben, was einer Reduktion des Elektronendrucks in der Simulation um etwa 30% entspricht, so sieht man, daß die beiden Werte in einer ähnlichen Größenordnung liegen. Für einen genaueren Vergleich müsste allerdings die Entladung #95924 bei dem Startpunkt und bei dem Endpunkt der Stromrampe simuliert und auch die senkrechten Transportkoeffizienten angepasst werden, da diese auch einen Einfluss auf die Absenkung der Teilchendichte und der Temperatur haben.

Kapitel 6

Modellerweiterungen

In diesem Kapitel sollen die Modellerweiterungen, die neu in den EMC3-Code implementiert wurden, beschrieben werden [72]. Da sich in ersten Vergleichen zwischen Modellierung und experimentellen Resultaten Hinweise ergeben haben, daß der parallele Wärmefluss der Elektronen in laminaren Flussröhren in den Simulationen überschätzt sein könnte [20, 17], wurden kinetische Korrekturen, sogenannte Wärmeflusslimits, in den EMC3-Code implementiert. Im gleichen Zuge wurden auch auf dieselbe Weise kinetische Korrekturen an der parallelen viskosen Spannung durchgeführt. Diese werden in den folgenden beiden Abschnitten behandelt. Zusätzlich wurden auch noch die Modellgleichungen der Energiebilanzen des EMC3-Codes erweitert. Bisher wurde der Term $\vec{\nabla} \cdot (0.5mnV^2\vec{V})$ in den Energiebilanzen der Ionen und Elektronen im EMC3-Code vernachlässigt [32], da sich dieser Term in den Energiebilanzen nicht direkt in die Fokker-Planck Form, die für den Monte-Carlo-Algorithmus benötigt wird, integrieren lässt. Außerdem ist die Divergenzberechnung auf verrauschten Profilen numerisch nicht trivial, mit welcher der Term direkt als Volumenquelle behandelt werden könnte.

In diesem Kapitel werden nun zwei unterschiedliche Implementierungsvarianten für diesen Term im EMC3-Code vorgestellt. Dazu wurde in der einen Variante ein Modul geschaffen, mit dem nun Divergenzen von verrauschten Monte-Carlo-Daten berechnet werden können. Am Ende dieses Kapitels werden noch Verbesserungen für die Simulation der Verunreinigungen beschrieben, die in den EMC3-Code implementiert wurden. Dabei wurde die Berechnung des Sputterns auf die Seite des kinetischen Neutralteilchencodes EIRENE verlagert, da dieser Code bereits realistischere Sputtermodelle besitzt, die jetzt auch vom EMC3-Code verwendet werden können. Zusätzlich wurde damit eine strikte Trennung des Transportes der neutralen und der geladenen Verunreinigungen vorgenommen, so daß der Transport der neutralen Verunreinigungen nun komplett von EIRENE übernommen wird.

6.1 Limitierung des konduktiven parallelen Wärmeflusses der Elektronen

Wie schon einige und immer noch andauernde Vergleichs- und Validierungsarbeiten mit etablierten 2D Plasmarandschicht-Codes angedeutet haben, können kinetische Korrekturen an den Flüssigkeitsgleichungen, vor allem an der Energiebilanz der Elektronen, von großer Bedeutung sein [73]. Dies ist auch in komplexen 3D Magnetfeldkonfigurationen zu erwarten.

Um den Satz von Flüssigkeitsgleichungen zu schließen, wurden höhere Momente der 6-dimensionalen Verteilungsfunktion im Phasenraum durch niedrigere Momente und deren Gradienten ausgedrückt [34]. Um einen angemessenen und einfachen Ausdruck für die klassische konduktive Wärmeflussdichte der Elektronen zu erhalten

$$q_{\parallel e,class} \;=\; -\,\kappa_{\parallel e,class}\nabla_{\parallel} T_e \qquad \text{mit} \qquad \kappa_{\parallel e,class} \;\sim\; n_e v_{th} \lambda_e, \tag{6.1}$$

wobei $\kappa_{\|e,class}$ die klassische parallele Wärmeleitfähigkeit der Elektronen, n_e die Elektronendichte und $v_{th} = \sqrt{k_B T_e / m_e}$ die thermische Geschwindigkeit der Elektronen ist, muss ein stoßbestimmtes Regime vorausgesetzt werden. Das bedeutet, daß die mittlere freie Weglänge der Elektronen λ_e viel kleiner als die typische Gradientenlänge L_{grad} und die kürzeste Verbindung entlang des Feldes zur nächsten Wand L_{wall} sein muss. Wenn diese Bedingung nicht erfüllt ist, und die mittlere freie Weglänge der Elektronen gegen Unendlich geht, wächst wegen der Relation (6.1) auch die klassische Wärmeleitfähigkeit der Elektronen unbegrenzt. Dies kann zu unphysikalischen Ergebnissen führen, da schon sehr kleine Temperaturgradienten unbegrenzt hohe Wärmeflüsse hervorrufen können. Dieses Problem mit den Limitierungen des Flüssigkeitsansatzes existiert, seit mit modernen Plasmarandschicht-Codes die Randschicht von Fusionsexperimenten modelliert wird (siehe z.B. [74] für einen der ersten Reporte über B2-EIRENE Anwendungen). Aus diesem Grund muss auch auch für den Flüssigkeits-Monte-Carlo-Code EMC3 eine Anpassung erfolgen.

Um dieses oben beschriebene Problem zu umgehen, können wir eine limitierte parallele Wärmeflussdichte der Elektronen einführen [75]

$$q_{\|e,limit} \;=\; \alpha_e n_e v_{th} k_B T_e, \tag{6.2}$$

wobei α_e ein numerischer Faktor in der Größenordnung von 1 ist und aus weiteren kinetischen Berechnungen bestimmt werden muss. Die resultierende limitierte parallele Wärmeflussdichte der Elektronen $q_{\|e}$ erhält man dann über

$$\frac{1}{q_{\|e}} \;=\; \frac{1}{q_{\|e,class}} \;+\; \frac{1}{q_{\|e,limit}}. \tag{6.3}$$

Die Gleichung (6.3) kann mit (6.1) und (6.2) in eine Gleichung für eine modifizierte Wärmeleitfähigkeit umgeformt werden

$$\kappa_{\|e,limit} \;=\; \kappa_{\|e,class} \underbrace{\left(1 \;+\; \left|\frac{\kappa_{\|e,class}\nabla_{\|} T_e}{\alpha_e n_e v_{th} k_B T_e}\right|\right)^{-1}}_{=\,\beta_{\kappa_{limit}}}, \tag{6.4}$$

die die resultierende limitierte parallele Wärmeflussdichte

$$\vec{q}_{\|e} \;=\; -\,\kappa_{\|e,limit}\vec{\nabla}_{\|} T_e \tag{6.5}$$

beschreibt.

Über die modifizierte Wärmeleitfähigkeit (6.4) kann eine Limitierung des konduktiven parallelen Wärmeflusses leicht in das Monte-Carlo-Schema des EMC3 Codes implementiert werden. Lediglich der Gradient der Elektronentemperatur in (6.4) kann zu Problemen führen. Da das 3D Temperaturprofil T_e durch eine Monte-Carlo-Prozedur bestimmt wird, ist es mit einem für Monte-Carlo-Verfahren typischen statistischem Rauschen, welches abhängig von der Monte-Carlo-Teilchenzahl ist ($\sim 1/\sqrt{N_{mc}}$), überlagert. Die Bestimmung von Gradienten auf verrauschten Profilen ist jedoch eine nicht triviale Aufgabe, da, wenn die "wahre" Temperaturänderung ΔT_{exact} zwischen zwei benachbarten Gitterpunkten mit Abstand Δx in den Bereich der Rauschamplitude ϵ_T kommt, das resultierende Rauschen des Gradienten das Gradientensignal dominieren wird ($\frac{\partial T}{\partial x} \approx \frac{\Delta T_{exact}}{\Delta x} + \frac{2\epsilon_T}{\Delta x}$).

Um die Berechnung des Gradienten der Elektronentemperatur zu verbessern, kann einerseits die Anzahl der Monte-Carlo-Teilchen erhöht werden (oder einfach die Anzahl der Prozessoren, da das EMC3-EIRENE Codepaket mit annähernd linearem Geschwindigkeitsgewinn voll parallelisiert ist; vgl. Anhang A), oder es muss zunächst eine Glättung der Elektronentemperaturprofile durchgeführt werden, um den Gradienten von T_e zu bestimmen. Um auch in der

Lage zu sein, Testläufe mit weniger Monte-Carlo-Teilchen durchführen zu können, wurde die Möglichkeit implementiert, mit einem Moving-Window oder einem Savitzky-Golay Glättungsfilter [76] die Elektronentemperaturprofile in paralleler Richtung zu glätten. Numerische Studien für TEXTOR-DED haben jedoch gezeigt, daß es für Produktionsrechnungen ratsam ist, zunächst nur die Monte-Carlo-Teilchenzahl zu erhöhen, bevor die Glättungsfilter eingesetzt werden. In der Entwicklung befindet sich auch noch ein Verfahren, um direkt einen glatten Gradienten aus verrauschten 3D Profilen zu bestimmen [77], oder, was vielleicht die natürlichste Variante für einen Monte-Carlo-Code wäre, mit einem angepassten Monte-Carlo-Sprungschritt zu arbeiten, der den nicht lokalen Charakter des limitierten Flusses berücksichtigt, und diesen dann über einen modifizierten Zufallsprozess direkt in dem Monte-Carlo-Schema verarbeitet.

6.2 Limitierung der parallelen viskosen Spannung der Ionen

Ähnlich wie bei der konduktiven parallelen Wärmeflussdichte der Elektronen (siehe Abschnitt 6.1) wird zur Schließung der Flüssigkeitsgleichungen die parallele viskose Spannung der Ionen ($\pi_{\parallel i,class}$) durch niedrigere (und bekannte) Momente der 6-dimensionalen Verteilungsfunktion im Phasenraum ausgedrückt.

$$\pi_{\parallel i,class} \;=\; -\,\eta_{\parallel i,class}\nabla_{\parallel}V_{\parallel} \tag{6.6}$$

Wobei der klassische parallele Viskositätskoeffizient durch

$$\eta_{\parallel i,class} \;=\; 0.96 n k_B T_i \tau_i \tag{6.7}$$

gegeben ist, und auch hier die Annahme eines stoßbestimmten Regimes gemacht wurde. Trifft diese Annahme nicht zu - und die mittlere freie Weglänge der Ionen wächst immer mehr an - so geht auch die Stoßzeit τ_i der Ionen gegen Unendlich. Dies führt dazu, daß der klassische parallele Viskositätskoeffizient $\eta_{\parallel i,class} \rightarrow \infty$ und damit die parallele viskose Spannung der Ionen $\pi_{\parallel i,class} \rightarrow -\infty$, was typischerweise in einer sehr starken und unphysikalischen nach vorne gerichteten Kraft auf die Plasmaströmung resultiert.

Erweitert man die Flüssigkeitsapproximation jedoch auf 21 Momente der Verteilungsfunktion im 6-dimensionalen Phasenraum, so konnte Radford [78] zeigen, daß $\pi_{\parallel i}$ niemals kleiner als $-\frac{4}{7}p_i \approx -0.57p_i$ werden kann. Dies führt uns dazu, daß wir wie in [75] beschrieben, auch eine Limitierung der parallelen viskosen Spannung der Ionen einführen können. Analog zu der Limitierung des parallelen konduktiven Wärmeflusses der Elektronen, wie in Kapitel 6.1 gezeigt, kann die Begrenzung der parallelen viskosen Spannung durch einen modifizierten parallelen Viskositätskoeffizient dargestellt werden.

$$\eta_{\parallel i,limit} \;=\; \eta_{\parallel i,class}\underbrace{\left(1 \;+\; \left|\frac{\eta_{\parallel i,class}\nabla_{\parallel}V_{\parallel}}{\frac{4}{7}p_i}\right|\right)^{-1}}_{=\,\beta_{\eta_{limit}}} \tag{6.8}$$

Stangeby schlägt dabei in [75] vor, den Faktor $\frac{4}{7} \approx 0.57$ auf 0.5 zu beschränken, da $-\frac{4}{7}p_i$ der stärksten möglichen viskosen Spannung entspricht und andere kinetische Abschätzungen in [79] für $\pi_{\parallel i}$ am Rand der elektrostatischen Schicht $-0.33p_{i,up}$ ergeben haben, wenn $p_{i,up}$ der Ionendruck an der "Upstream"-Position, und $-0.66p_{i,es}$ wenn $p_{i,es}$ der Ionendruck am Rand der elektrostatischen Schicht ist. Da aber im EMC3-Code der Ionendruck lokal bekannt ist, und der Faktor $\frac{4}{7}$ als Parameter einfach auf 0.5 verändert werden kann, wurde für die folgenden Untersuchungen der Faktor$\frac{4}{7}$ verwendet.

6.3 Adiabatischer Kühlungsterm

Die Modellgleichungen des EMC3-Codes für die Energiebilanz der Elektronen und Ionen ($x = e, i$) wurden um den adiabatischen Kühlungsterm $-\vec{\nabla}\cdot\left(\frac{1}{2}m_x n_x V^2 \vec{V}\right)$ erweitert und sind nun durch folgende Gleichung gegeben

$$\vec{\nabla}\cdot\left(\frac{5}{2}n_x\vec{V}T_x + \vec{q}_x\right) = Q_{xy} + S_{E,x} - \vec{\nabla}\cdot\left(\frac{1}{2}m_x n_x V^2\vec{V}\right). \tag{6.9}$$

Dabei ist $Q_{xy} = Q_{ei}$, Q_{ie} die Wärmeübertragung zwischen den Elektronen und Ionen, und $S_{E,x}$ ist die Volumenenergiequelle der Elektronen und Ionen aufgrund von Stößen zwischen den geladenen Plasmateilchen und den neutralen Teilchen und wird von EIRENE bereitgestellt. Die Geschwindigkeit ist gegeben durch

$$\vec{V} = \vec{V}_{\parallel} - \frac{D}{n}\vec{\nabla}_{\perp} n, \tag{6.10}$$

wobei D der anomale senkrechte Teilchendiffusionskoeffizient ist und $V_{\parallel}$ selbstkonsistent durch Lösen der parallelen Impulsbilanz gewonnen wird. Der letzte Term in Gleichung (6.9) beschreibt den Energieverlust der Elektronen und Ionen aufgrund der Beschleunigung entlang des Feldes zur Wandoberfläche (adiabatische Kühlung). Dieser Term wurde bisher in den Energiebilanzen des EMC3-Codes vernachlässigt. Aber aufgrund der Flexibilität und Transparenz des Monte-Carlo-Algorithmus im allgemeinen, konnte dieser Term in den EMC3-Code implementiert werden. Dabei gibt es zwei Möglichkeiten: Zum einen kann der Term einfach komplett als eine weitere Volumensenke behandelt und diese in den Algorithmus implementiert werden; oder alternativ, und eventuell für die Konvergenz stabiler, in einen weiteren Transport-Term und eine kleinere Volumensenke aufgeteilt werden. Diese beiden Optionen werden nun im Folgenden beschrieben.

6.3.1 Krummliniges Koordinatensystem

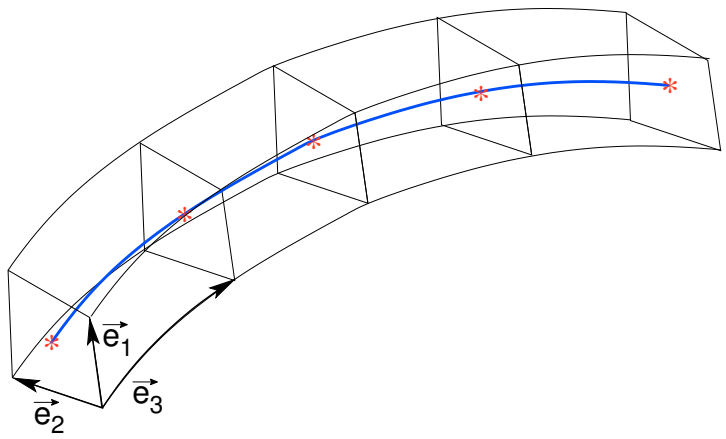


Abbildung 6.1: Repräsentation einer Magnetfeldlinie durch eine Splineinterpolation. Die Stützpunkte des Splines (rote Punkte) liegen dabei in der Mitte der toroidalen Zelloberflächen. Der kovariante Basisvektor wird dann in der Mitte zwischen zwei Stützpunkten gebildet.

Um den adiabatischen Kühlungsterm als Volumenquelle zu behandeln, muss die Divergenz in einem krummlinigen Koordinatensystem gebildet werden. Dazu benötigen wir die ko- und kontravarianten Basisvektoren des krummlinigen Koordinatensystems und die metrischen Koeffizienten. Diese stehen bisher im EMC3-Code noch nicht zur Verfügung, können aber einfach

gebildet werden. Dazu wählen wir den ersten kovarianten Basisvektor $\vec{e}_1$ in positiver radialer Index-Richtung des Gitters, den zweiten kovarianten Basisvektor $\vec{e}_2$ in positiver poloidaler Index-Richtung und den dritten kovarianten Basisvektor $\vec{e}_3$ parallel zum Magnetfeld in positiver toroidaler Index-Richtung des Gitters. Für jede Zelle des feinen magnetischen Gitters wird dann in deren Mittelpunkt ein repräsentativer kovarianter Basisvektor gebildet. Dazu wird, z.B. für den dritten kovarianten Basisvektor, ein Spline gebildet, dessen Stützpunkte in der Mitte der toroidalen Seitenflächen einer Gitterzelle liegen (vgl. Abbildung 6.1). Dieser Spline wird dann in der Mitte zwischen zwei Seitenflächen ausgewertet, und durch Ableiten des Splines nach dem Gitterindex erhält man dann den kovarianten Basisvektor der entsprechenden krummlinigen Koordinate. Für den ersten und zweiten kovarianten Basisvektor wird analog vorgegangen, nur daß dementsprechend die Stützpunkte des Splines dann durch die Mittelpunkte der radial bzw. poloidalen Seitenflächen der Gitterzelle verlaufen.

Um die Randbedingungen des Splines zu optimieren, kann für die toroidale Richtung der Spline durch die nächste und die vorherige Gitterzone fortgesetzt werden und dann an den Enden dieser angrenzenden Gitterzonen die Randbedingung für einen natürlichen Spline gesetzt werden. Dadurch minimiert man die auftretenden Oszillationen des Splines in der aktuellen Gitterzone, da die unbekannten Randbedingungen für die Krümmung dann jeweils eine komplette Gitterzone vor bzw. hinter der letzten auszuwertenden Position liegen. In poloidaler Richtung können einfach periodische Randbedingungen für die Enden des Splines verwendet werden. Nur in radialer Richtung stehen keine weiteren Gitterpunkte zur Verfügung, wodurch dort auch Randbedingungen für natürliche Splines verwendet werden.

Nachdem alle drei kovarianten Basisvektoren gebildet wurden, kann mit deren Hilfe über Gleichung (C.2) einfach die Jacobideterminante in der Mitte der Zelle berechnet werden. Nachdem die Jacobideterminante und die kovarianten Basisvektoren bekannt sind, können dann über (C.6) die kontravarianten Basisvektoren bestimmt werden. Mit den ko- und kontravarianten Basisvektoren können dann die metrischen Koeffizienten über die Gleichungen (C.8) und (C.9) gebildet werden, wodurch nun alle benötigten Größen zur Bestimmung der Divergenz in einem krummlinigen Koordinatensystem vorhanden sind.

6.3.2 Adiabatischer Kühlungsterm als Volumensenke

Im Folgenden werden zwei Implementationsmöglichkeiten des adiabatischen Kühlungsterms vorgestellt. In diesem Abschnitt werden wir uns allerdings nur auf die Implementation als reine Volumensenke beschränken. Dazu muss die Volumensenke

$$S_{E,kin,x} \;=\; -\vec{\nabla}\cdot\left(\frac{1}{2}m_x n V^2 \vec{V}\right) \tag{6.11}$$

aus Gleichung (6.9), wobei über $m_x = m_e, m_i$ die Volumensenke für die Energiebilanz der Elektronen bzw. Ionen allgemein formuliert werden kann, in einem krummlinigen Koordinatensystem dargestellt werden. Da wir ein Wasserstoffplasma betrachten, gilt aufgrund der Quasineutralität $n = n_e = n_i$ und da Stromfreiheit vorausgesetzt wurde $\vec{V} = \vec{V}_e = \vec{V}_i$. Die Volumensenken unterscheiden sich also nur durch die unterschiedlichen Massen der Elektronen und Ionen. Für den Geschwindigkeitsvektor gilt

$$\vec{V} = \vec{V}_{\parallel} - \frac{D}{n}\vec{\nabla}_{\perp} n, \tag{6.12}$$

wobei die skalare parallele Geschwindigkeit $V_{\parallel}$ selbstkonsistent durch Lösen der parallelen Impulsbilanz vom EMC3-Code berechnet wird. Um den senkrechten Anteil des Geschwindigkeitsvektors zu bestimmen, definieren wir den Hilfsvektor $\vec{A}$ als Gradienten der Dichte n, und stellen ihn mit (C.16) und (C.19) unter Verwendung der Einsteinschen Summenkonvention über seine

kovarianten Komponenten A_i dar.

$$\vec{A} \;=\; \vec{\nabla} n(u^1,u^2,u^3) \;=\; \frac{\partial n}{\partial u^i}\vec{e}^{\,i} \;=\; A_1\vec{e}^{\,1} + A_2\vec{e}^{\,2} + A_3\vec{e}^{\,3} \tag{6.13}$$

Für den parallelen Anteil $\vec{A}_\parallel$ des Vektors $\vec{A}$ gilt, da $\vec{e}_3$ parallel zum magnetischen Feld verläuft:

$$\vec{A}_\parallel \;=\; \left(\vec{A}\cdot\frac{\vec{e}_3}{|\vec{e}_3|}\right)\frac{\vec{e}_3}{|\vec{e}_3|} \;=\; \frac{A_3}{g_{33}}\vec{e}_3 \;=\; \frac{1}{g_{33}}\frac{\partial n}{\partial u^3}\vec{e}_3. \tag{6.14}$$

Durch eine Subtraktion der Gleichung (6.14) von (6.13) lässt sich dann der senkrechte Anteil des Dichtegradienten $\vec{A}_\perp = \vec{\nabla}_\perp n$ bestimmen:

$$\begin{aligned}
\vec{A}_\perp &= \vec{A} - \vec{A}_\parallel = \frac{\partial n}{\partial u^i}\vec{e}^{\,i} \;-\; \frac{1}{g_{33}}\frac{\partial n}{\partial u^3}\vec{e}_3 && (6.15)\\
&= \frac{\partial n}{\partial u^i}\vec{e}^{\,i} \;-\; \frac{1}{g_{33}}\frac{\partial n}{\partial u^3}\left(g_{31}\vec{e}^{\,1} + g_{32}\vec{e}^{\,2} + g_{33}\vec{e}^{\,3}\right) && (6.16)\\
&= \underbrace{\left(\frac{\partial n}{\partial u^1} - \frac{g_{31}}{g_{33}}\frac{\partial n}{\partial u^3}\right)}_{=:A_{\perp 1}}\vec{e}^{\,1} \;+\; \underbrace{\left(\frac{\partial n}{\partial u^2} - \frac{g_{32}}{g_{33}}\frac{\partial n}{\partial u^3}\right)}_{=:A_{\perp 2}}\vec{e}^{\,2}\\
&\quad + \underbrace{\left(\frac{\partial n}{\partial u^3} - \frac{g_{33}}{g_{33}}\frac{\partial n}{\partial u^3}\right)}_{=0}\vec{e}^{\,3} && (6.17)\\
&= A_{\perp 1}\vec{e}^{\,1} \;+\; A_{\perp 2}\vec{e}^{\,2}. && (6.18)
\end{aligned}$$

Mit $\vec{A}_\perp$ aus (6.18) und der Definition des Geschwindigkeitsvektors (6.12) lässt sich somit $\vec{V}$ in krummlinigen Koordinaten angeben

$$\vec{V} \;=\; \frac{V_\parallel}{\sqrt{g_{33}}}\vec{e}_3 \;-\; \frac{D}{n}\vec{A}_\perp \;=\; \frac{V_\parallel}{\sqrt{g_{33}}}\vec{e}_3 \;-\; \frac{D}{n}\left(A_{\perp 1}\vec{e}^{\,1} + A_{\perp 2}\vec{e}^{\,2}\right), \tag{6.19}$$

wobei $A_{\perp 1}$ und $A_{\perp 2}$ in Gleichung (6.17) definiert wurden. Für die kontravarianten Komponenten V^i des Geschwindigkeitsvektors gilt dann mit (C.21):

$$
\begin{aligned}
V^1 &= \vec{V}\cdot\vec{e}^{\,1} = \frac{V_\parallel}{\sqrt{g_{33}}}\underbrace{\vec{e}_3\cdot\vec{e}^{\,1}}_{=0} - \frac{D}{n}\left(A_{\perp 1}\vec{e}^{\,1}\cdot\vec{e}^{\,1} + A_{\perp 2}\vec{e}^{\,2}\cdot\vec{e}^{\,1}\right) && (6.20)\\
&= -\frac{D}{n}\left(A_{\perp 1}g^{11} + A_{\perp 2}g^{21}\right) && (6.21)\\
&= -\frac{D}{n}\left(g^{11}\frac{\partial n}{\partial u^1} - \frac{g^{11}g_{31}}{g_{33}}\frac{\partial n}{\partial u^3} + g^{21}\frac{\partial n}{\partial u^2} - \frac{g^{21}g_{32}}{g_{33}}\frac{\partial n}{\partial u^3}\right) && (6.22)\\
&= \frac{D}{n}\Bigg(g^{11}\frac{\partial n}{\partial u^1} + g^{12}\frac{\partial n}{\partial u^2} \\
&\qquad - \frac{\partial n}{\partial u^3}\Big[\underbrace{\frac{g^{11}g_{13}}{g_{33}} + \frac{g^{12}g_{23}}{g_{33}} + \frac{g^{13}g_{33}}{g_{33}}}_{=\frac{\delta_3^1}{g_{33}}=0} - \frac{g^{13}g_{33}}{g_{33}}\Big]\Bigg) && (6.23)\\
&= -\frac{D}{n}\left(g^{11}\frac{\partial n}{\partial u^1} + g^{12}\frac{\partial n}{\partial u^2} + g^{13}\frac{\partial n}{\partial u^3}\right) && (6.24)\\
V^2 &= -\frac{D}{n}\left(A_{\perp 1}g^{12} + A_{\perp 2}g^{22}\right) && (6.25)\\
&= --\frac{D}{n}\left(g^{21}\frac{\partial n}{\partial u^1} + g^{22}\frac{\partial n}{\partial u^2} + g^{23}\frac{\partial n}{\partial u^3}\right) && (6.26)\\
V^3 &= \frac{V_\parallel}{\sqrt{g_{33}}} - \frac{D}{n}\left(A_{\perp 1}g^{13} + A_{\perp 2}g^{23}\right) && (6.27)\\
&= \frac{V_\parallel}{\sqrt{g_{33}}} - \frac{D}{n}\left(g^{31}\frac{\partial n}{\partial u^1} + g^{32}\frac{\partial n}{\partial u^2} + (g^{33} - \frac{1}{g_{33}})\frac{\partial n}{\partial u^3}\right). && (6.28)
\end{aligned}
$$

Zusätzlich wird noch das Skalarprodukt $\vec{V}\cdot\vec{V}$ für die Berechnung der Volumensenke benötigt. Dieses ergibt sich (da $\vec{e}_3 \perp \vec{e}^{\,1}$ und $\vec{e}_3 \perp \vec{e}^{\,2}$) zu

$$
\begin{aligned}
\vec{V}\cdot\vec{V} &= \left(\frac{V_\parallel}{\sqrt{g_{33}}}\right)^2\vec{e}_3\cdot\vec{e}_3 + \left(\frac{D}{n}\right)^2\Big((A_{\perp 1})^2\,\vec{e}^{\,1}\cdot\vec{e}^{\,1} \\
&\qquad + (A_{\perp 2})^2\,\vec{e}^{\,2}\cdot\vec{e}^{\,2} + 2A_{\perp 1}A_{\perp 2}\vec{e}^{\,1}\cdot\vec{e}^{\,2}\Big) && (6.29)\\
&= V_\parallel^2 + \frac{D^2}{n^2}\left((A_{\perp 1})^2\,g^{11} + (A_{\perp 2})^2\,g^{22} + 2A_{\perp 1}A_{\perp 2}g^{12}\right). && (6.30)
\end{aligned}
$$

Definieren wir jetzt das Argument der Divergenz aus Gleichung (6.11) als Hilfsvektor $\vec{C}$

$$
\vec{C} := \frac{1}{2}m_x n V^2\vec{V}, \tag{6.31}
$$

so ergibt sich für den Quellterm $S_{E,kin,x}$ mit der Definition der Divergenz (C.17) in krummlinigen Koordinaten:

$$
S_{E,kin,x} = -\vec{\nabla}\cdot\left(\frac{1}{2}m_x n V^2\vec{V}\right) = -\frac{1}{J}\frac{\partial}{\partial u^i}\left(JC^i\right). \tag{6.32}
$$

Dabei gilt für die kontravarianten Komponenten C^i des Hilfsvektor $\vec{C}$:

$$\begin{aligned} C^1 &= \frac{1}{2} m_x \left(-D(A_{\perp 1} g^{11} + A_{\perp 2} g^{21})\right) \\ &\quad * \left(V_\parallel^2 + \frac{D^2}{n^2} \left((A_{\perp 1})^2 g^{11} + (A_{\perp 2})^2 g^{22} + 2 A_{\perp 1} A_{\perp 2} g^{12} \right) \right) \qquad (6.33) \\ C^2 &= \frac{1}{2} m_x \left(-D(A_{\perp 1} g^{12} + A_{\perp 2} g^{22})\right) \\ &\quad * \left(V_\parallel^2 + \frac{D^2}{n^2} \left((A_{\perp 1})^2 g^{11} + (A_{\perp 2})^2 g^{22} + 2 A_{\perp 1} A_{\perp 2} g^{12} \right) \right) \qquad (6.34) \\ C^3 &= \frac{1}{2} m_x \left(\frac{n V_\parallel}{\sqrt{g_{33}}} - D(A_{\perp 1} g^{13} + A_{\perp 2} g^{23}) \right) \\ &\quad * \left(V_\parallel^2 + \frac{D^2}{n^2} \left((A_{\perp 1})^2 g^{11} + (A_{\perp 2})^2 g^{22} + 2 A_{\perp 1} A_{\perp 2} g^{12} \right) \right). \qquad (6.35) \end{aligned}$$

Oder in kompakter Form:

$$\begin{aligned} C^i &:= \frac{1}{2} m_x \left(\frac{n V_\parallel}{\sqrt{g_{33}}} \delta_3^i \; - \; D \left(A_{\perp 1} g^{1i} \; + \; A_{\perp 2} g^{2i} \right) \right. \\ &\quad \left. * \left(V_\parallel^2 \; + \; \frac{D^2}{n^2} \left[(A_{\perp 1})^2 g^{11} \; + \; (A_{\perp 2})^2 g^{22} \; + \; 2 A_{\perp 1} A_{\perp 2} g^{12} \right] \right) \right) \qquad (6.36) \\ A_{\perp i} &:= \frac{\partial n}{\partial u^i} \; - \; \frac{g_{3i}}{g_{33}} \frac{\partial n}{\partial u^3}. \qquad (6.37) \end{aligned}$$

Wobei $\delta_j^i = \begin{cases} 1 & i = j \\ 0 & i \neq j \end{cases}$ das Kronecker-Delta ist.

Mit Gleichung (6.32) und den Definitionen (6.36) und (6.37) sowie $m_x = m_e, m_i$ lässt sich dann die Volumensenke berechnen. Diese Volumensenke wird dann zu den im EMC3-Code schon implementierten Volumenquellen in den Energiebilanzen der Elektronen und Ionen aufgeschlagen und gleichzeitig mit diesen verarbeitet.

6.3.3 Repräsentation als Transport

Neben der oben beschriebenen Variante, den adiabatischen Kühlungsterm als reine Volumensenke in den EMC3-Code zu implementieren, besteht auch die Möglichkeit, aus dem adiabatischen Kühlungsterm einen Transportterm abzuspalten und nur den Rest als eine kleinere Volumensenke zu behandeln. Diese Variante soll nun im Folgenden beschrieben werden.

Zunächst spalten wir die Kinetische Energie in einen senkrechten und einen parallelen Anteil auf.

$$\frac{1}{2} m_x n V^2 = \frac{1}{2} \frac{m_x}{n} \left((n V_\parallel)^2 + (n V_\perp)^2 \right) \qquad (6.38)$$

Für TEXTOR lassen sich die parallelen und senkrechten Teilchenflüsse $nV_\parallel$ und $nV_\perp$ wie folgt abschätzen:

$$\begin{aligned} n V_\perp &= -D \nabla_\perp n \qquad (6.39) \\ &\approx -D \frac{n_u}{L_\perp} \qquad (6.40) \\ &\approx 1 \times 10^{16} \frac{1}{\mathrm{s\ cm^2}}. \qquad (6.41) \end{aligned}$$

Wobei $n_u = 1 \times 10^{13} \frac{1}{\text{cm}^3}$ als Upstream-Dichte und $L_\perp = 10$ cm als senkrechte Gradientenlänge angenommen wurden. Für den parallelen Teilchenfluss $nV_\parallel$ ergibt sich mit der Ionenschallgeschwindigkeit c_s und der Downstream-Dichte $n_d = 1 \times 10^{12} \frac{1}{\text{cm}^3}$:

$$\begin{aligned} nV_\parallel &\approx n_d c_s && (6.42)\\ &\approx n_d \sqrt{\frac{kT_e}{m_i}} && (6.43)\\ &\approx 1 \times 10^{18} \frac{1}{\text{s cm}^2}. && (6.44) \end{aligned}$$

Wobei für $T_e = 1$ eV am Target angenommen wurde. Da $nV_\parallel$ und $nV_\perp$ zwei Größenordnungen unterschiedlich sind, und auch noch die Quadrate dieser Terme betrachtet werden, lässt sich der Term für den konvektiven Fluss der kinetischen Energie vereinfachen:

$$\frac{1}{2} m_x n V^2 \vec{V} \;=\; \frac{1}{2} m_x n (V_\parallel^2 + V_\perp^2)(\vec{V}_\parallel + \vec{V}_\perp) \;\approx\; \frac{1}{2} m_x n V_\parallel^2 (\vec{V}_\parallel + \vec{V}_\perp). \tag{6.45}$$

Der Term $\frac{1}{2} m_x n V_\parallel^2 \vec{V}_\parallel$ lässt sich dabei in den parallelen konvektiven Transport integrieren, wobei wir die parallele Geschwindigkeit $V_\parallel$ durch die Machzahl M und die Schallgeschwindigkeit $c_s = \frac{k_B(T_e+T_i)}{m_i}$ über $V_\parallel = M c_s$ ausdrücken. Für die Elektronen und Ionen ($x = i, e$) gilt dann jeweils:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} m_e n V_\parallel^2 V_\parallel &= \frac{1}{2} m_e n M^3 c_s^3 && (6.46)\\ &= \frac{1}{2} m_e n M^3 \left(\frac{k_B(T_e + T_i)}{m_i} \right)^{\frac{3}{2}} && (6.47)\\ &= \frac{1}{2} \frac{m_e}{m_i} k_B n M^3 \sqrt{\frac{k_B(T_e + T_i)}{m_i}} \left(1 + \frac{T_i}{T_e} \right) T_e && (6.48) \end{aligned}$$

bzw.

$$\frac{1}{2} m_i n V_\parallel^2 V_\parallel \;=\; \frac{1}{2} n k_B M^3 \sqrt{\frac{k_B(T_e + T_i)}{m_i}} \left(1 + \frac{T_e}{T_i} \right) T_i. \tag{6.49}$$

Problematisch kann dabei die Temperatur im Nenner werden, bzw. die Nichtlinearität in T_e und T_i. Um eine Gradientenbildung im konvektiven Transport zu vermeiden, wird der Term $-\vec{\nabla} \cdot (\frac{1}{2} m_x n V_\parallel^2 \vec{V}_\perp)$ weiterhin als Quellterm behandelt. Dazu definieren wir den Hilfsvektor $\vec{C}_{\perp x}$.

$$\vec{C}_{\perp x} \;:=\; \frac{1}{2} m_x n V_\parallel^2 \vec{V}_\perp \;=\; \underbrace{-\frac{1}{2} \frac{m_x}{m_i} D M^2 k_B (T_e + T_i)}_{:= \alpha_{\perp x}} \left(A_{\perp 1} \vec{e}^{\,1} + A_{\perp 2} \vec{e}^{\,2} \right) \tag{6.50}$$

Damit ergibt sich für den Quellterm der Elektronen und Ionen ($x = e, i$)

$$S_{E,kin_{\perp x}} \;=\; -\vec{\nabla} \cdot \left(\frac{1}{2} m_x n V_\parallel^2 \vec{V}_\perp \right) \;=\; \frac{1}{J} \frac{\partial}{\partial u^i} (J C^i_{\perp x}), \tag{6.51}$$

wobei für die kontravarianten Komponenten $C^i_{\perp x}$ des Vektors $\vec{C}_{\perp x}$ gilt:

$$
\begin{aligned}
C^1_{\perp x} &= \alpha_{\perp x}\left[\frac{\partial n}{\partial u^1}\vec{e}^{\,1}+\frac{\partial n}{\partial u^2}\vec{e}^{\,2}-\frac{\partial n}{\partial u^3}\left(\frac{g_{31}}{g_{33}}\vec{e}^{\,1}+\frac{g_{32}}{g_{33}}\vec{e}^{\,2}\right)\right]\cdot\vec{e}^{\,1} && (6.52)\\
&= \alpha_{\perp x}\Bigg[g^{11}\frac{\partial n}{\partial u^1}+g^{21}\frac{\partial n}{\partial u^2}+g^{31}\frac{\partial n}{\partial u^3}\\
&\quad \underbrace{-\frac{1}{g_{33}}\frac{\partial n}{\partial u^3}\underbrace{\left(g_{31}\vec{e}^{\,1}+g_{32}\vec{e}^{\,2}+g_{33}\vec{e}^{\,3}\right)}_{=\vec{e}_3}\cdot\vec{e}^{\,1}}_{=\delta^1_3=0}\Bigg] && (6.53)\\
C^2_{\perp x} &= \alpha_{\perp x}\Bigg[g^{12}\frac{\partial n}{\partial u^1}+g^{22}\frac{\partial n}{\partial u^2}+g^{32}\frac{\partial n}{\partial u^3}\\
&\quad \underbrace{-\frac{1}{g_{33}}\frac{\partial n}{\partial u^3}\underbrace{\left(g_{31}\vec{e}^{\,1}+g_{32}\vec{e}^{\,2}+g_{33}\vec{e}^{\,3}\right)}_{=\vec{e}_3}\cdot\vec{e}^{\,2}}_{=\delta^2_3=0}\Bigg] && (6.54)\\
C^3_{\perp x} &= \alpha_{\perp x}\Bigg[g^{13}\frac{\partial n}{\partial u^1}+g^{23}\frac{\partial n}{\partial u^2}+g^{33}\frac{\partial n}{\partial u^3}\\
&\quad \underbrace{-\frac{1}{g_{33}}\frac{\partial n}{\partial u^3}\underbrace{\left(g_{31}\vec{e}^{\,1}+g_{32}\vec{e}^{\,2}+g_{33}\vec{e}^{\,3}\right)}_{=\vec{e}_3}\cdot\vec{e}^{\,3}}_{=\delta^3_3=1}\Bigg] && (6.55)\\
&= \alpha_{\perp x}\left[g^{13}\frac{\partial n}{\partial u^1}+g^{23}\frac{\partial n}{\partial u^2}+(g^{33}-\frac{1}{g_{33}})\frac{\partial n}{\partial u^3}\right], && (6.56)
\end{aligned}
$$

oder in kompakter Form:

$$
C^i_{\perp x} = \alpha_{\perp x}\left[g^{1i}\frac{\partial n}{\partial u^1}+g^{2i}\frac{\partial n}{\partial u^2}+(g^{3i}-\frac{1}{g_{33}}\delta^i_3)\frac{\partial n}{\partial u^3}\right]. \qquad (6.57)
$$

Mit den Gleichungen (6.48), (6.49) und (6.51) sowie der Definition (6.57) erhalten wir dann eine modifizierte Energiebilanz der Elektronen

$$
\begin{aligned}
&\vec{\nabla}\cdot\left(\left[\frac{5}{2}nk_B\vec{V}+\frac{1}{2}\frac{m_e}{m_i}nk_BM^3\sqrt{\frac{k_B(T_e+T_i)}{m_i}}\left(1+\frac{T_i}{T_e}\right)\frac{\vec{e}_3}{\sqrt{g_{33}}}\right]T_e+\vec{q}_e\right)\\
&= Q_{ei} \;+\; S_{E,e} \;-\; \vec{\nabla}\cdot\left(\frac{1}{2}m_enV_\parallel^2\vec{V}_\perp\right) \qquad (6.58)
\end{aligned}
$$

und der Ionen

$$
\begin{aligned}
&\vec{\nabla}\cdot\left(\left[\frac{5}{2}nk_B\vec{V}+\frac{1}{2}nk_BM^3\sqrt{\frac{k_B(T_e+T_i)}{m_i}}\left(1+\frac{T_e}{T_i}\right)\frac{\vec{e}_3}{\sqrt{g_{33}}}\right]T_i+\vec{q}_i\right)\\
&= Q_{ie} \;+\; S_{E,i} \;-\; \vec{\nabla}\cdot\left(\frac{1}{2}m_inV_\parallel^2\vec{V}_\perp\right), \qquad (6.59)
\end{aligned}
$$

wobei jeweils der letzte Term $-\,\vec{\nabla}\cdot\left(\frac{1}{2}m_xnV_\parallel^2\vec{V}_\perp\right)$ durch die Gleichungen (6.51) und (6.57) gegeben ist. Diese modifizierten Energiebilanzen (6.58) und (6.59) für die Elektronen und Ionen wurden nun auch als eine weitere Option in den EMC3-Code implementiert. Die Auswirkungen der Modellerweiterungen auf die Simulationsergebnisse werden im nächsten Kapitel 7 diskutiert.

6.4 Sputtern auf EIRENE Seite

Bei Transportsimulationen von Verunreinigungen, wie z.B. Kohlenstoff, werden als Quelle die durch den Kontakt des Plasmas mit der ersten Wand aus dieser herausgelösten Wandatome verwendet (Sputtern). Für die Simulation der Dichteverteilung der einzelnen Ionisationsstufen der Verunreinigungen wurde im EMC3-Code bisher ein sehr einfaches Sputter-Modell mit einem konstanten Sputterkoeffizienten verwendet. Dabei wurde zwar die lokale Verteilung des Plasmaflusses des Wasserstoffs auf der Wand berücksichtigt, aber über einen konstanten Sputterkoeffizienten nur ein fester Prozentsatz (z.B. 2%) des lokalen Plasmaflusses des Wasserstoffs auf die Wand als Fluss von neutralen Verunreinigungsatomen (z.B. Kohlenstoff), die von der Wand in das Plasma zurück fließen, generiert. Diese Oberflächenquellverteilung der neutralen Verunreinigungsatome wurde dann innerhalb des Monte-Carlo-Algorithmus im EMC3-Code als Quelle verwendet, und die Monte-Carlo-Teilchen, die jetzt noch einer Neutralteilchendichte entsprechen, geradlinig bis zu ihrer ersten Ionisation innerhalb des EMC3-Codes verfolgt. Nachdem die neutralen Verunreinigungsatome ionisiert wurden, und somit der Ort der Quelle der Verunreinigungsionen bekannt war, konnte dann mit Hilfe des Monte-Carlo-Algorithmus im EMC3-Code die Dichte für die einzelnen Ionisationsstufen der Verunreinigungen berechnet werden.

Der EMC3-Code wurde nun so erweitert, daß auch für die Simulation der Verunreinigungsspezies eine strikte Trennung zwischen den neutralen Teilchen (Wasserstoff- und Verunreinigungsatome), die jetzt ausschließlich von EIRENE behandelt werden, und den geladenen Teilchen (Hauptplasma und Verunreinigungsionen), die weiterhin vom EMC3-Code verarbeitet werden, realisiert werden konnte. Dazu wurden jetzt nicht nur die Dichte des Hauptplasmas, die Elektronen- und Ionentemperatur und die Strömungsgeschwindigkeit des Hauptplasmas vor der Wand sowie die Teilchen- und Energieflüsse des Hauptplasmas (Wasserstoff) auf die Wand an EIRENE übergeben, sondern auch die einzelnen Teilchenflüsse der verschiedenen Ionisationsstufen der Verunreinigungen, die auf die Wand treffen.

Dadurch lassen sich jetzt auch die realistischeren Sputtermodelle von EIRENE nutzen, die nicht nur das Sputtern von Wandatomen durch das Hauptplasma (Wasserstoff), sondern auch das aufgrund ihrer gleichen Massenverhältnisse wesentlich effektivere Selbstsputtern von auf die Wand zurück treffenden Verunreinigungsionen berücksichtigen. Neben dem verbesserten physikalischen Sputtermodell besteht des Weiteren auch noch die Möglichkeit, mit EIRENE das chemische Sputtern auf der Wand zu berücksichtigen. Da nun EIRENE die aus der Wand herausgelösten Verunreinigungen berechnet, wird deren Transport auch in EIRENE simuliert. Dadurch erhält man zusätzlich auch die Dichteverteilung der neutralen Verunreinigungsatome, und wenn man daran interessiert ist, auch die Verteilung eventueller chemischer Verbindungen zwischen den Verunreinigungen und dem Hauptplasma, wie z.B. Kohlenwasserstoffverbindungen. Durch die Simulation des Transportes der neutralen Verunreinigungsatome liefert EIRENE dann eine Volumenionisationsquelle für die erste Ionisationsstufe der Verunreinigung. Diese Volumenionisationsquelle wird dann an den EMC3-Code zurückgegeben, und dieser würfelt dann innerhalb des Monte-Carlo-Algorithmus seine Monte-Carlo-Teilchen für die Verunreinigungsionen der ersten Ionisationsstufe aus dieser Volumenionisationsquelle aus. Da diese Erweiterung des EMC3-Codes aber noch sehr neu ist, konnten bisher nur einige (erfolgreiche) Testläufe durchgeführt werden, die der Überprüfung der technischen Funktionalität dieser Erweiterung dienten. Aus diesem Grund werden im folgenden Kapitel noch keine detaillierten Vergleichssimulationen des von EIRENE durchgeführten Sputterns präsentiert.

Kapitel 7

Auswirkungen der Modellerweiterungen auf die Simulationsergebnisse

In diesem Kapitel sollen die Modellerweiterungen, die im vorherigen Kapitel 6 beschrieben wurden, untersucht und deren Einfluss auf die Simulationsergebnisse der Plasmaparameter bestimmt werden [72]. Um festzustellen, ob diese Erweiterungen einen unterschiedlichen Einfluss auf die Plasmaparameter in einer ungestörten Limiterrandschicht und einer ergodisierten Randschicht ausüben, wurden Simulationen ohne Störfeld und mit Störfeld in der 6/2-Basismodenkonfiguration des DED's durchgeführt. Als Grundlage für diese Untersuchungen dienen die Simulationen aus Kapitel 5.1. Im Gegensatz zu den Simulationen aus Kapitel 5, bei denen die parallele Viskosität im EMC3-Code abgeschaltet und damit komplett vernachlässigt wurde, wird in den Untersuchungen in diesem Kapitel die parallele Viskosität in allen Simulationen berücksichtigt. Die Eingabeparameter für den EMC3-Code waren ähnlich wie in Kapitel 5.1. Für den Fall ohne Störfeld wurden die anomalen senkrechten Transportkoeffizienten wieder auf die Werte $D = 1.35\ \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}}$ und $\chi = 4.07\ \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}}$ gesetzt. Die Dichte auf der inneren Begrenzung beträgt $n_0 = 1.4 \times 10^{13}\ \frac{1}{\mathrm{cm}^3}$. Für den Fall mit der 6/2-Basismodenkonfiguration des Störfeldes ($I_{DED} = 6$ kA) wurden die anomalen senkrechten Transportkoeffizienten auf die Werte $D = 1.0\ \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}}$ und $\chi = 3.0\ \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}}$ gesetzt, und die Dichte auf der inneren Begrenzung des Simulationsgebietes war etwas niedriger bei $n_0 = 1.2 \times 10^{13}\ \frac{1}{\mathrm{cm}^3}$. Der Energiezufluss vom Kernplasma in die Randschicht ist bei beiden Fällen gleich ($Q = 600$ kW), und auch die Abfalllängen der Dichte und der Temperatur betragen in beiden Fällen $\lambda_n = 2.1$ cm und $\lambda_T = 5.0$ cm.

Für den Fall ohne Störfeld und den Fall mit Störfeld in der 6/2-Basismodenkonfiguration wurde jeweils ein Referenzszenario simuliert, bei dem zwar die parallele Viskosität eingeschaltet, aber alle Modellerweiterungen abgeschaltet wurden. Um dann die Auswirkung der Modellerweiterungen auf die Plasmaparameter zu untersuchen, wurden die Limitierung der parallelen konduktiven Wärmeleitfähigkeit der Elektronen und die Limitierung der parallelen viskosen Spannung sowie der adiabatische Kühlungsterm in seinen beiden Implementationsmöglichkeiten unabhängig von einander eingeschaltet. Die dadurch hervorgerufenen Änderungen der Plasmaparameter werden in den folgenden Abschnitten diskutiert.

7.1 Einfluss der Limitierung der parallelen Wärmeflussdichte der Elektronen

Zunächst betrachten wir die Auswirkungen der limitierten parallelen Wärmeleitfähigkeit der Elektronen für den Fall ohne Störfeld. In Abbildung 7.1 sind die Auswirkungen der limitierten

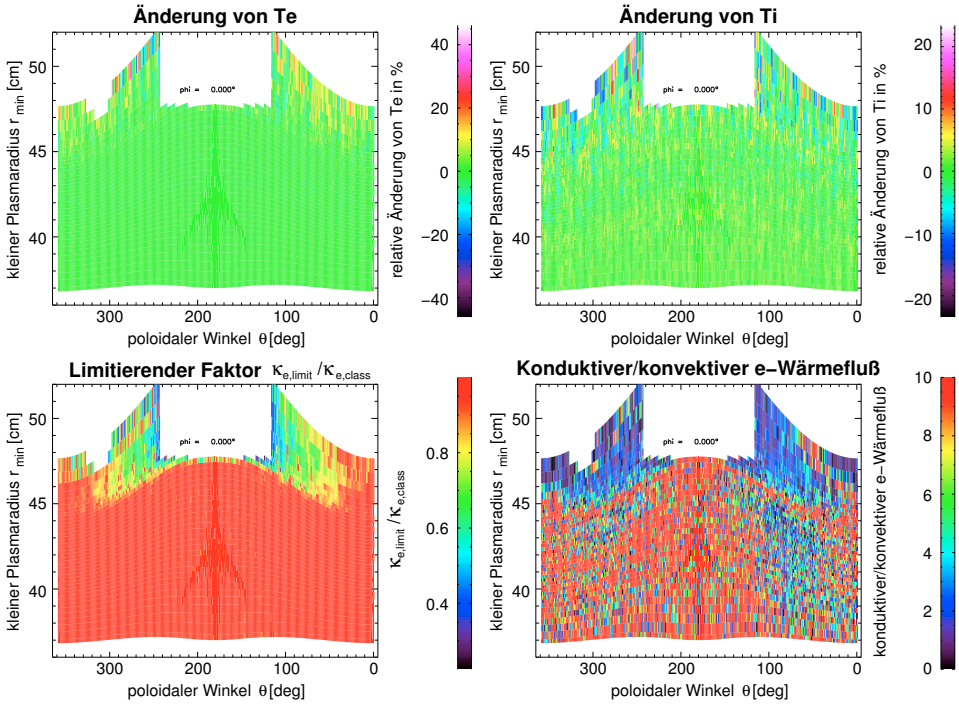


Abbildung 7.1: Relative Änderungen der Elektronen- und Ionentemperatur unter Einfluss der limitierten parallelen Wärmeleitfähigkeit der Elektronen ohne Störfeld. In der unteren Reihe sind links noch der limitierende Faktor $\beta_{\kappa_{limit}}$ der klassischen parallelen Wärmeleitfähigkeit der Elektronen und rechts das Verhältnis aus konduktiven und konvektiven parallelen Wärmefluss der Elektronen dargestellt.

parallelen Wärmeleitfähigkeit der Elektronen für diesen Fall dargestellt. Dabei ist in den oberen beiden Bildern die relative Änderung der Temperatur der Elektronen und der Ionen dargestellt, wenn man die parallele Wärmeleitfähigkeit der Elektronen limitiert. Der limitierende Faktor der klassischen parallelen Wärmeleitfähigkeit der Elektronen

$$\beta_{\kappa_{limit}} = \frac{\kappa_{\|e,limit}}{\kappa_{\|e,class}} = \left(1 + \left|\frac{\kappa_{\|e,class}\nabla_{\|}T_e}{\alpha_e n_e v_{th} k_B T_e}\right|\right)^{-1} \tag{7.1}$$

ist in dem Bild unten rechts dargestellt. Für die hier durgeführten ersten Untersuchungen des Einflusses der Limitierung der parallelen Wärmeleitfähigkeit der Elektronen wurde der numerische Faktor α_e ähnlich wie bei anderen 2D-Plasmarandschichtcodes auf 0.2 gesetzt. In Ergebnissen von Laser-Fusions-Experimenten konnte als Flusslimit sogar eine Reduktion der freien Strömung der Wärme um einen Faktor von $\alpha_e = 0.1$ bis 0.03 bestimmt werden [80, 81, 82]. Die genaue Bestimmung des numerischen Faktors α_e übersteigt allerdings den Rahmen dieser Arbeit, und der hier verwendete Wert von $\alpha_e = 0.2$ dient nur für die ersten qualitativen Untersuchungen.

Betrachtet man die Verteilung des limitierenden Faktors $\beta_{\kappa_{limit}}$ für den Fall ohne Störfeld (unten links in Abbildung 7.1), so erkennt man, daß die parallele Wärmeleitfähigkeit der Elektronen um die DED-Oberfläche herum bis auf 40% der klassischen parallelen Wärmeleitfähigkeit der Elektronen reduziert wird. Weit weg von der DED-Oberfläche ist $\beta_{\kappa_{limit}} \approx 1$, was einer unveränderten klassischen parallelen Wärmeleitfähigkeit der Elektronen in diesem Bereich entspricht. Die Limitierung der kontuktiven parallelen Wärmeflussdichte der Elektronen setzt also in der Nähe der ersten Wand ein. Betrachtet man allerdings die relative Änderung der Elektronen- und der Ionentemperatur (obere beiden Bilder in Abbildung 7.1), so fällt auf, daß die Limitierung

der parallelen Wärmeflussdichte der Elektronen in diesem Fall keinen nennenswerten Einfluss auf die Temperatur der Elektronen und der Ionen hat. Um dies zu verstehen, ist in Abbildung 7.1 unten rechts noch das Verhältnis aus konduktivem und konvektivem parallelem Wärmefluss der Elektronen ($\frac{-\kappa_{\parallel e,class}\nabla_\parallel T_e}{2.5nT_eV_\parallel}$) ohne Limitierung der klassischen parallelen Wärmeleitfähigkeit dargestellt. Die Farbkodierung wurde dabei bei einem Verhältnis von 10 abgeschnitten, weswegen in den roten Bereichen der konduktive parallele Wärmefluss der Elektronen den konvektiven parallenlen Wärmefluss um einen Faktor 10 oder mehr dominiert. Betrachtet man die Verteilung dieses Verhältnisses, so erkennt man, daß nur weiter innen, wo die parallele Strömungsgeschwindigkeit des Plasmas fast Null ist, der konduktive parallele Wämetransport den konvektiven Wärmetransport der Elektronen dominiert. In dem Bereich um die DED-Oberfläche, in dem die parallele Wärmeleitfähigkeit der Elektronen limitiert wird und das Plasma die DED-Oberfläche anströmt, sind der konduktive und der konvektive parallele Wärmefluss in der gleichen Größenordnung (Faktor 1-2). Wird nun dort der konduktive Anteil limitiert, kann über den konvektiven Anteil immer noch Wärme in der gleichen Größenordnung transportiert werden, weswegen man keinen nennenswerten Einfluss auf die Elektronentemperatur beobachten kann.

Anders verhält es sich jedoch für den Fall mit Störfeld in 6/2-Basismodenkonfiguration des DED's. In Abbildung 7.2 sind die relativen Änderungen der Temperatur der Elektronen und Ionen, sowie der limitierende Faktor $\beta_{\kappa_{limit}}$ der klassischen parallelen Wärmeleitfähigkeit der Elektronen und das Verhältnis aus konduktiven und konvektiven parallelem Wärmefluss der Elektronen für die 6/2-Basismodenkonfiguration des Störfeldes dargestellt. Hierbei erkennt man, daß die parallele Wärmeleitfähigkeit der Elektronen noch stärker als im ungestörten Fall vor der DED-Oberfläche bis auf 10% der klassischen parallelen Wärmeleitfähigkeit der Elektronen reduziert wird (unten links in Abbildung 7.2). Da in der 6/2-Basismodenkonfiguration des Störfeldes der parallele konduktive Wärmetransport der Elektronen jedoch den konvektiven parallelen Wärmetransport in dem Bereich vor der DED-Oberfläche, in dem die klassische parallele Wärmeleitfähigkeit der Elektronen stark reduziert ist, um mehr als das 20-fache übersteigt (unten rechts in Abbildung 7.2, auch hier ist die Farbcodierung bei 20 abgeschnitten), führt die Limitierung der parallelen Wämeleitfähigkeit in diesem Bereich zu einer starken Reduktion des parallelen Wärmetransportes der Elektronen. Dies hat vor allem auf die Elektronentemperatur einen starken Einfluss, was man oben links in Abbildung 7.2 erkennen kann. Dort sieht man, daß die Elektronentemperatur lokal in kleineren Bereichen direkt vor und neben der DED-Oberfläche aufgrund der Limitierung der klassischen parallelen Wärmeleitfähigkeit der Elektronen um bis zu 60% ($\approx$ 10 eV) erhöht wird. In einem größeren Bereich neben der DED-Oberfläche, der radial außerhalb der letzten geschlossenen magnetischen Flussfläche (LCFS) liegt, wenn man kein Störfeld anlegen würde (radial außerhalb der Fingerstrukturen aus Feldlinien mit 2 oder mehr poloidalen Umläufen im Fall mit Störfeld), wird die Elektronentemperatur hingegen im ganzen Bereich um etwa 30% ($\approx$ 7 eV) reduziert. Auf die Ionentemperatur hat die Limitierung der klassischen parallelen Wärmeleitfähigkeit der Elektronen nahezu keinen Einfluss. Dies war auch nicht zu erwarten, da die Ionenenergiebilanz durch die Flusslimitierung der Elektronen nicht direkt, sondern nur indirekt über den Energietransfer durch Stöße zwischen den Elektronen und Ionen beeinflusst wird.

Am inneren Rand der Simulationsdomäne (r_{min} $\approx$ 36 cm) lassen sich noch weitere leichte Erhöhungen der Elektronentemperatur ($\approx$ 20%) beobachten. Diese werden durch den limitierenden Faktor $\beta_{\kappa_{limit}}$ der klassischen parallelen Wärmeleitfähigkeit der Elektronen verursacht, der in diesem inneren Bereich kleine Werte bis zu 0.3 erreicht. Dies wird aber durch eine numerische Überschätzung der klassischen konduktiven parallelen Wämeflussdichte der Elektronen in der Berechnung von $\beta_{\kappa_{limit}}$ hervorgerufen. Da dabei der Gradient der Elektronentemperatur aus verrauschten Temperaturprofilen bestimmt werden muss (vgl. Gl. (7.1)), und bei den Simulationen bisher noch keine Glättung der Daten für die Berechnung von $\beta_{\kappa_{limit}}$ angewendet wurde, kann der Gradient der Elektronentemperatur, und damit die klassische konduktive parallele Wärme-

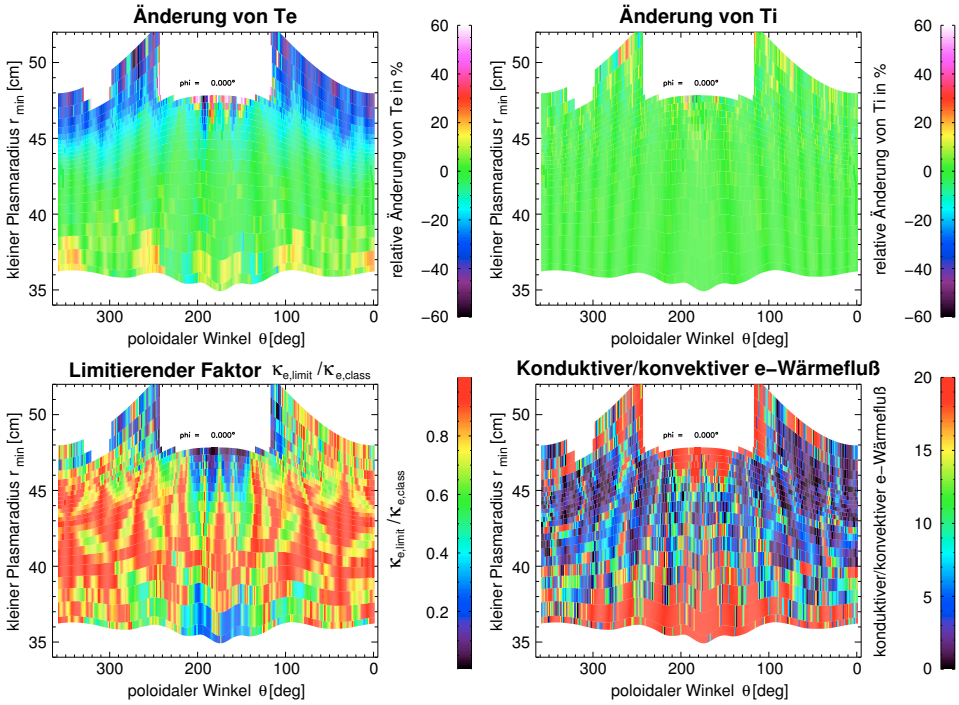


Abbildung 7.2: Relative Änderungen der Elektronen- und Ionentemperatur unter Einfluss der limitierten parallelen Wärmeleitfähigkeit der Elektronen mit 6/2-Basismodenkonfiguration des DED-Störfeldes. In der unteren Reihe sind links noch der limitierende Faktor $\beta_{\kappa_{limit}}$ der klassischen parallelen Wärmeleitfähigkeit der Elektronen und rechts das Verhältnis aus konduktiven und konvektiven parallelem Wärmefluss der Elektronen dargestellt.

flussdichte der Elektronen, überschätzt werden. Aus diesem Grund wurde in Abbildung 7.3 noch einmal der limitierende Faktor $\beta_{\kappa_{limit}}$ bestimmt, wenn bei der Berechnung des Elektronentemperaturgradienten in Gleichung (7.1) eine leichte Glättung der Elektronentemperatur und des Gradienten der Elektronentemperatur in paralleler Richtung zum Magnetfled durchgeführt wird. Dabei erkennt man, daß die Limitierung der klassischen konduktiven parallelen Wärmeflussdichte am inneren Rand der Simulationsdomäne nahezu verschwindet ($\beta_{\kappa_{limit}} \approx 1$), während sich die Limitierung der Wärmeflussdichte in der Nähe der DED-Oberfläche kaum verändert. Aus diesem Grund sind die Erhöhungen der Elektronentemperatur am inneren Rand der Simulationsdomäne auf eine numerische und nicht auf eine physikalische Ursache zurückzuführen.

7.2 Einfluss der parallelen Viskosität und der Limitierung der parallelen viskosen Spannung

Bisher wurden mit dem EMC3-Code nur Simulationen durchgeführt, bei denen die klassische parallele Viskosität abgeschaltet wurde. Dies wurde so gehandhabt, da die klassische parallele viskose Spannung, wie in Kapitel 6.2 schon beschrieben wurde, in Bereichen von niedriger Stößigkeit die tatsächlich physikalisch auftretende parallele viskose Spannung überschätzt. Um dieses unphysikalische Verhalten zu vermeiden, wurden kinetische Korrekturen, die die klassische parallele viskose Spannung der Ionen limitiert, in den EMC3-Code implementiert. Bevor wir jedoch den Einfluss dieser limitierten parallelen viskosen Spannung untersuchen, soll in diesem Abschnitt zunächst der generelle Einfluss der parallelen Viskosität im EMC3-Code auf die Plasmaparameter studiert werden. Dazu wurden wieder Simulationen für den Fall ohne Störfeld

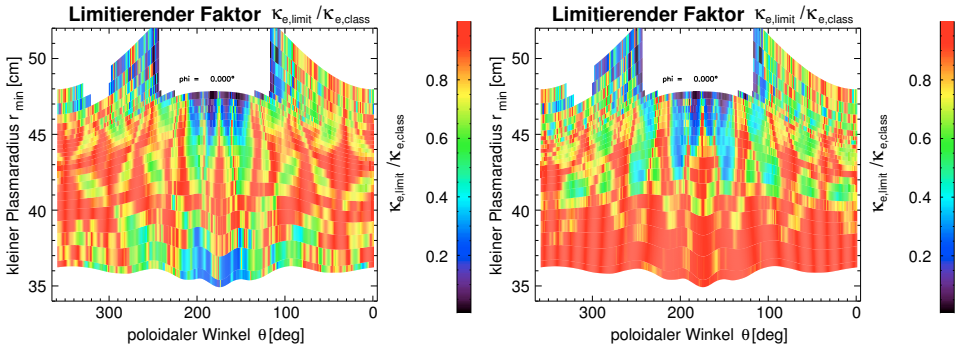


Abbildung 7.3: Limitierender Faktor $\beta_{\kappa_{limit}}$ der klassischen parallelen Wärmeleitfähigkeit der Elektronen ohne parallele Glättung bei der Berechnung des Gradienten der Elektronentemperatur (linke Abbildung) und mit leichter Glättung bei der Berechnung des Elektronentemperaturgradienten (rechte Abbildung).

und mit externem Störfeld in der 6/2-Basismodenkonfiguration durchgeführt, wobei die parallele Viskosität für jeden Fall einmal ein- und einmal abgeschaltet wurde. Danach wurde dann die klassische parallele viskose Spannung der Ionen wie in Kapitel 6.2 beschrieben limitiert, so daß $\pi_{\|i}$ nach unten durch $-\frac{4}{7}p_i$ begrenzt wurde.

7.2.1 Ohne externes Störfeld des DED's

Zunächst betrachten wir die Ergebnisse für den Fall ohne Störfeld. Dazu sind in Abbildung 7.4 die absoluten Änderungen der Plasmaparameter, die durch Einschalten der parallelen Viskosität hervorgerufen werden, dargestellt. Dabei erkennt man, daß die parallele Viskosität, wie zu erwarten, zu einer Abflachung der parallelen Profile der Machzahl entlang einer Magnetfeldlinie führt. Dies resultiert in einer Erhöhung der (postiven bzw. negativen) Machzahl um etwa 0.4 und damit in einer Erhöhung der parallelen Strömungsgeschwindigkeit in den Bereichen in poloidaler Richtung neben den Limiteroberflächen. Durch diese poloidale Erweiterung des Abströmbereiches können die Plasmateilchen weiter von der Limiteroberfläche entfernt erfasst werden, was wiederum zu einer Reduktion der Plasmadichte um $2 \times 10^{13}\ \frac{1}{\mathrm{cm}^3}$ außerhalb der letzten geschlossenen magnetischen Flussfläche (in der Abschälschicht) führt. Zusätzlich lässt sich in zwei kleinen Bereichen vor der DED-Oberfläche eine Erhöhung der Plasmadichte beobachten. Da die Viskositätsterme $\vec{\nabla} \cdot (\vec{V}_{e,i} \cdot \overline{\overline{\Pi}}_{e,i})$ in den Modellgleichungen der Energiebilanzen des EMC3-Codes vernachlässigt wurden [32], gibt es im EMC3-Code keinen direkten Einfluss der Viskosität auf die Temperatur der Elektronen und Ionen. Es lässt sich jedoch ein indirekter Einfluss durch veränderte Strömungs- und Dichteprofile beobachten, der zu einer lokalen Erhöhung der Ionentemperatur um etwa 10 eV neben der DED-Oberfläche und einer Reduktion von etwa 2 eV der Elektronentemperatur in der Nähe der inneren Begrenzung des Simulationsgebietes ($r_{min} \approx 37$ cm) führt.

Dies sind die Einflüsse, die durch die klassische parallele Viskosität hervorgerufen werden. Nun sollen die Einflüsse untersucht werden, die eine kinetische Korrektur der parallelen viskosen Spannung der Ionen verursacht. Wie schon in Kapitel 6.2 dargestellt wurde, besteht diese kinetische Korrektur aus einer Limitierung der parallelen viskosen Spannung der Ionen, die über einen limitierenden Faktor $\beta_{\eta_{limit}}$

$$\beta_{\eta_{limit}} = \frac{\eta_{\|i,limit}}{\eta_{\|i,class}} = \left(1 + \left|\frac{\eta_{\|i,class}\nabla_\| V_\|}{\frac{4}{7}p_i}\right|\right)^{-1} \tag{7.2}$$

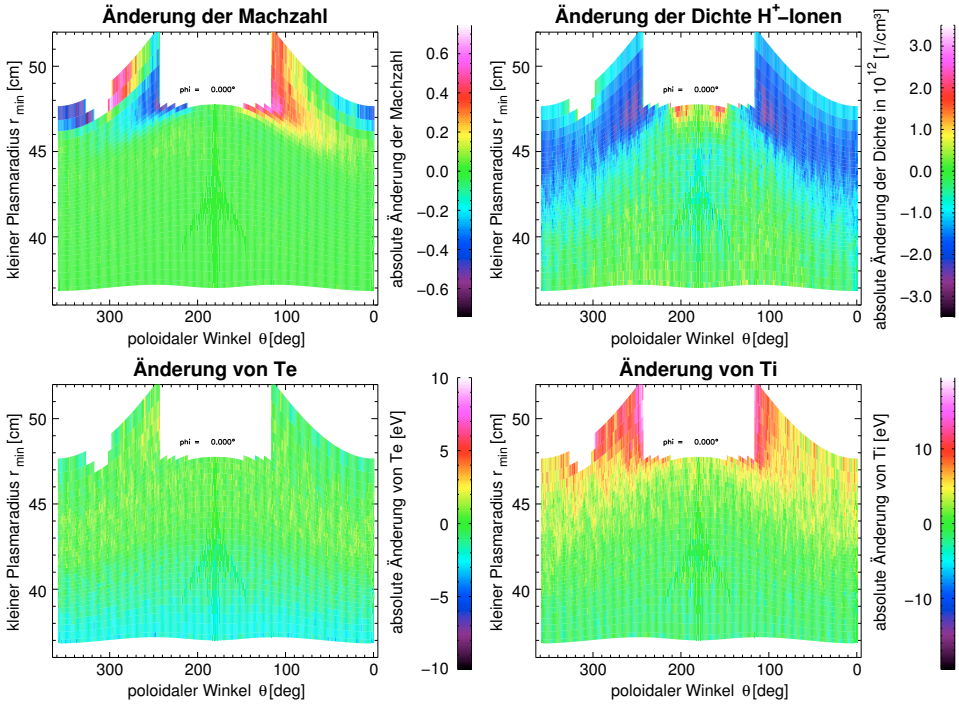


Abbildung 7.4: Absolute Änderungen der Plasmaparameter unter Einfluss der parallelen viskosen Spannung ohne externes Störfeld.

die klassische parallele Viskosität der Ionen $\eta_{\|i,class}$ korrigiert. In Abbildung 7.5 ist dieser limitierende Faktor $\beta_{\eta_{limit}}$ für den Fall ohne externes Störfeld dargestellt. Man erkennt, daß die klassische parallele Viskosität in der Abschälschicht um einen Faktor $0.6 - 0.2$ reduziert wird. In den Bereichen mit geschlossenen Flussflächen wird die klassische parallele Viskosität hingegen nicht verändert ($\beta_{\eta_{limit}} = 1$). Die Änderungen der Plasmaparameter, die sich durch diese Limitierung im Vergleich zur rein klassischen parallelen Viskosität ergeben, sind in Abbildung 7.6 zusammengefasst. Dort erkennt man, daß durch die Limitierung der parallelen viskosen Spannung auch die poloidale Ausweitung des Abströmbereiches, die durch die parallele Viskosität hervorgerufen wurde, wieder teilweise kompensiert wird. Deutlicher wird dies, wenn man sich die parallelen Profile der Machzahl entlang einer Feldlinie betrachtet, die von einer DED-Seitenfläche zur anderen verbindet (vgl. dazu die schematische Darstellung im linken Bild von Abbildung 7.11). Solche parallelen Profile der Machzahl sind in Abbildung 7.7 für den Fall ohne externes Störfeld und die Simulationen ohne parallele Viskosität (rote Kurve), mit klassischer paralleler Viskosität (grüne Kurve) und mit limitierter klassischer paralleler Viskosität (blaue Kurve) dargestellt. Dabei erkennt man deutlich, daß durch die klassische parallele Viskosität die parallelen Profile der Machzahl, im Vergleich zu den parallelen Profilen der Machzahl ohne parallele Viskosität, extrem abgeflacht werden. Die Beschleunigung des Plasmas von der Machzahl 0.3 bis auf 1.0 findet ohne parallele Viskosität auf den letzten 60 cm der Feldlinie statt, mit klassischer paralleler Viskosität hingegen auf den letzten 8 m. Durch die Limitierung der parallelen viskosen Spannung wird diese Abflachung teilweise kompensiert, und das Plasma beschleunigt von der Machzahl 0.3 bis auf 1.0 auf den letzten 4.5 m der Feldlinie. Neben dem Strömungsprofil lässt sich auch in dem Dichteprofil durch die Limitierung der parallelen viskosen Spannung eine teilweise Kompensation des Einflusses der parallelen Viskosität beobachten. Vor allem vor der DED-Oberfläche kann in Abbildung 7.6 durch die Limitierung der parallelen viskosen Spannung eine Dichtereduktion von etwa $1.5 - 2 \times 10^{12}\ \frac{1}{\mathrm{cm}^3}$ beobachtet werden, die den

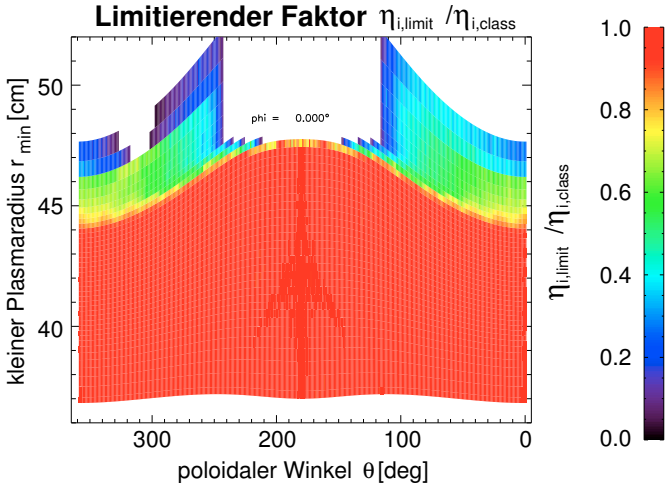


Abbildung 7.5: Limitierender Faktor $\beta_{\eta_{limit}}$ für den Fall ohne Störfeld.

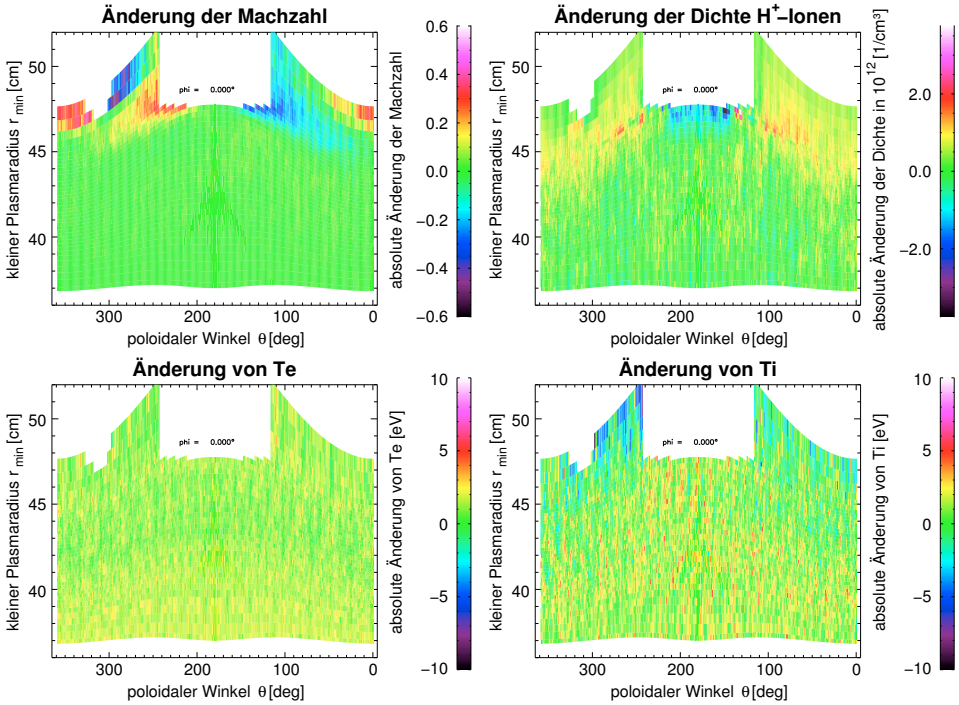


Abbildung 7.6: Absolute Änderungen der Plasmaparameter unter Einfluss der limitierten parallelen viskosen Spannung ohne Störfeld.

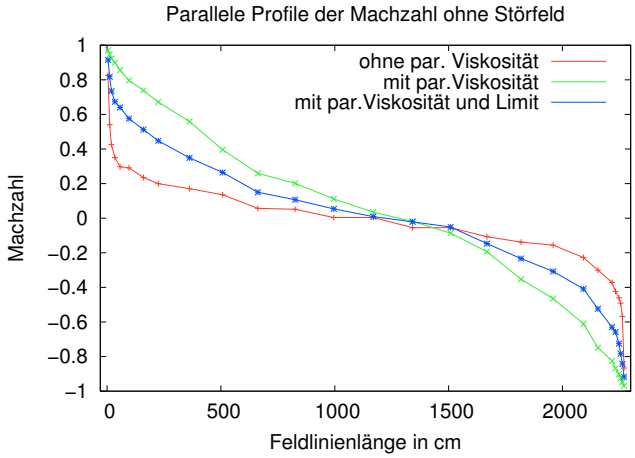


Abbildung 7.7: Parallele Profile der Machzahl entlang einer Magnetfeldlinie, die von einer DED-Seitenfläche zur anderen verbindet (ohne externes Störfeld des DED's). Dargestellt sind die Profile der Machzahl ohne parallele Viskosität (rot), mit klassischer paralleler Viskosität (grün) und mit der limitierten klassischen parallelen Viskosität (blau).

Dichteanstieg durch die parallele Viskosität in diesem Bereich fast vollständig wieder aufhebt. Neben der DED-Oberfläche kann in der Abschälschicht durch die Limitierung der parallelen viskosen Spannung ein leichter Anstieg der Dichte von etwa 1×10^{12} $\frac{1}{\mathrm{cm}^3}$ beobachtet werden, der aber nur teilweise die Dichtereduktion kompensiert, die in diesem Bereich durch die klassische parallele Viskosität hervorgerufen wurde. In den Temperaturprofilen lässt sich hingegen kaum ein Einfluss der limitierten parallelen viskosen Spannung beobachten. Nur in dem Profil der Elektronentemperatur fällt auf, daß die Temperatur im Bereich der inneren Begrenzung der Simulationsdomäne durch die Limitierung der parallelen viskosen Spannung um etwa 2 eV ansteigt. Dieser, wenn auch kleine Effekt, kompensiert die Elektronentemperaturreduktion, die in diesem Bereich durch die klassische parallele Viskosität hervorgerufen wurde.

7.2.2 Mit externem Störfeld des DED's in 6/2-Basismodenkonfiguraton

Nun sollen die Einflüsse der parallelen Viskosität auf die Plasmaparameter für den Fall untersucht werden, wenn ein externes Störfeld des DED's in der 6/2-Basismodenkonfiguration angelegt wird. Diese absoluten Änderungen der Plasmaparameter, die sich ergeben, wenn die klassische parallele Viskosität eingeschaltet wird, sind in Abbildung 7.8 dargestellt. Dabei stellt sich heraus, daß anders als im Fall ohne externes Störfeld des DED's, die klassische parallele Viskosität so gut wie keinen Einfluss auf das parallele Strömungsprofil des Plasmas hat. Nur in dem Bereich neben der ALT-II Oberfläche ist, wie bei dem Fall ohne Störfeld, eine leichte Abflachung der parallelen Strömungsprofile zu beobachten. Aufgrund dieser geringen Änderung der parallelen Strömungsgeschwindigkeit ergibt sich auch in den Dichteprofilen kaum eine Veränderung. Nur vor der DED-Oberfläche lässt sich eine leichte lokale Erhöhung der Dichte um etwa 3×10^{12} $\frac{1}{\mathrm{cm}^3}$ beobachten. Auf die Temperaturverteilung der Elektronen und der Ionen hat die klassische parallele Viskosität kaum einen Einfluss, weswegen sie hier auch nicht dargestellt wird.

Nun sollen die kinetischen Korrekturen der klassischen parallelen Viskosität und deren Einfluss auf die Plasmaparameter untersucht werden. Der limitierende Faktor $\beta_{\eta_{limit}}$ der klassischen parallelen Viskosität aus Gleichung (7.5), der sich durch die kinetischen Korrekturen an der klassischen parallelen Viskosität ergibt, ist in Abbildung 7.9 dargestellt. Auch hier erkennt man, daß ähnlich wie für den Fall ohne externes Störfeld die klassische parallele Viskosität in der Nähe

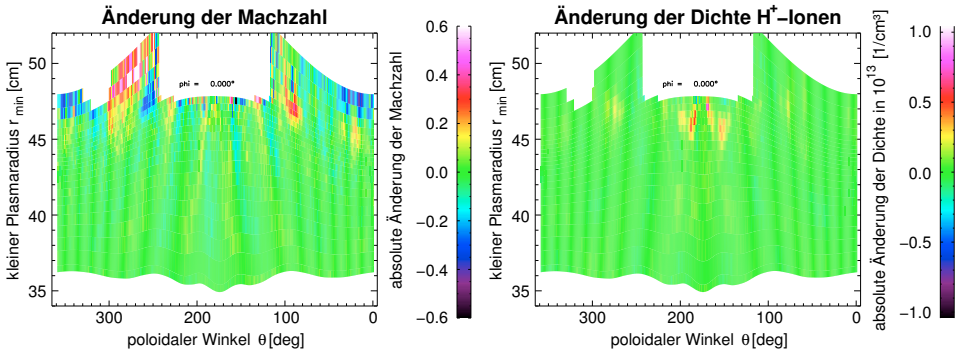


Abbildung 7.8: Änderungen der Plasmaparameter unter Einfluss der klassischen parallelen viskosen Spannung mit externem Störfeld des DED's in der 6/2-Basismodenkonfiguration.

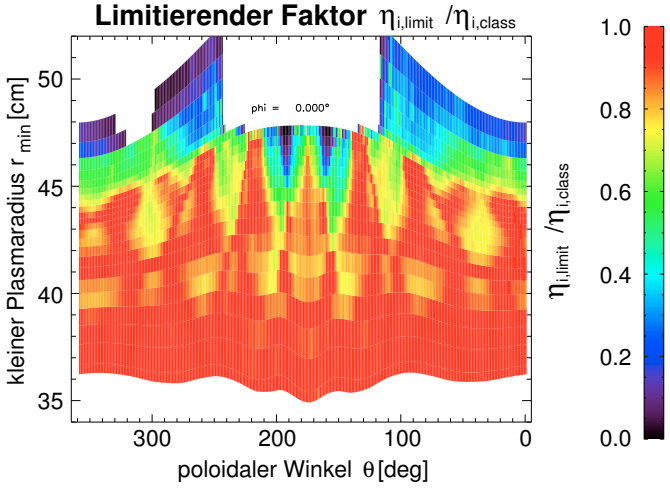


Abbildung 7.9: Limitierender Faktor $\beta_{\eta_{limit}}$ für den Fall mit externem Störfeld des DED's in der 6/2-Basismodenkonfiguration.

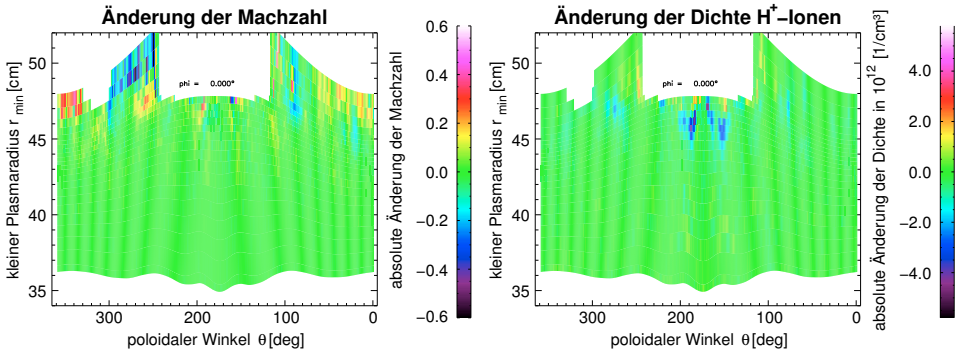


Abbildung 7.10: Änderungen der Plasmaparameter unter Einfluss der limitierten parallelen viskosen Spannung mit Störfeld in der 6/2-Basismodenkonfiguration.

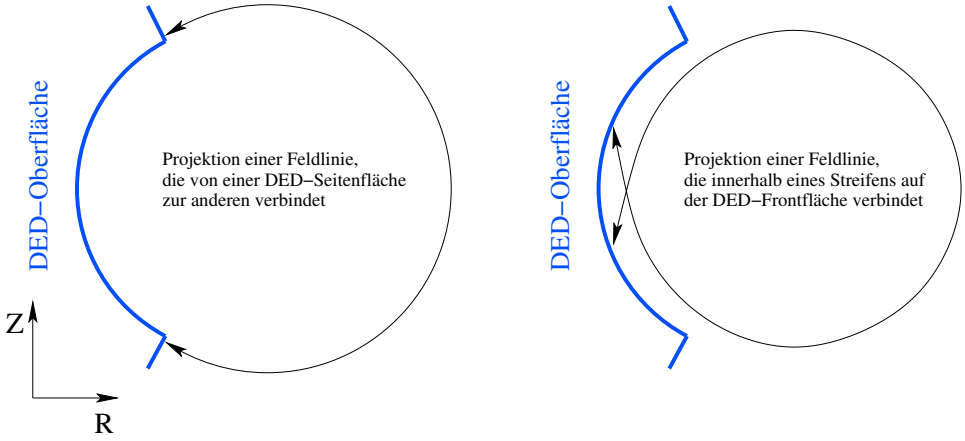


Abbildung 7.11: Schematische Darstellung der Projektion einer toroidal umlaufenden Feldlinie in die R, Z Ebene. Links ist eine Feldlinie dargestellt, die von einer DED-Seitenfläche zur anderen verbindet, und rechts eine Feldlinie, die innerhalb eines Streifens mit hoher Teilchendeposition auf der DED-Frontfläche verbindet.

der DED-Oberfläche stark limitiert wird. Da aber die klassische parallele Viskosität schon kaum einen Einfluss auf die Plasmaparameter gezeigt hat, ist auch kein großer Einfluss der Limitierung der klassischen parallelen viskosen Spannung für den Fall mit externem Störfeld des DED's zu erwarten. Dies zeigt sich auch in den absoluten Änderungen der Plasmaparameter, die durch die Limitierung der parallelen Viskosität hervorgerufen werden und in Abbildung 7.10 dargestellt sind. Nur neben der ALT-II Oberfläche lässt sich durch die Limitierung der parallelen Viskosität teilweise eine Kompensation der Abflachung der parallelen Profile der parallelen Strömungsgeschwindigkeit, die durch die klassische parallele Viskosität hervorgerufen wurde, beobachten. Auch in den Dichteprofilen lässt sich eine Kompensation der Auswirkung der klassischen parallelen Viskosität beobachten. Durch die Limitierung der klassischen parallelen Viskosität wird in den gleichen Bereichen vor der DED-Oberfläche, in denen die Dichte durch die klassische parallele Viskosität angestiegen ist, die Dichte wieder um den selben Wert von etwa $3 \times 10^{12}\ \frac{1}{\mathrm{cm}^3}$ reduziert. Dadurch ergibt sich durch die Limitierung der parallelen viskosen Spannung nahezu eine vollständige Kompensation der Auswirkungen der klassischen parallelen Viskosität auf die Dichte des Plasmas.

Zu klären bleibt jetzt noch, warum sich mit externem Störfeld kaum eine Veränderung der parallelen Strömungsgeschwindigkeit durch die klassische parallele Viskosität ergibt. Dazu sind in Abbildung 7.12 noch einmal Profile der parallelen Strömungsgeschwindigkeit entlang von zwei Feldlinien dargestellt. Dabei wurde jeweils eine Feldlinie ausgewählt, die von eine Kante der DED-Seitenfläche zur anderen verbindet, und eine Feldlinie, die innerhalb der Streifenstruktur aus hoher Teilchendeposition auf der DED-Frontseite verbindet. Der Verlauf dieser Feldlinien ist in Abbildung 7.11 skizziert. Betrachtet man die Profile der parallelen Strömungsgeschwindigkeit entlang dieser Feldlinien, so erkennt man, daß sich für den Fall ohne parallele Viskosität, mit klassischer paralleler Viskosität und mit limitierter klassischer paralleler Viskosität im Gegensatz zu den Simulationen ohne externes Störfeld des DED's kaum Änderungen in den parallelen Profilen der Strömungsgeschwindigkeit ergeben. Die Profile haben bei allen drei Simulationen ähnliche Steigungen, wobei das Plasma an der Kante der DED-Seitenfläche etwa auf den letzten 4 m der Feldlinie von der Machzahl 0.3 auf 1.0 beschleunigt, und innerhalb der Streifenstruktur auf der DED-Frontfläche auf den letzten 3 m der Feldlinie. In diesem Fall mit externem Störfeld des DED's hat die parallele Viskosität also kaum einen Einfluss auf die Steigung der parallelen Profile der Machzahl entlang einer Feldlinie.

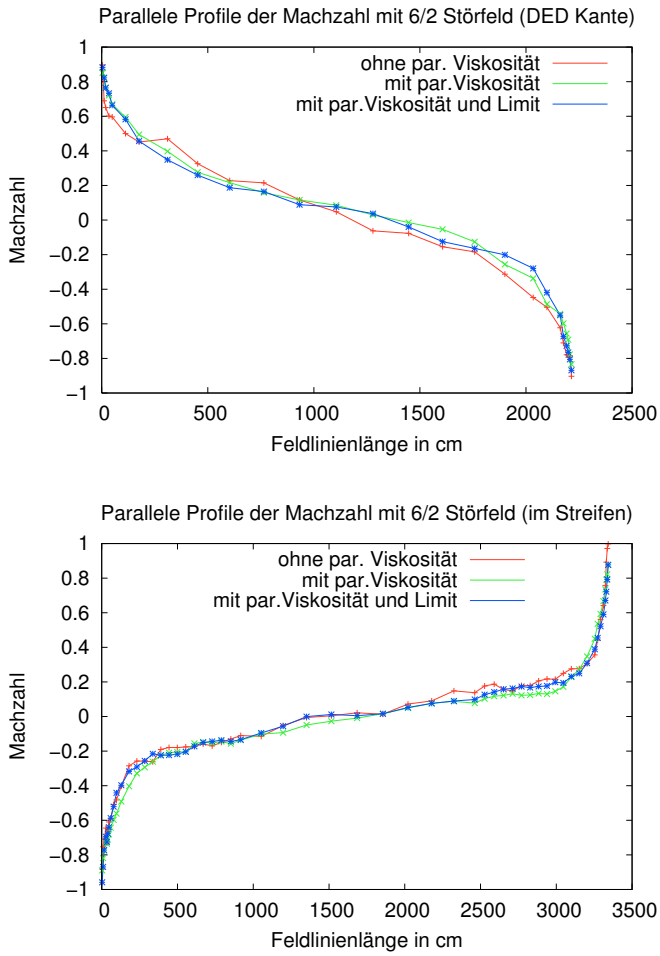


Abbildung 7.12: Parallele Profile der Machzahl entlang einer Magnetfeldlinie, die von einer Kante der DED-Seitenfläche zur anderen verbindet (oberes Bild) und einer Magnetfeldlinie, die innerhalb eines Streifens mit hoher Teilchendeposition auf der DED-Frontfläche verbindet (mit externem Störfeld des DED's in der 6/2-Basismodenkonfiguration).

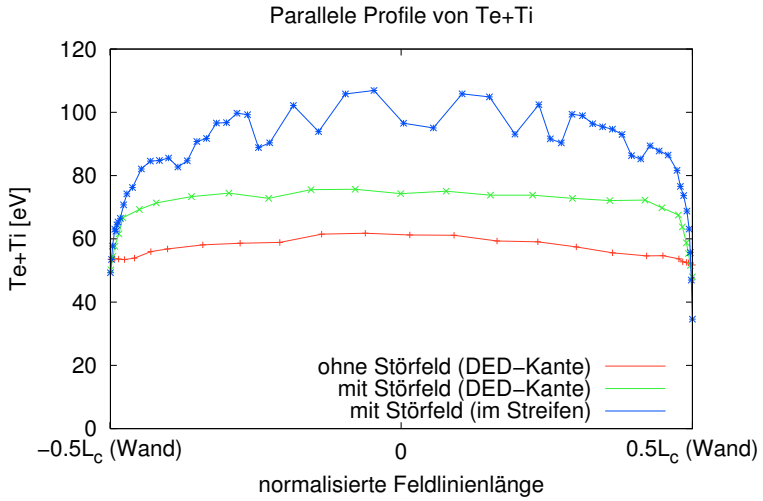


Abbildung 7.13: Parallele Profile von $Te + Ti$ entlang einer Feldlinie. Dabei ist in Rot eine Feldlinie für den Fall ohne externes Störfeld des DED's dargestellt, die von einer Kante der DED-Oberfläche zur anderen Kante verbindet. In Grün und in Blau sind Profile für den Fall mit externem Störfeld des DED's in der 6/2-Basismodenkonfiguration jeweils für eine Feldlinie, die ebenfalls die DED-Kanten verbindet, und einer Feldlinie, die innerhalb der Streifenstruktur auf der DED-Oberfläche verbindet, dargestellt.

Die Frage ist jetzt, warum sich mit Störfeld des DED's in der 6/2-Basismodenkonfiguration flachere parallele Strömungsprofile ausbilden als ohne externes Störfeld des DED's. Da sich durch das Störfeld des DED's eine Struktur aus antiparallelen Strömungen vor der DED-Oberfläche bildet (vgl. Abbildung 5.6 auf Seite 71) und damit dort auch radiale Gradienten der Strömungsgeschwindigkeit auftreten, kann die senkrechte Viskosität, die bei allen drei Simulationen präsent war, zu einem radialen Austausch des parallelen Impulses führen. Die Vermutung war zunächst, daß dieser radiale Austausch des parallelen Impulses für die Abflachung der parallelen Profile der Strömungsgeschindigkeit, im Vergleich zu den Fall ohne externes Störfeld des DED's, verantwortlich ist. In Kapitel B im Anhang wird anhand eines vereinfachten eindimensionalen Modells gezeigt, daß eine Impulsquelle zu einer Abflachung und eine Impulssenke zu einer Aufsteilung der parallelen Profile der Machzahl führt. Um dies zu überprüfen, wurde die parallele und die senkrechte Viskosität der parallelen Impulsbilanz als Quellterm betrachtet und berechnet. Dabei hat sich herausgestellt, daß es zwar Bereiche vor der DED-Oberfläche gibt, in denen die senkrechte Viskosität zu einer Impulsquelle führt, im Vergleich zu der Impulsquelle, die durch die parallelen Viskosität verursacht wird, ist diese jedoch einige hundert mal kleiner. Dies schließt aus, daß die Abflachung der parallelen Machzahlprofile durch die senkrechte Viskosität hervorgerufen wird.

In Kapitel B.1 des Anhangs wird noch an einem vereinfachten eindimensionalen Modell untersucht, welchen Einfluss ein nicht konstantes Temperaturprofil entlang einer Feldlinie auf die parallele Strömungsgeschwindigkeit hat. Dabei hat sich herausgestellt, daß ein Abfallen der Temperatur entlang einer Feldlinie zu den Wänden hin ebenfalls eine Abflachung der parallelen Strömungsprofile verursachen kann. In Abbildung 7.13 sind die parallelen Profile der Summe der Elektronen- und der Ionentemperatur für den Fall ohne und mit externem Störfeld des DED's dargestellt, da die Schallgeschwindigkeit im EMC3-Code über $c_s = \sqrt{\frac{2k_b(T_e+T_i)}{m_i}}$ definiert ist. Dabei erkennt man, daß für den Fall mit externem Störfeld in der 6/2-Basismodenkonfiguration die Temperatur zu den Wänden stärker abfällt (vor allem in der Streifenstruktur auf der DED-Oberfläche), als für den Fall ohne externes Störfeld. Diese nicht konstanten Temperaturprofile

können die Profile der parallelen Geschwindigkeit entlang einer Feldlinie abflachen, und damit den hier beobachteten Effekt, daß die parallele Viskosität aufgrund von schon relativ flachen parallelen Machzahlprofilen kaum einen Einfluss hat, verursachen. Dies beschreibt aber nur einen Effekt, der zu einer Abflachung der parallelen Strömungsprofile führen kann. In Kapitel B.2 des Anhangs wird auch noch der Einfluss einer vor der Wand lokalisierten Ionisationsquelle auf die parallelen Strömungsprofile diskutiert. Dabei hat sich gezeigt, daß die Ionisationsquelle auch einen starken Effekt auf die Steigung der parallelen Strömung hat.

Dies zeigt, daß unterschiedliche Ursachen zu flacheren Strömungsprofilen führen können. Um aber sicher festzustellen, welcher Effekt dafür verantwortlich ist, und ob nicht noch andere Effekte, die durch die komplizierte dreidimensionale Struktur des Störfeldes hervorgerufen werden, hier mit hineinspielen, muss dieses Verhalten in weiteren Simulationen noch eingehender untersucht werden.

7.3 Einfluss des adiabatischen Kühlungsterms als Volumenenergiesenke

Im diesem und dem folgenden Abschnitt soll nun untersucht werden, welchen Einfluss der neu in den EMC3-Code implementierte adiabatische Kühlungsterm $-\vec{\nabla} \cdot (\frac{1}{2} mnV^2 \vec{V})$ der Energiebilanzen auf die Simulationsergebnisse der Plasmaparameter hat. Dieser Term beschreibt im stationären Gleichgewicht die Kühlung des Plasmas aufgrund von Beschleunigungen im Strömungsprofil des Plasmas. Es beschreibt somit den Energietransfer von thermischer Energie des Plasmas in gerichtete Bewegungsenergie der Strömungsbewegung. Wie in den Kapiteln 6.3.2 und 6.3.3 schon dargelegt wurde, ist der adiabatische Kühlungsterm in zwei unterschiedlichen Varianten in den EMC3-Code implementiert worden. In diesem Abschnitt soll nun die Variante untersucht werden, in der der adiabatische Kühlungsterm als reine Volumenenergiesenke in den Monte-Carlo-Algorithmus implementiert wurde. Dazu wurden wieder Simulationen ohne externes Störfeld des DED's sowie Simulationen mit externem Störfeld des DED's in 6/2-Basismodenkonfiguration durchgeführt.

Zunächst betrachten wir die Ergebnisse für den Fall ohne externes Störfeld des DED's. In Abbildung 7.14 ist das parallele Strömungsprofil sowie die resultierende Volumenenergiesenke für die Elektronen- und Ionentemperatur dargestellt. Das negative Vorzeichen des adiabatischen Kühlungsterms ist dabei nicht dargestellt, da der Term hier als Volumenenergiesenke und nicht als Volumenenergiequelle bezeichnet wird. Man erkennt, daß um die Wandoberfläche von DED und ALT-II Limiter (vor allem an den dem Plasma zugewandten vorderen Kanten), wo das Plasma auf Machzahl eins beschleunigt wird, sich die Volumenenergiesenken der Elektronen- und Ionentemperatur ausprägen. Die Volumenenergiesenke der Elektronentemperatur ist dabei um den Faktor $\frac{m_e}{m_i} \approx \frac{1}{1800}$ kleiner als die Volumenenergiesenke der Ionentemperatur, hat aber den gleichen relativen Profilverlauf, da die Plasmadichte n und die Strömungsgeschwindigkeit V für die Elektronen und Ionen gleich sind. In Abbildung 7.15 sind nun die Auswirkungen des adiabatischen Kühlungsterms auf die Elektronen- und die Ionentemperatur für den Fall ohne externes Störfeld des DED's dargestellt. Den größten Einfluss hat dabei der adiabatische Kühlungsterm auf die Ionentemperatur. Dort lässt sich eine lokale Kühlung der Ionen um die Wandoberfläche, die durch die Beschleunigung des Plasmas auf die Wand hervorgerufen wird, von etwa 10 eV beobachten. Diese Kühlung entspricht in diesem äußeren Bereich einer Reduktion der Ionentemperatur von etwa 30%, und ist somit nicht zu vernachlässigen. Für die Elektronentemperatur verhält es sich etwas anders. Da die Volumenenergiesenke für die Elektronen viel kleiner ist als für die Ionen, und die parallele Wärmeleitfähigkeit der Elektronen etwa fünfzigmal größer ist als die der Ionen, fällt die Kühlung hier geringer aus (nur etwa 3 eV) und prägt sich mehr als ein globaler Effekt aus, der sich fast über das gesamte Simulationsvolumen ausdehnt.

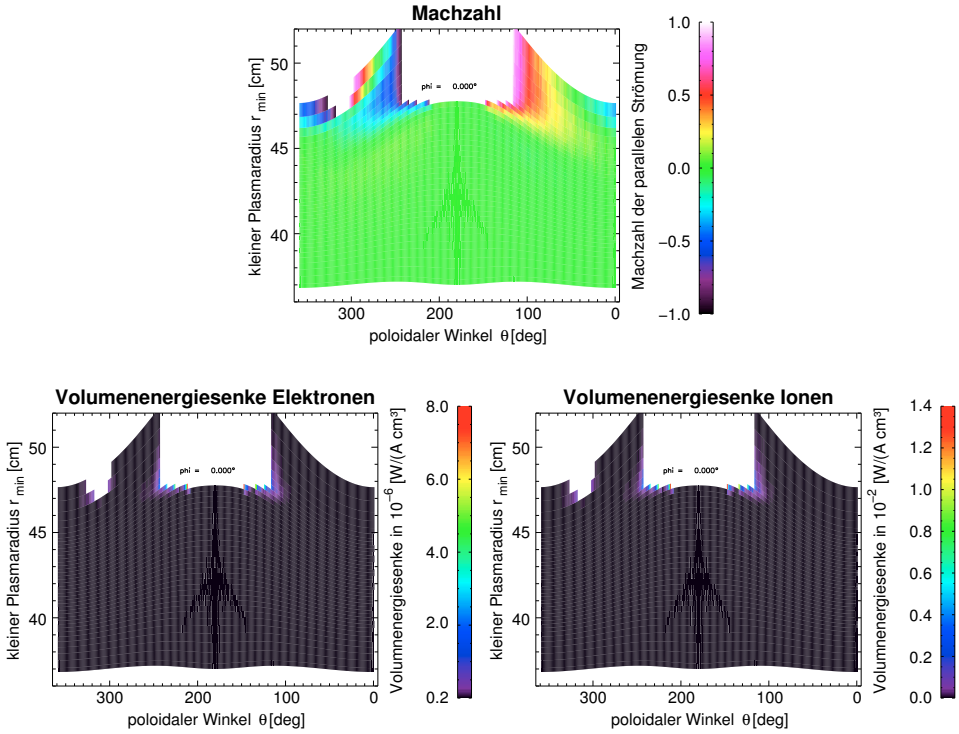


Abbildung 7.14: Abbildung des parallelen Strömungsprofils des Plasmas und des adiabatischen Kühlungsterms $-\vec{\nabla}\cdot(\frac{1}{2}mnV^2\vec{V})$ als Volumenenergiesenke für den Fall ohne externes Störfeld des DED's. Die Volumensenke bildet sich um die Wandoberfläche aus, wo das Plasma auf Machzahl eins beschleunigt.

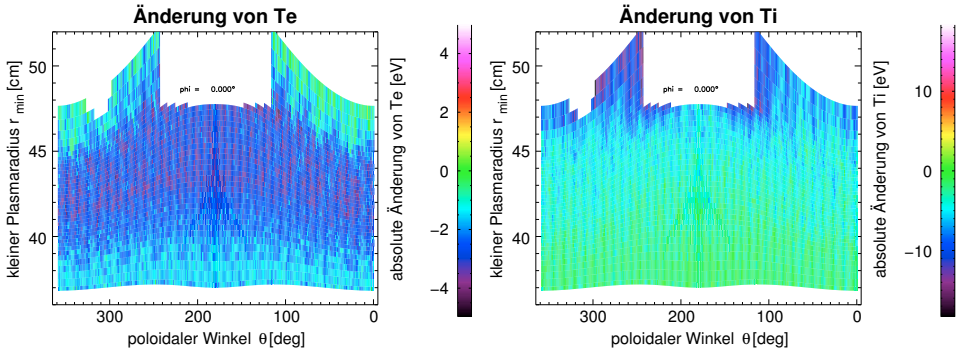


Abbildung 7.15: Absolute Änderungen der Elektronen- und Ionentemperatur, die durch den adiabatischen Kühlungsterm als Volumenenergiesenke für den Fall ohne externes Störfeld des DED's hervorgerufen werden.

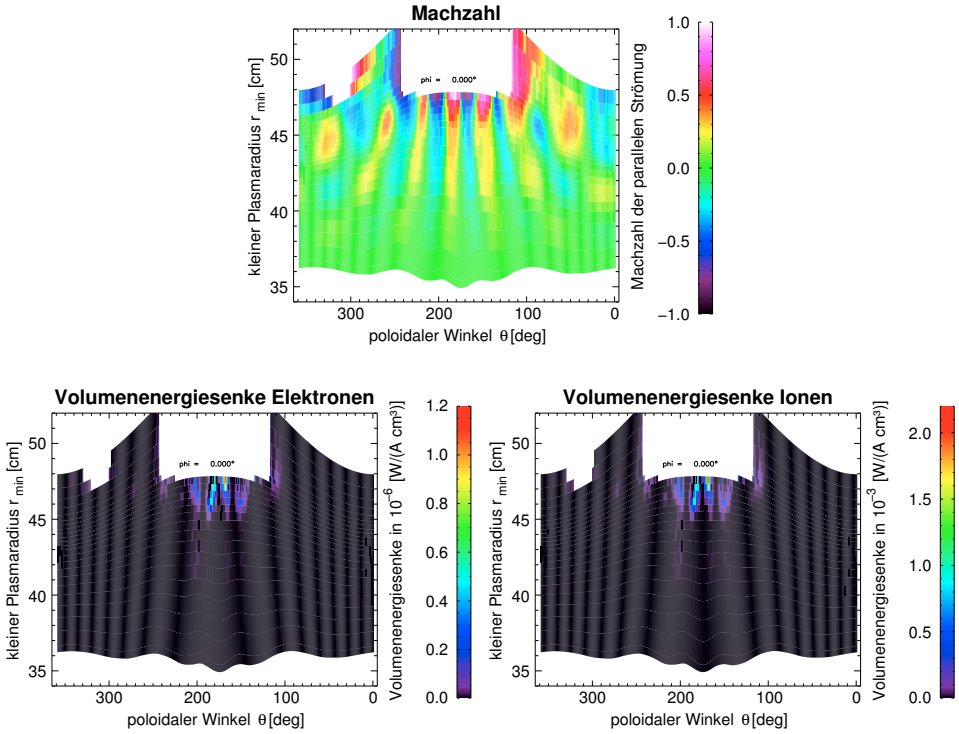


Abbildung 7.16: Abbildung des parallelen Strömungsprofils des Plasmas und des adiabatischen Kühlungsterms $-\vec{\nabla}\cdot(\frac{1}{2}mnV^2\vec{V})$ als Volumenenergiesenke für den Fall mit externem Störfeld des DED's in der 6/2-Basismodenkonfiguration. Die Volumensenke bildet sich hier vor allem vor der DED-Oberfläche aus, wo das Plasma auf Machzahl eins beschleunigt.

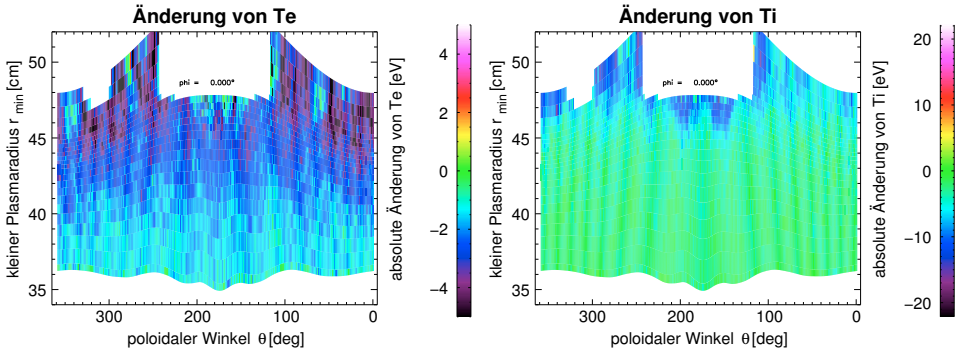


Abbildung 7.17: Absolute Änderungen der Elektronen- und Ionentemperatur, die durch den adiabatischen Kühlungsterm als Volumenenergiesenke für den Fall mit externem Störfeld des DED's in der 6/2-Basismodenkonfiguration hervorgerufen werden.

Als nächstes soll nun der Einfluss für den Fall mit externem Störfeld des DED's in 6/2-Basismodenkonfiguration untersucht werden. In Abbildung 7.16 ist dazu das parallele Strömungsprofil für diesen Fall sowie die daraus resultierenden Volumenenergiesenken der Elektronen- und Ionentemperatur dargestellt. Dabei erkennt man, daß sich die Volumenenergiesenken in den Bereichen vor der DED-Oberfläche ausbilden, in denen das Plasma in antiparallelen Strömungskanälen zur Limiteroberfläche auf Machzahl eins beschleunigt werden. Auch hier unterscheiden sich die Volumenenergiesenken der Elektronentemperatur und der Ionentemperatur nur durch das Massenverhältnis $\frac{m_e}{m_i}$ der Elektronen und Ionen. In Abbildung 7.17 sind die Auswirkungen des adiabatischen Kühlungsterms als Volumenenergiesenke auf die Elektronen- und Ionentemperatur veranschaulicht. Auch hier erkennt man, daß der adiabatische Kühlungsterm auf die Ionentemperatur den größten Einfluss hat. Ähnlich wie für den Fall ohne externes Störfeld des DED's, werden die Ionen lokal vor der DED-Oberfläche durch die Beschleunigung des Plasmas auf Machzahl eins gekühlt. Diese Kühlung beträgt, wie auch im Fall ohne externes Störfeld des DED's, etwa 10 eV, was einer Reduktion der Ionentemperatur von 30-40% entspricht. Auch hier, in dem Fall mit externem Störfeld des DED's, sollte dieser Effekt nicht vernachlässigt werden. Auf die Elektronentemperatur hat der adiabatische Kühlungsterm, wie auch schon im Fall ohne externes Störfeld des DED's, mehr eine globale Auswirkung. Aufgrund der höheren Wärmeleitfähigkeit der Elektronen tritt dieser globalere Effekt auf, was zu einer Kühlung der Elektronen von etwa 2-4 eV führt, wobei die Elektronen am äußeren Rand der Simulationsdomäne stärker gekühlt werden als am inneren Rand.

Abschließend lässt sich somit feststellen, daß sowohl für den Fall ohne externes Störfeld als auch mit externem Störfeld des DED's der adiabatische Kühlungsterm einen nicht zu vernachlässigenden Einfluss auf die Ionentemperatur hat. Diese lokale Kühlung der Ionen liegt in beiden Fällen ein einem Bereich von 10 eV ($\sim$ 30%) und kann nun mit dem EMC3-Code berücksichtigt werden.

7.4 Einfluss des adiabatischen Kühlungsterms als Transportterm und Volumenenergiesenke

Im letzten Abschnitt wurden die Auswirkungen des adiabatischen Kühlungsterms, wenn er komplett als Volumenenergiesenke in den Monte-Carlo-Algorithmus implementiert wurde, dargestellt. Wie aber schon in Kapitel 6.3.3 gezeigt wurde, kann der adiabatische Kühlungsterm auch in einen Transportterm und eine kleinere Volumenenergiesenke aufgespalten werden.

$$\begin{aligned} -\vec{\nabla}\cdot(\frac{1}{2}mnV^2\vec{V}) &= -\vec{\nabla}\cdot(\frac{1}{2}mn(V_\parallel^2+V_\perp^2)(\vec{V}_\parallel+\vec{V}_\perp)) \\ &\approx -\vec{\nabla}\cdot(\frac{1}{2}mnV_\parallel^2\vec{V}_\parallel)-\vec{\nabla}\cdot(\frac{1}{2}mnV_\parallel^2\vec{V}_\perp) \end{aligned} \tag{7.3}$$

Der dominierende parallele Anteil $\vec{\nabla}\cdot(\frac{1}{2}mnV_\parallel^2\vec{V}_\parallel)$ kann dabei wie in Kapitel 6.3.3 ausführlich beschrieben wurde, in den parallelen konvektiven Wärmetransportterm gezogen werden. Der verbleibende kleinere senkrechte Anteil $-\vec{\nabla}\cdot(\frac{1}{2}mnV_\parallel^2\vec{V}_\perp)$ wird weiterhin als Volumenenergiesenke im Monte-Carlo-Algorithmus behandelt. Diese alternative Implementierung hat zum einen den Vorteil, daß die Implementierung des adiabatischen Kühlungsterm als komplette Volumenenergiesenke überprüft werden kann, und zum anderen wird bei dieser Implementierungsvariante für den dominanten Anteil des adiabatischen Kühlungsterms die zum Teil problematische Berechnung von Gradienten aus verrauschten Profilen vermieden. Auch für diese Implementierungsvariante wurden wieder Simulationen ohne externes Störfeld des DED's und mit externem Störfeld des DED's in 6/2-Basismodenkonfiguration durchgeführt.

Zunächst betrachten wir wieder die Ergebnisse für den Fall ohne externes Störfeld des DED's. Die Änderungen der parallelen konvektiven Transportkoeffizienten des Monte-Carlo-Algorithmus

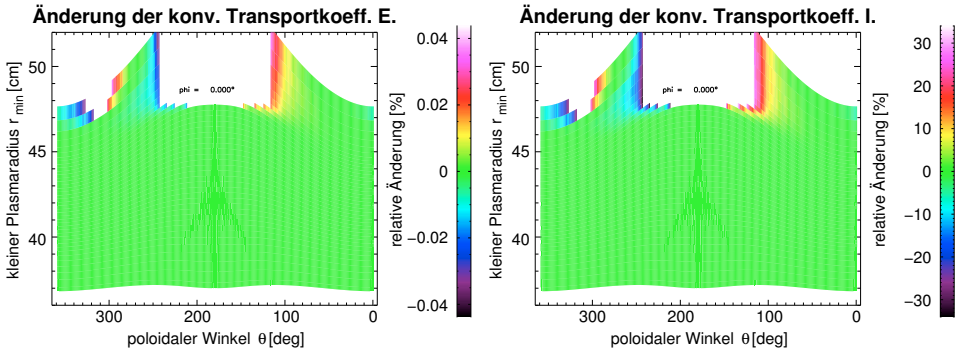


Abbildung 7.18: Relative Änderungen der parallelen konvektiven Transportkoeffizienten des Monte-Carlo-Algorithmus für die Energiebilanzen der Elektronen (links) und Ionen (rechts), wenn der parallele Anteil des adiabatischen Kühlungsterms ($\vec{\nabla} \cdot (\frac{1}{2} m n V_{\parallel}^2 \vec{V}_{\parallel})$) in den konvektiven Wärmetransport gezogen wird (ohne externes Störfeld des DED's).

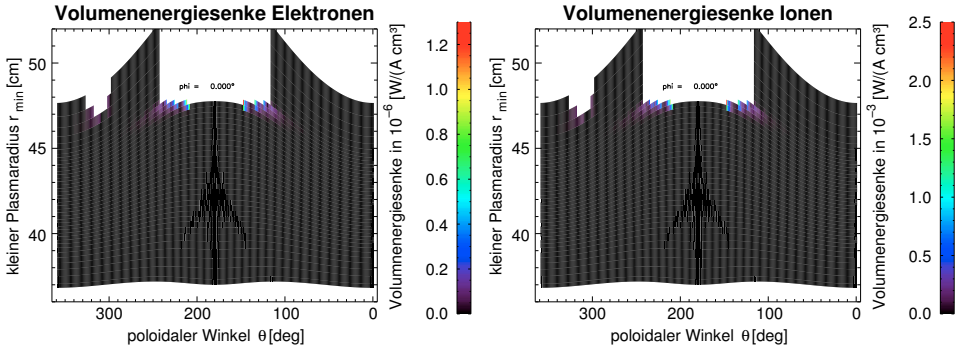


Abbildung 7.19: Verbleibender senkrechter Anteil des adiabatischen Kühlungsterms ($-\vec{\nabla} \cdot (\frac{1}{2} m n V_{\parallel}^2 \vec{V}_{\perp})$) als Volumenenergiesenke der Energiebilanz der Elektronen und Ionen (ohne externes Störfeld des DED's).

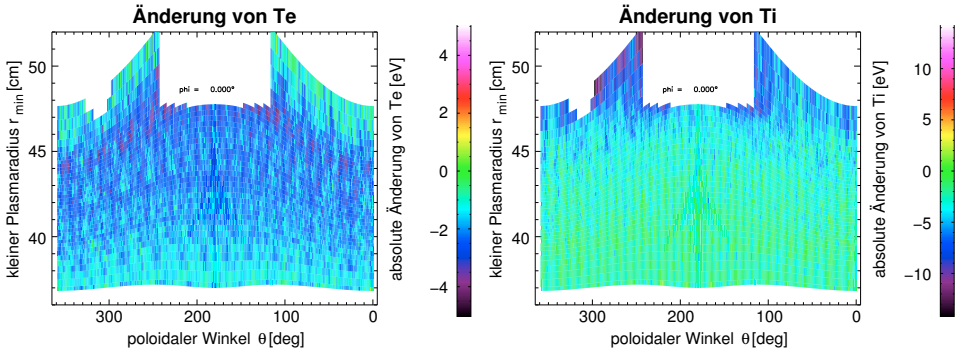


Abbildung 7.20: Absolute Änderungen der Elektronen- und Ionentemperatur aufgrund des adiabatischen Kühlungsterms, wenn er als Transportterm und verbleibende Volumenenergiesenke implementiert wird (ohne externes Störfeld des DED's).

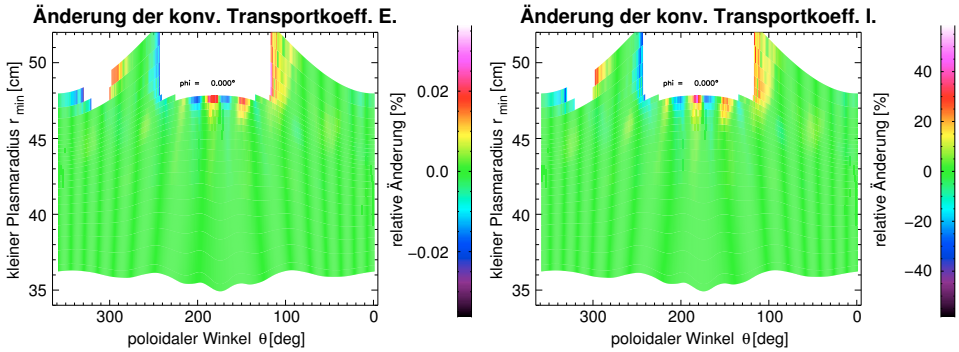


Abbildung 7.21: Relative Änderungen der parallelen konvektiven Transportkoeffizienten des Monte-Carlo-Algorithmus für die Energiebilanzen der Elektronen (links) und Ionen (rechts), wenn der parallele Anteil des adiabatischen Kühlungsterms ($\vec{\nabla} \cdot (\frac{1}{2} m n V_{\parallel}^2 \vec{V}_{\parallel})$) in den konvektiven Wärmetransport gezogen wird (mit externem Störfeld des DED's).

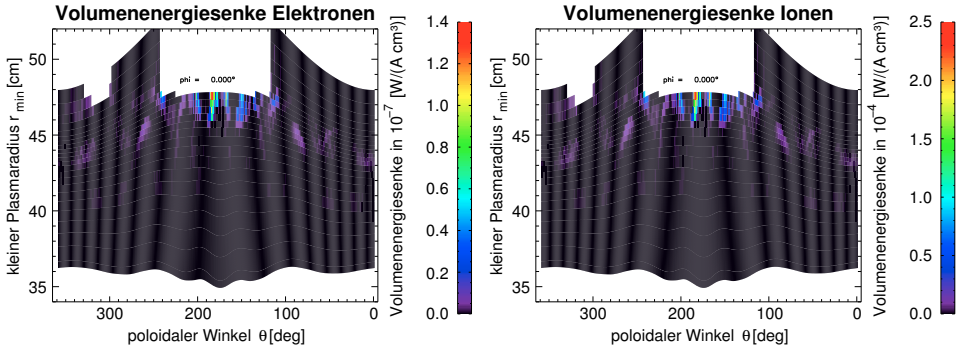


Abbildung 7.22: Verbleibender senkrechter Anteil des adiabatischen Kühlungsterms ($-\vec{\nabla} \cdot (\frac{1}{2} m n V_{\parallel}^2 \vec{V}_{\perp})$) als Volumenenergiesenke der Energiebilanz der Elektronen und Ionen (mit externem Störfeld des DED's).

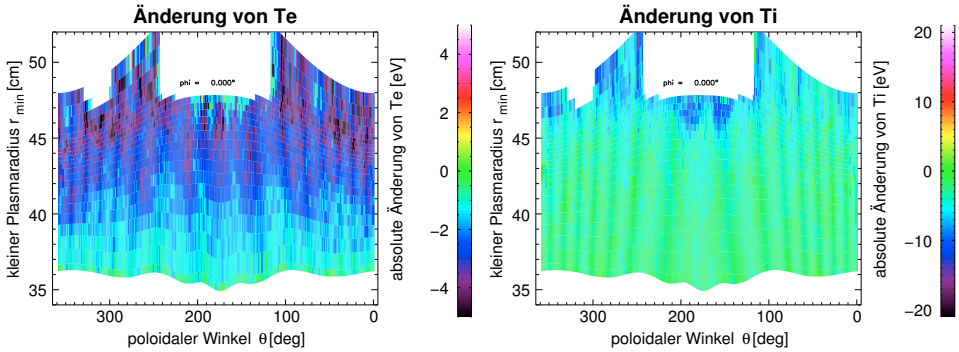


Abbildung 7.23: Absolute Änderungen der Elektronen- und Ionentemperatur aufgrund des adiabatischen Kühlungsterms, wenn er als Transportterm und verbleibende Volumenenergiesenke implementiert wird (mit externem Störfeld des DED's in 6/2-Basismodenkonfiguration).

für die Energiebilanzen der Elektronen und Ionen, die durch den dominanten parallelen Anteil des adiabatischen Kühlungsterms hervorgerufen werden, sind als relative Änderungen in Abbildung 7.18 zusammengestellt. Hierbei erkennt man wieder, daß aufgrund der kleinen Elektronenmasse der Term in den Energiebilanzen der Elektronen nur eine sehr geringe Auswirkung hat und eigentlich vernachlässigt werden könnte. Die relative Änderung des konvektiven parallelen Transportkoeffizienten der Energiebilanz der Elektronen beträgt hier nur etwa 0.02%. Für den konvektiven parallelen Transportkoeffizienten der Ionen hingegen lässt sich ein deutlicher Einfluss beobachten. Hier ändert sich der Transportkoeffizient um etwa 20%. In Abbildung 7.19 ist der verbleibende senkrechte Anteil $-\vec{\nabla}\cdot(\frac{1}{2}mnV_{\parallel}^2\vec{V}_{\perp})$ des adiabatischen Kühlungsterms, der weiterhin als Volumenenergiesenke implementiert ist, dargestellt. Vergleicht man die Größe dieser Volumenenergiesenke mit den Werten, die sich im vorherigen Abschnitt für die Volumenenergiesenke des kompletten adiabatischen Kühlungsterms ergeben haben, so stellt man fest, daß dieser verbleibende senkrechte Anteil nur etwa 10% des kompletten adiabatischen Kühlungsterms ausmacht. Das heißt, daß der dominante Teil (90%) des adiabatischen Kühlungsterms in dem parallelen Anteil $-\vec{\nabla}\cdot(\frac{1}{2}mnV_{\parallel}^2\vec{V}_{\parallel})$, der nun als Transportterm implementiert wurde, steckt. Zuletzt soll nun betrachtet werden, welche Auswirkungen sich durch diese Implementierungsvariante des adiabatischen Kühlungsterms auf die Temperaturprofile der Elektronen und Ionen ergeben. Dies ist in Abbildung 7.20 dargestellt. Auch hier lässt sich wieder aufgrund der mehr als zehnmal größeren parallelen Wärmeleitfähigkeit der Elektronen eine globale Kühlung der Elektronen von etwa 3 eV über nahezu das gesamte Simulationsvolumen beobachten. Für die Ionen hingegen ergibt sich wieder eine lokale Kühlung im Bereich der Limiteroberfläche von etwa 8 eV. Dies zeigt aber unter Berücksichtigung des statistischen Rauschens noch eine gute Übereinstimmung mit den Ergebnissen aus dem vorherigen Abschnitt für die andere Implementationsvariante des adiabatischen Kühlungsterms.

Nun sollen die Ergebnisse für den Fall mit externem Störfeld des DED's in 6/2-Basismodenkonfiguration betrachtet werden. Auch hier ergibt sich, wie in Abbildung 7.21 zu sehen ist, nur eine geringe Änderung von etwa 0.02% für den parallelen konvektiven Transportkoeffizienten der Energie der Elektronen. Für die Ionen ist die Änderung aufgrund des parallelen Anteils des adiabatischen Kühlungsterms wieder wesentlich größer und beträgt etwa 20-30%. In Abbildung 7.22 ist auch noch der verbleibende senkrechte Anteil des adiabatischen Kühlungsterms, der weiterhin als Volumenenergiesenke implementiert ist, dargestellt. Auch in dem Fall mit externem Störfeld des DED's macht dieser Teil nur etwa 10% des gesamten adiabatischen Kühlungsterms aus. Zu guter Letzt sind in Abbildung 7.23 noch die Änderungen der Elektronen- und Ionentemperatur mit externem Störfeld des DED's aufgeführt. Auch hier erkennt man, daß die Elektronen wieder aufgrund ihrer hohen parallelen Wärmeleitfähigkeit eher global um etwa 2-4 eV gekühlt werden. Für die Ionen hingegen ergibt sich eine lokale Kühlung vor der DED-Oberfläche von etwa 10 eV, wie sie auch schon im vorherigen Abschnitt für die andere Implementationsvariante des adiabatischen Kühlungsterms beobachtet werden konnte.

Abschließend lässt sich sagen, daß beide Implementationsvarianten des adiabatischen Kühlungsterms, sei es komplett als Volumenenergiesenke oder als Transportterm und verbleibende kleinere Volumenenergiesenke, nahezu die gleichen Ergebnisse liefern. Dadurch konnten beide Implementationsvarianten durch eine Gegenprobe überprüft und Implementationsfehler ausgeschlossen werden.

Kapitel 8

Zusammenfassung

Durch das externe Störfeld des Dynamisch Ergodischen Divertors wird eine sehr komplexe Magnetfeldtopologie in der Plasmarandschicht von TEXTOR hervorgerufen und dadurch der Transport in der Plasmarandschicht stark beeinflusst. In dieser Arbeit wurde mit Hilfe des EMC3/EIRENE-Codes der Transport in dieser ergodisierten Plasmarandschicht untersucht. Dazu wurde zunächst der EMC3-Code, der für Stellaratorgeometrien entwickelt wurde, an den Tokamak TEXTOR angepasst und für alle Basismodenkonfigurationen des externen Störfeldes des DED's adaptiert. Zusätzlich wurde auch noch ein universelles Modul entwickelt, mit dem die Repräsentation der ersten Wand im GOURDON- und im EMC3-Code optimiert wurde. Mit diesem Modul konnte eine realistische Erweiterung der rezyklierenden Flächen um die DED-Seitenflächen und die Oberfläche des ALT-II Limiters durchgeführt werden. Dabei hat sich herausgestellt, daß vor allem in Szenarien ohne DED-Störfeld die Seitenflächen des DED's die dominierenden rezyklierenden Flächen sind und damit einen großen Einfluss auf die Verteilung der Neutralteilchendichte sowie der Ionisationsquellen haben. Selbst in Szenarien mit externem Störfeld in der 12/4-Basismodenkonfiguration, bei der die DED-Frontfläche die dominierende rezyklierende Fläche ist, konnte durch die Erweiterung um die DED-Seitenflächen der numerische "Pump-Effekt", der die Neutralteilchen von den Seitenflächen zur Frontfläche des DED's transferiert hat, eliminiert werden. Dieser hatte bisher in den Simulationen zu lokal um 25% erhöhten Plasmadichten vor der DED-Frontfläche geführt.

Bei den Transportstudien für die einzelnen Basismodenkonfigurationen des Störfeldes des DED's stellte sich heraus, daß sich die Randschicht vor allem in drei Bereiche mit unterschiedlicher Magnetfeldtopologie und unterschiedlichem Transportverhalten einteilen lässt. Zum einen sind da die laminaren Flussröhren, deren Feldlinien typischerweise innerhalb eines poloidalen Umlaufes in beide Richtungen auf die Wand verbinden. Diese werden durch einen Bereich aus ergodischen Feldlinien umschlossen (ergodische Finger), dessen Feldlinien sehr lang (> 7 poloidale Umläufe) werden können und radial weiter innen liegende Bereiche mit den Bereichen vor der Wand verbinden. Direkt vor der DED-Oberfläche bildet sich zwischen den ergodischen Fingern noch ein dritter Bereich, die sog. private Flusszone aus, die sich durch sehr kurze (< 1 poloidaler Umlauf) Feldlinien auszeichnet.

Es wurde gezeigt, daß die laminaren Flussröhren als eine helikale Abschälschicht wirken, da durch den in ihnen dominierendenden parallelen Transport die Teilchen und die Energie auf die Wand abgeführt werden. Dementsprechend konnte in diesen laminaren Flussröhren eine Absenkung der Dichte n und der Elektronentemperatur T_e beobachtet werden. Die Reduktion des Elektronendrucks in poloidaler Richtung betrug in der Simulation für die 12/4-Basismodenkonfiguration des DED's etwa 30%. Diese liegt in einer ähnlichen Größenordnung wie bei einer experimentellen Stromrampe, bei der eine laminare Flussröhre in den Messbereich der He-Strahldiagnostik geschoben wird. Dabei konnte eine Reduktion des Elektronendrucks um etwa 40% beobachtet werden, welche aber durch die veränderte Stromverteilung in den DED-

Spulen während der Stromrampe auch in einer, im Vergleich zur Simulation, leicht veränderten Magnetfeldtopologie bestimmt wurde.

Die laminaren Flussröhren werden durch die ergodischen Finger umschlossen. Da innerhalb der ergodischen Finger die Feldlinien radial weiter innen liegende Bereiche mit den Bereichen zwischen den laminaren Flussröhren verbinden, ist die Dichte und die Temperatur in diesen ergodischen Fingern höher als in den laminaren Flussröhren. Dadurch können die laminaren Flussröhren durch den senkrechten Transport aus den benachbarten ergodischen Fingern mit Teilchen und Energie aufgefüllt werden, und die ergodischen Finger bilden neben Volumenionisationsquellen die Quelle der Teilchen und der Energie für die laminaren Flussröhren.

Da die Feldlinien der privaten Flusszone sehr kurz sind, und damit nur in einem kurzen Bereich neben den ergodischen Fingern verlaufen, ist die Befüllung der privaten Flusszone durch den senkrechten Transport nicht so effektiv wie bei den laminaren Flussröhren. Dadurch bilden sich in der privaten Flusszone geringere Dichten und Temperaturen aus, was sich auch in der Teilchen- und Energiedeposition auf der DED-Oberfläche widerspiegelt. Hier separiert die private Flusszone die Hauptstreifen der Teilchen- und Energiedeposition (unabhängig von einer weiteren Aufspaltung der Hauptstreifen) durch einen stark reduzierten Teilchen- und Energiefluss auf die DED-Oberfläche.

Bei den Transportstudien für die unterschiedlichen Basismodenkonfigurationen des DED-Störfeldes wurde in den Simulationen auch noch ein besonderes Szenario in der 3/1-Basismodenkonfiguration gefunden. In diesem Szenario bleiben remanente Inselstrukturen der 3/1-Inselkette mit geschlossenen magnetischen Flussflächen sehr nahe vor der DED-Oberfläche bestehen. Dadurch können rezyklierte Neutralteilchen in diesen remanenten Inselstrukturen ionisiert werden, was zu einer stärkeren Befüllung als nur durch den senkrechten Transport dieser Bereiche mit geladenen Plasmateilchen führt. Da innerhalb dieser remanenten Inselstrukturen kein paralleler Verlustkanal zur Wand existiert, kann die Dichte innerhalb dieser Strukturen stark ansteigen, und da sie mit Energie nur über den senkrechten Transport befüllt werden, sinkt gleichzeitig die Temperatur der Elektronen und Ionen stark ab. Solche Szenarien sollen in experimentellen Studien nun verstärkt untersucht werden, wobei es auch schon erste experimentelle Hinweise für ein ähnliches Verhalten im Experiment gibt.

Zusätzlich wurden für den Fall ohne Störfeld und mit Störfeld in der 12/4- und 6/2-Basismodenkonfiguration auch noch erste Simulationen des Verunreinigungstransportes durchgeführt. Hierbei hat sich gezeigt, daß in den Simulationen die höheren Ladungszustände der Verunreinigungen stärker durch das Störfeld vor dem Kernplasma abgeschirmt werden als niedrigere Ladungszustände. Diese Tendenz konnte auch experimentell beobachtet werden, jedoch war die quantitative Abschirmung im Experiment wesentlich geringer als in der Simulation. Aus diesem Grund wurde eine strikte Trennung der Simulation von geladenen, die weiterhin durch den EMC3-Code behandelt werden, und neutralen Verunreinigungen, deren Transport jetzt über den Neutralteilchencode EIRENE simuliert werden, durchgeführt. Dadurch konnten auch die realistischeren Sputtermodelle des EIRENE-Codes dem EMC3-Code zugänglich gemacht werden. Zusätzlich sollten aber in weiterführenden Transportstudien der Verunreinigungen noch die bisher sehr einfachen Randbedingungen für die Verunreinigungen optimiert und erweitert werden.

Während dieser Dissertation wurden auch erste Simulationen für konkrete TEXTOR Entladungen ohne Störfeld und mit Störfeld in der 12/4-Basismodenkonfiguration und quantitative Vergleiche durchgeführt. Dabei wurden zunächst die Teilchendepositionsstrukturen auf der DED-Oberfläche zwischen Experiment und Simulation verglichen. Hierbei konnte eine sehr gute Übereinstimmung gefunden werden, womit die geometrische Lage der im EMC3-Code verwendeten Magnetfeldstruktur überprüft werden konnte. Zusätzlich wurden auch quantitative Vergleiche der Simulation mit gemessenen radialen Dichte- und Elektronentemperaturprofilen durchgeführt. Dabei wurde versucht, durch Anpassung der Randbedingungen und der anomalen

senkrechten Transportkoeffizienten der Teilchen und der Energie, die experimentellen Profile in der Simulation zu rekonstruieren. Dies hat sich aber aufgrund der starken wechselseitigen Beeinflussung der Parameter als nicht trivial herausgestellt. So konnte zwar immer eines der Profile in relativ gute Übereinstimmung gebracht werden, wodurch sich aber wieder Abweichungen in dem anderen Profil ergeben haben. Hierbei gilt es jedoch zu überlegen, ob die Annahme von konstanten senkrechten Transportkoeffizienten $D_\perp$ und $\chi_\perp$ ein zu einfaches Modell darstellt. Aus diesem Grund soll in Zukunft der EMC3-Code auch auf ortsabhängige senkrechte Transportkoeffizienten erweitert werden, wofür durch die in dieser Arbeit erfolgte Implementation der Gradienten- und Divergenzbildung in den krummlinigen Koordinaten des EMC3-Codes schon eine Grundlage gebildet wurde.

Aufgrund der beobachteten Diskrepanzen in dem Vergleich zwischen Simulation und Experiment wurden Modellerweiterungen in den EMC3-Code implementiert. Diese bestehen zum einen aus kinetischen Korrekturen an der konduktiven parallelen Wärmeflussdichte der Elektronen und der parallelen viskosen Spannung der Ionen, die durch eine Limitierung der jeweiligen Größe erreicht wurden. Zum anderen bestehen sie aus der Erweiterung der Modellgleichungen des EMC3-Codes für die Energiebilanzen der Elektronen und Ionen um den bisher vernachlässigten adiabatischen Kühlungsterm $\vec{\nabla} \cdot (0.5 m_{e,i} n V^2 \vec{V})$. In diesem Zusammenhang wurde ein Modul entwickelt, das die vollständige Metrik der krummlinigen Koordinaten des EMC3-Codes bereitstellt und somit Gradienten- und Divergenzbildung der Plasmaparameter ermöglicht. Dieses Modul kann, wie oben erwähnt, auch für weitere Erweiterungen des EMC3-Codes verwendet werden.

Für die Untersuchung des Einflusses der neu implementierten Erweiterungen wurde jeweils ein Fall ohne externes Störfeld und mit externem Störfeld des DED's in der 6/2-Basismodenkonfiguration betrachtet. Bei der Limitierung der parallelen Wärmeflussdichte der Elektronen hat sich für den Fall ohne externes Störfeld des DED's kein Einfluss auf die Elektronentemperatur ergeben. Dies liegt daran, daß für diesen Fall der konvektive und der konduktive parallele Wärmefluss der Elektronen in dem Bereich, in dem die Limitierung einsetzt, annähernd gleich sind. Dadurch wird durch die Limitierung des konduktiven Wärmeflusses der Elektronen der gesamte parallele Wärmefluss nicht stark verändert. Dies verhält sich in dem Fall mit externem Störfeld in der 6/2-Basismodenkonfiguration jedoch anders. Hier dominiert der konduktive den konvektiven parallelen Wärmefluss der Elektronen in dem Bereich um die DED-Oberfläche, in dem auch der konduktive parallele Wärmefluss der Elektronen limitiert wird, um mehr als das 20-fache. Dadurch wird durch die Limitierung des parallelen Wärmeflusses der gesamte parallele Wärmefluss der Elektronen stark verändert, wodurch direkt vor der DED-Oberfläche eine lokale Erhöhung der Elektronentemperatur um bis zu 60% ($\approx$ 10 eV), und global, in dem Bereich der Abschälschicht des ungestörten Falls eine Verringerung der Elektronentemperatur um etwa 30% ($\approx$ 7 eV) entsteht. Dies zeigt, daß selbst schon für TEXTOR-Bedingungen kinetische Korrekturen an dem Flüssigkeitsmodell relevant werden, was zuvor so nicht erwartet wurde.

Für die Limitierung der parallelen viskosen Spannung der Ionen hat sich vor allem ein deutlicher Einfluss für den Fall ohne externes Störfeld ergeben. In diesem Fall führt die klassische parallele Viskosität zu einer sehr starken Abflachung der Profile der parallelen Strömungsgeschwindigkeit entlang einer Feldlinie. Durch die kinetische Korrektur, durch die die parallele viskose Spannung limitiert wird, steilen sich die Profile der parallelen Strömungsgeschwindigkeit entlang einer Feldlinie wieder etwas auf, was einem realistischeren parallelen Strömungsprofil entspricht. Für die Simulation der 6/2-Basismodenkonfiguration des DED-Störfeldes ergab sich jedoch fast kein Einfluss der parallelen Viskosität, und damit auch nicht der kinetischen Korrekturen. Hier konnte nur beobachtet werden, daß sich auch schon ohne parallele Viskosität relativ flache parallele Strömungsprofile ausbilden. Dies wurde versucht, über ein Abfallen der Temperaturprofile entlang einer Feldlinie zur Wand hin zu erklären, welches im Fall mit externem Störfeld stärker ausgeprägt ist als ohne externes Störfeld. Des Weiteren konnte auch

gezeigt werden, daß die Verteilung der Ionisationsquellen einen starken Einfluss auf die Steigung der Stömungsprofile hat. Ob diese Effekte aber alleine ausreichen, um die flacheren parallelen Strömungsprofile zu erklären, oder inwieweit auch die komplexe dreidimensionale Topologie des Magnetfeldes hierfür verantwortlich ist, muss in weiteren Untersuchungen noch geklärt werden.

Zuletzt wurde noch der Einfluss des adiabatischen Kühlungsterms in zwei unterschiedlichen Implementierungsvarianten untersucht. Dabei hat sich sowohl für den Fall mit, wie auch ohne externes Störfeld des DED's, sowie für die beiden unterschiedlichen Implementierungsvarianten, eine ähnliche Auswirkung gezeigt. Durch den adiabatischen Kühlungsterm werden die Ionen lokal in dem Bereich vor der Wand, in dem sie auf Machzahl eins beschleunigt werden, um etwa 10 eV gekühlt. Für die Elektronen ergibt sich hingegen aufgrund ihrer etwa fünfzigmal größeren Wärmeleitfähigkeit eher ein globaler Kühlungseffekt. Dieser beträgt etwa 3 eV über das gesamte Simulationsgebiet.

Für die neu implementierten Modellerweiterungen des EMC3-Codes ergibt sich somit, daß sie einen nicht zu vernachlässigenten Einfluss auf die Simulationsergebnisse haben. Diese physikalischen Effekte sind somit erfolgreich in das Modell des EMC3-Codes aufgenommen worden und können routinemäßig für zukünftige Simulationen verwendet werden. Da der EMC3-Code momentan auch noch auf Poloidaldivertorgeometrien, wie sie die Fusionsexperimente JET, D-IIID und ITER aufweisen, erweitert wird, wird sich vor allem in diesen Divertorplasmen noch ein größerer Einfluss der kinetischen Korrektur des parallelen Wärmeflusses der Elektronen zeigen. Ist diese Erweiterung auf Poloidaldivertorgeometrien abgeschlossen, so können mit dem EMC3/EIRENE-Code für alle gängigen Fusionsexperimente vom Stellarator bis zum Tokamak Plasmarandschichtsimulationen durchgeführt werden. Wie zuvor schon erwähnt, ist für die Zukunft auch noch geplant, den EMC3-Code auf ortsabhängige anomale senkrechte Transportkoeffizienten zu erweitern, wofür in dieser Arbeit schon grundlegende Module entwickelt wurden. Dadurch könnte dann auch das Pedestal für H-Mode Szenarien berücksichtigt werden, und somit auch Simulationen für diese Konfigurationen durchgeführt werden. Der EMC3/EIRENE-Code wird somit zu einem universellen Werkzeug zur Berechnung des Plasmatransportes in der Randschicht für die unterschiedlichen in der Fusionsforschung bekannten magnetische Einschlusskonzepte.

Anhang A

Beschleunigung durch Parallelisierung

Für die parallele Rechnung auf Höchstleistungscomputern ist es sinnvoll zu überprüfen, wie gut der Code parallelisiert ist. Dazu wird der sogenannte Speedup, die Beschleunigung der Rechnung bei Lösung eines Problems mit konstanter Größe (hier konstanter Monte-Carlo-Teilchenzahl N_{MC}=konst.), auf mehreren Prozessoren N_{PE} bestimmt. Der Speedup ergibt sich dann aus dem Verhältnis der Rechenzeiten eines fixen Problems auf einem Prozessor zu der Rechenzeit auf N_{PE} Prozessoren und kann durch das Amdahls-Gesetz (A.1) beschrieben werden.

$$\begin{aligned} \text{Speedup}(N_{PE},\ N_{MC}=\text{konst.}) &= \frac{\text{Computingtime}(1,\ N_{MC}=\text{konst.})}{\text{Computingtime}(N_{PE},\ N_{MC}=\text{konst.})} \\ &= \frac{1}{f_{seq}\ +\ \frac{1-f_{seq}}{N_{PE}}} \end{aligned} \tag{A.1}$$

Dabei ist f_{seq} der sequentielle Anteil des Codes, der nicht parallelisiert werden kann. Dieser sequentielle Anteil begrenzt dann die maximal mögliche Beschleunigung des Codes, die durch Parallelisierung erreicht werden kann:

$$\text{für } N_{PE} \to \infty : \text{Speedup}(N_{PE},\ N_{MC}=\text{konst.}) \ <\ \frac{1}{f_{seq}}. \tag{A.2}$$

Dies heißt, daß z.B. bei einem sequentiellen Anteil von $f_{seq} = 1\%$ nur maximal eine 100-fache Beschleunigung bzw. bei einem sequentiellen Anteil von $f_{seq} = 0.1\%$ nur maximal eine 1000-fache Beschleunigung erreicht werden kann. Zusätzlich zum Speedup lässt sich auch noch die Effizienz der Parallelisierung definieren:

$$\text{Effizienz}(N_{PE},\ N_{MC}=\text{konst.}) \ =\ \frac{\text{Speedup}(N_{PE},\ N_{MC}=\text{konst.})}{N_{PE}}. \tag{A.3}$$

Für die Bestimmung des Speedups wurden nun für die unterschiedlichen Iterations-Typen des EMC3-EIRENE Codepaketes wie Energy-Iteration (berechnet T_e und T_i), Streaming-Iteration (berechnet n und $V_\parallel$), Impurity-Iteration (berechnet die Dichten der einzelnen Ladungszustände der Verunreinigung wie z.B. Kohlenstoff) und Neutral-Iteration (EIRENE-Berechnung der Teilchen-, Impuls- und Energie-Quellen) mit konstanter Monte-Carlo-Teilchenzahl auf unterschiedlich vielen Prozessoren ($N_{PE} = 1..128$) die Rechenzeit bestimmt. In Abbildung A.1 sind diese Ergebnisse zusammengestellt. Man sieht, daß wir sequentielle Anteile von $f_{seq} = 0.6\%..2.2\%$ in den einzelnen Iterationen haben. Dieses Ergebnis wurde aber für ein Worst-Case-Szenario (minimale Monte-Carlo-Teilchenzahl) bestimmt. Typischerweise werden für Produktionsläufe aber

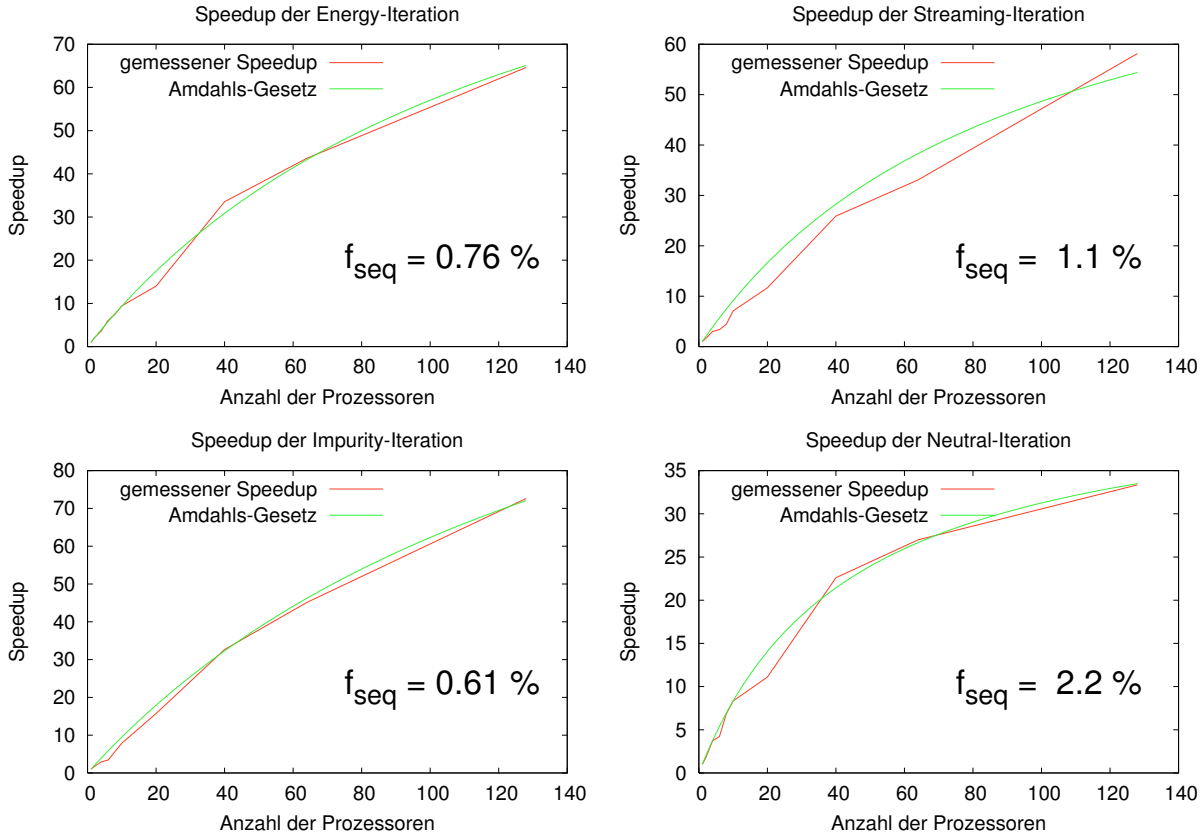


Abbildung A.1: Geschwindigkeitsgewinn (Speedup) der Parallelisierung in Abhängigkeit von der Prozessorzahl für die unterschiedlichen Iterationen des EMC3-EIRENE-Codes bei fester Problemgröße (Monte-Carlo-Teilchenzahl).

10 bis 100 mal mehr Monte-Carlo-Teilchen verwendet, was die in Abbildung A.1 angegebenen sequentiellen Anteile bei einer Skalierung der Problemgröße um den entsprechenden Faktor annähernd linear reduziert. Das heißt, daß wir mit dem sequentiellen Anteil in den Promille- bzw. Subpromillebereich kommen, was einer sehr guten Parallelisierung entspricht.

In Abbildung A.2 ist noch die Effizienz der Parallelisierung dargestellt. Zusätzlich wurde auch noch die Effizienz für eine 10 mal höhere (realistische) Monte-Carlo-Teilchenzahl dargestellt. Man kann erkennen, daß für eine realistische Problemgröße bei einer typischen Prozessorzahl von 16 bis 64 Prozessoren eine sehr gute Effizienz (nahe 1 = ideal) vorliegt. Diese hervorragende Parallelisierung liegt in der Natur des Monte-Carlo-Algorithmus, da jeder Prozessor ohne Kommunikation seinen Teil der Monte-Carlo-Teilchen bearbeiten kann, und der sequentielle Anteil f_{seq} sich nahezu nur aus der Kommunikation am Ende einer Iteration sowie der Initialisierung des Codes zusammensetzt.

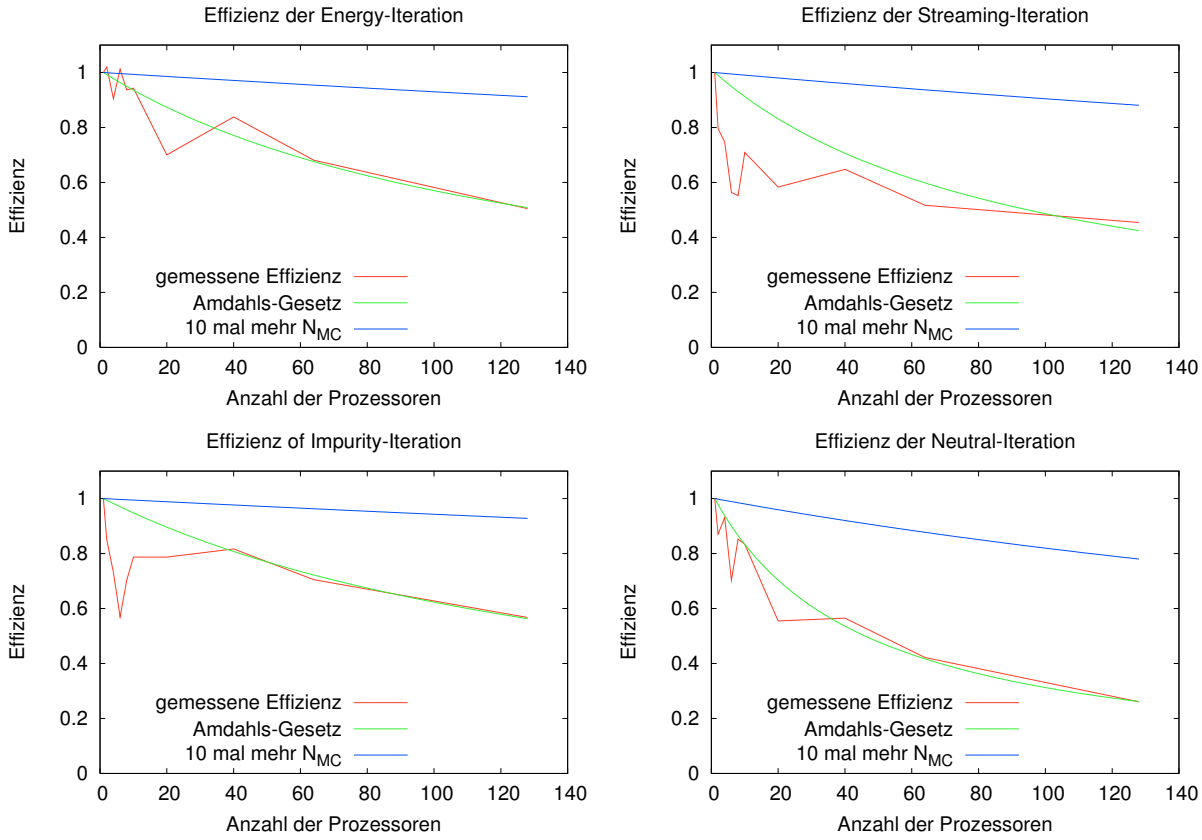


Abbildung A.2: Effizienz der Parallelisierung in Abhängigkeit von der Prozessorzahl für die unterschiedlichen Iterationen des EMC3-EIRENE-Codes bei fester Problemgröße (Monte-Carlo-Teilchenzahl). In Blau ist noch die theoretische Effizienz für eine realistische Problemgröße (10 mal mehr Monte-Carlo-Teilchen) dargestellt.

Anhang B

Eindimensionales Abschälschichtmodell mit Impulsquelle

Wir betrachten ein vereinfachtes eindimensionales isothermes Abschälschichtmodell (simple SOL) der Länge $2L$ mit T =konst. und der Ionenschallgeschwindigkeit $c_s = \sqrt{2k_BT/m}$ für die parallele Feldrichtung $x_\parallel$. Durch Addition der zeitunabhängigen Impulsbilanzen der Elektronen und Ionen und Vernachlässigung der Viskosität und Reibung erhalten wir die vereinfachten Modellgleichungen für die Teilchen- und Impulsbilanz

$$\frac{\partial}{\partial x_\parallel}\left(n(x_\parallel)v(x_\parallel)\right) \;=\; S_p \tag{B.1}$$

$$\frac{\partial}{\partial x_\parallel}\left(mn(x_\parallel)v(x_\parallel)^2 \;+\; 2n(x_\parallel)k_BT\right) \;=\; S_m(x_\parallel). \tag{B.2}$$

Dabei sind $S_p(x_\parallel)$ eine Teilchenquelle und $S_m(x_\parallel)$ eine Impulsquelle. Die Randbedingungen für das Modell sind

$$n(L) \;=\; n(-L) \;=\; n_L \tag{B.3}$$

und

$$v(L) \;=\; c_s \qquad v(-L) \;=\; -\,c_s. \tag{B.4}$$

Für die folgenden Betrachtungen soll die Teilchenquelle als konstant betrachtet werden ($S_p =$ konstant). Durch Integration von Gleichung (B.1) über die gesamte Länge von $-L$ bis L erhält man die konstante Quellstärke S_p in Abhängigkeit von der Randbedingung n_L.

$$\int_{-L}^{L}\frac{\partial}{\partial x_\parallel}\left(n(x_\parallel)v(x_\parallel)\right)dx_\parallel \;=\; \int_{-L}^{L} S_p dx_\parallel \tag{B.5}$$

$$\Longrightarrow \quad 2n_Lc_s \;=\; 2S_pL \quad\Longrightarrow\quad S_p \;=\; \frac{n_Lc_s}{L} \tag{B.6}$$

Einen Ausdruck für die Dichte $n(x_\parallel)$ erhält man, wenn man die Teilchenbilanz (B.1) von $-L$ bis $x_\parallel$ integriert

$$\int_{-L}^{x_\parallel}\frac{\partial}{\partial x'_\parallel}\left(n(x'_\parallel)v(x'_\parallel)\right)dx'_\parallel \;=\; \int_{-L}^{x_\parallel} S_p dx'_\parallel \tag{B.7}$$

$$\Longrightarrow \quad n(x_\parallel)v(x_\parallel) \;+\; n_Lc_s \;=\; S_px_\parallel \;+\; S_pL, \tag{B.8}$$

und zusammen mit (B.6)

$$n(x_\parallel) \;=\; n_L c_s \frac{x_\parallel}{L} \frac{1}{v(x_\parallel)}. \tag{B.9}$$

Durch Integration der Impulsbilanz (B.2) und Einsetzen von Gleichung (B.9) erhalten wir eine quadratische Gleichung für die parallele Geschwindigkeit $v(x_\parallel)$.

$$\int_{-L}^{x_\parallel} \frac{\partial}{\partial x'_\parallel} \left(n(x'_\parallel) v(x'_\parallel)^2 \;+\; 2n(x'_\parallel) c_s \right) dx'_\parallel \;=\; \int_{-L}^{x_\parallel} \frac{S_m(x'_\parallel)}{m} dx'_\parallel \tag{B.10}$$

$$\Longrightarrow \quad v(x_\parallel)^2 \;-\; \left(\int_{-L}^{x_\parallel} \frac{S_m(x'_\parallel)}{m} dx'_\parallel \;+\; 2n_L c_s^2 \right) \frac{L}{n_L c_s x_\parallel} v(x_\parallel) \;=\; -\, c_s^2 \tag{B.11}$$

Dies kann nach $v(x_\parallel)$ aufgelöst werden. Unter der Annahme, daß $v(x_\parallel)$ am Staupunkt nicht divergiert, kann auch die richtige der beiden Lösungen der Quadratischen Gleichung (B.11) ausgewählt werden. Definiert man für eine einfachere Schreibweise noch

$$\mathcal{S}_{S_m}(x_\parallel) \;:=\; \int_{-L}^{x_\parallel} \frac{S_m(x'_\parallel)}{m} dx'_\parallel, \tag{B.12}$$

so lässt sich die Lösung von (B.11) für die normalisierte Geschwindigkeit $M(x_\parallel) := v(x_\parallel)/c_s$ (Machzahl) mit

$$\begin{aligned} M(x_\parallel) \;&:=\; \frac{v(x_\parallel)}{c_s} \\ &=\; \frac{L}{x_\parallel} \left(\frac{\mathcal{S}_{S_m}(x_\parallel) + 2n_L c_s^2}{2n_L c_s^2} \;-\; \sqrt{\left(\frac{\mathcal{S}_{S_m}(x_\parallel) + 2n_L c_s^2}{2n_L c_s^2} \right)^2 - \frac{x_\parallel^2}{L^2}} \right) \end{aligned} \tag{B.13}$$

angeben.

Für die folgenden Betrachtungen nehmen wir eine antisymmetrische Impulsquelle $S_m(x_\parallel)$ an. Das heißt, daß sie bei $x_\parallel = 0$ ihr Vorzeichen umkehrt. Außerdem muss für die Impulsquelle noch

$$\left(\frac{\mathcal{S}_{S_m}(x_\parallel) + 2n_L c_s^2}{2n_L c_s^2} \right)^2 \;>\; \frac{x_\parallel^2}{L^2} \tag{B.14}$$

gelten, damit wir keinen imaginären Anteil in der Lösung von (B.13) bekommen.

In Abbildung B.1 ist der Einfluss einer Impulsquelle und einer Impulssenke auf das Profil der parallelen Strömungsgeschwindigkeit (Machzahl) sowie der Verlauf der Quellterme dargestellt. Als Impulsquelle wird dabei eine Quelle bezeichnet, die bei positiver paralleler Strömungsgeschwindigkeit positiv und bei negativer paralleler Strömungsgeschwindigkeit negativ ist. Dementsprechend spricht man von einer Impulssenke, wenn der Quellterm bei positiver paralleler Strömungsgeschwindigkeit negativ und bei negativer paralleler Strömungsgeschwindigkeit positiv ist. Man erkennt deutlich, daß eine Impulsquelle (blaue Profile) zu einer Abflachung, und eine Impulssenke zu einer Aufsteilung des Profils der parallelen Geschwindigkeit führt. Dies entspricht auch dem Verhalten, die die parallele Viskosität hervorrufen würde, wenn sie als Quellterm behandelt würde. Die parallele viskose Spannung als Quellterm $S_m(x) = \eta_\parallel \frac{\partial^2}{\partial x_\parallel^2} v_\parallel$, mit vereinfacht angenommener konstanter paralleler Viskosität $\eta_\parallel$, entspricht nämlich genau einer Impulsquelle, da das parallele Strömungsprofil im Bereich der positiven Stömungsgeschwindigkeit eine positive Krümmung und im Bereich der negativen Strömungsgeschwindigkeit eine negative Krümmung aufweist.

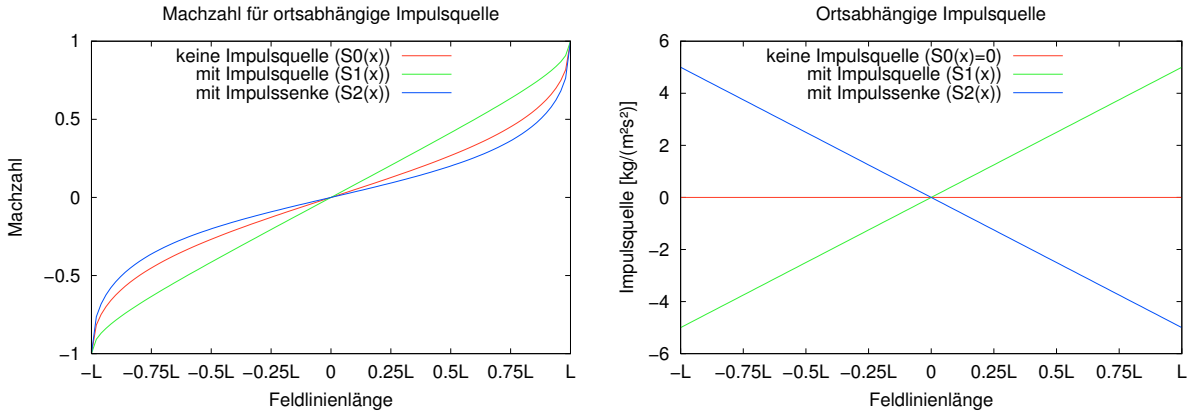


Abbildung B.1: Einfluss einer Impulsquelle auf die parallele Strömungsgeschwindigkeit (Machzahl, linke Abbildung) sowie der Verlauf der Impulsquelle bzw. Impulssenke (rechte Abbildung).

B.1 Eindimensionales Abschälschichtmodell mit ortsabhängiger Temperatur

Die Betrachtungen aus dem vorherigen Abschnitt können auch auf den Fall mit ortsabhängiger Temperatur $T(x_\parallel)$ erweitert werden. Die Vorgehensweise ist dabei analog und führt zu

$$\begin{aligned} M(x_\parallel) &:= \frac{v(x_\parallel)}{c_s(x_\parallel)} \\ &= \frac{L}{x_\parallel}\left(\frac{\mathcal{S}_{S_m}(x_\parallel)+2n_L c_s(-L)^2}{2n_L c_s(-L)c_s(x_\parallel)} - \sqrt{\left(\frac{\mathcal{S}_{S_m}(x_\parallel)+2n_L c_s(-L)^2}{2n_L c_s(-L)c_s(x_\parallel)}\right)^2 - \frac{x_\parallel^2}{L^2}}\right). \end{aligned} \tag{B.15}$$

Dabei ist die Schallgeschwindigkeit $c_s(x_\parallel) = \sqrt{\frac{2T(x\parallel)}{m}}$ auch ortsabhängig und für die folgenden Betrachtungen wird der Einfluss der Impulsquelle nicht betrachtet ($S_m(x_\parallel) = 0$).

In Abbildung B.2 ist das Profil der Machzahl (links) und der parallelen Strömungsgeschwindigkeit (Mitte unten) für unterschiedliche Temperaturverläufe sowie die verschiedenen Temperaturverteilungen (rechts) dargestellt. Die unterschiedlich großen Temperaturen am Staupunkt ($x_\parallel = 0$) haben dabei nahezu keinen Einfluss auf die Profile der Machzahl, nur der unterschiedliche Abfall der Temperatur zur Wand hin. Der Verlauf der verschiedenen Temperaturprofile wurde dabei an die parallelen Temperaturprofile aus Kapitel 7.2.2 angepasst. Man kann in den Profilen der Machzahl in Abbildung B.2 deutlich erkennen, daß ein stärkerer Abfall der Temperatur zur Wand hin zu einer Abflachung der Machzahlprofile führt. Etwas deutlicher ist dieser Effekt noch, wenn man die Profile der parallelen Strömungsgeschwindigkeit (Mitte unten) betrachtet. Jedoch hat hier die unterschiedliche Höhe der Temperatur der verschiedenen Temperaturverteilungen ($T1(x_\parallel)$–$T3(x_\parallel)$) auch einen Einfluss auf die Geschwindigkeit (vor allem an den Wänden bei $x_\parallel = L, -L$). Es lässt sich jedoch festhalten, daß ein zu den Wänden abfallendes, paralleles Temperaturprofil eine Abflachung der Profile der parallelen Strömungsgeschwindigkeit verursachen kann.

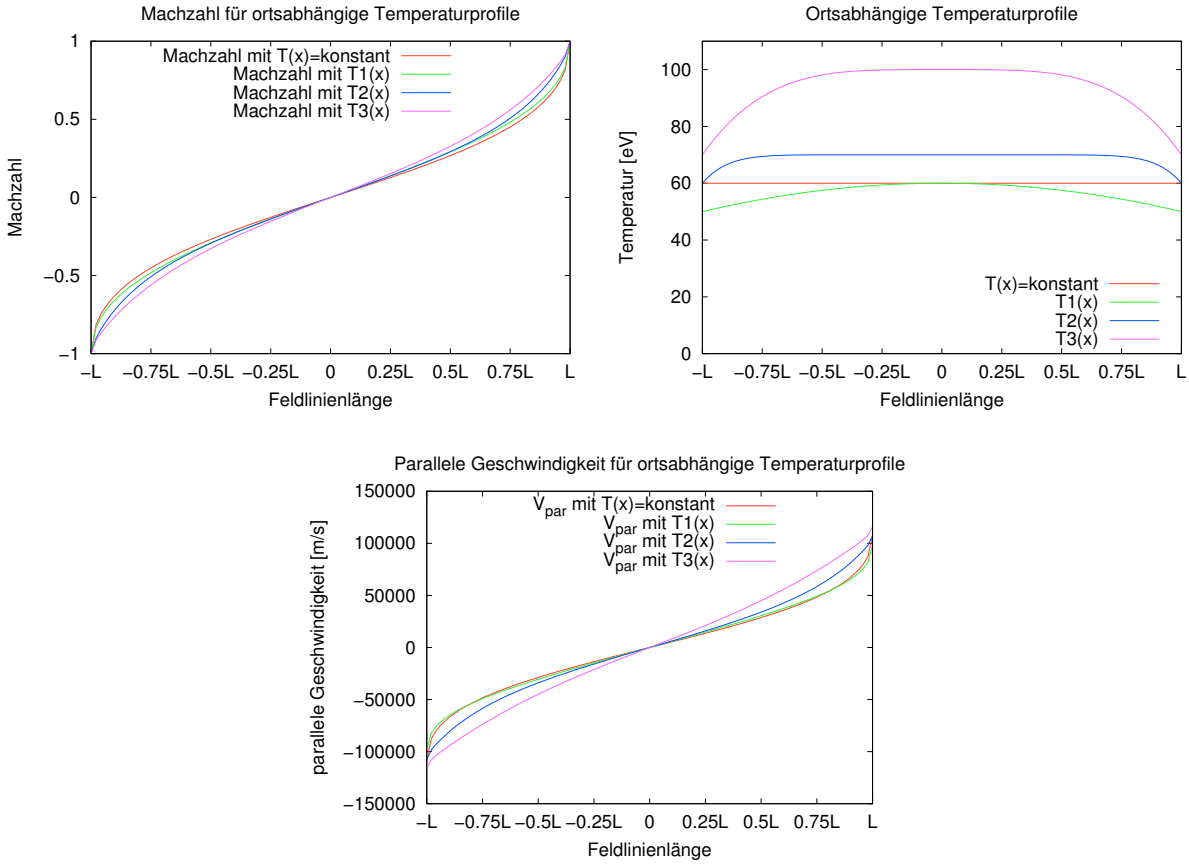


Abbildung B.2: Einfluss einer ortsabhängigen Ionenschallgeschwindigkeit auf die Profile der Machzahl (linke Abbildung) sowie der Verlauf der ortsabhängigen Temperatur (rechte Abbildung). In der unteren Reihe sind noch die resultierenden Profile der parallelen Geschwindigkeit dargestellt.

B.2 Eindimensionales Abschälschichtmodell mit Ionisationsquelle

In diesem Abschnitt soll das einfache Abschälschichtmodell für den Fall von zusätzlich an den Wänden lokalisierten Ionisationsquellen untersucht werden. Dabei werden jetzt keine Impulsquellen betrachtet. Die Modellgleichungen für die eindimensionale Teilchen- und Impulsbilanz lauten dann

$$\frac{\partial}{\partial x_\parallel}\left(n(x_\parallel)v(x_\parallel)\right) \;=\; S_p(x_\parallel) \tag{B.16}$$

$$\frac{\partial}{\partial x_\parallel}\left(mn(x_\parallel)v(x_\parallel)^2 \;+\; 2n(x_\parallel)k_BT\right) \;=\; 0. \tag{B.17}$$

Die ortsabhängige Teilchenquelle $S_p(x_\parallel)$ wird dabei im Folgenden durch einen konstanten und einen variablen Anteil beschrieben:

$$S_p(x_\parallel) \;=\; \alpha\frac{n_Lc_s(2\beta+1)}{L^{2\beta+1}}x_\parallel^{2\beta} \;+\; (1-\alpha)\frac{n_Lc_s}{L}. \tag{B.18}$$

Dabei gibt $\alpha \in [0,1]$ den relativen Anteil von konstanter und variabler Teilchenquelle an. Der ortsabhängige variable Anteil kann über den Exponenten β stärker an den Wänden lokalisiert

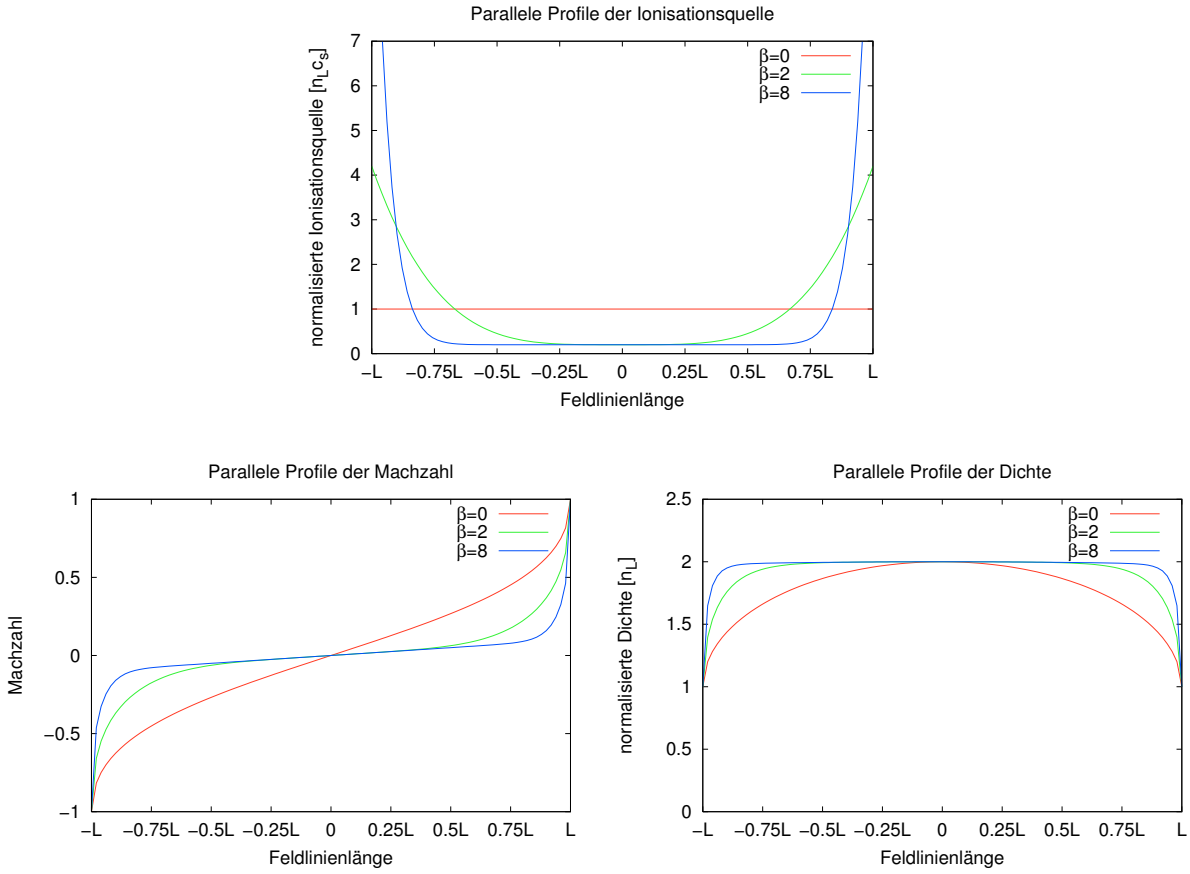


Abbildung B.3: Einfluss einer ortsabhängigen Ionisationsquelle (obere Abbildung) auf die parallelen Profile der Machzahl (links unten) und der Dichte (rechts unten).

werden, und die Normierungsfaktoren $n_L c_s(2\beta+1)/L^{2\beta+1}$ und $n_L c_S/L$ dienen dazu, die Randbedingungen $n(L) = n(-L) = n_L$ und $v(L) = -v(-L) = c_s$ zu erfüllen. Für eine einfachere Schreibweise definieren wir noch das Integral über die Teilchenquelle mit

$$\mathcal{S}_{S_p}(x_\parallel) \;=\; \int_{-L}^{x_\parallel} S_p(x'_\parallel)dx'_\parallel. \tag{B.19}$$

Analog zu den Ausführungen aus Abschnitt B lassen sich aus den Gleichungen (B.16) und (B.17) die Dichte und Geschwindigkeitsprofile bestimmen.

$$n(x_\parallel) \;=\; \frac{\mathcal{S}_{S_p} \;-\; n_L c_s}{v(x_\parallel)} \tag{B.20}$$

$$M(x_\parallel) \;=\; \frac{v(x_\parallel)}{c_s} \;=\; \frac{n_L c_s - \sqrt{2n_L c_s \mathcal{S}_{S_p}(x_\parallel) \;-\; \mathcal{S}_{S_p}(x_\parallel)^2}}{\mathcal{S}_{S_p}(x_\parallel) \;-\; n_L c_s} \tag{B.21}$$

In Abbildung B.3 sind die Ionisationsquelle, die Machzahl und die Dichte für unterschiedliche Exponenten β dargestellt. Das Verhältnis zwischen konstantem und variablen Anteil in der Ionisationsquelle wurde mit $\alpha = 0.8$ zu 80% auf den variablen Anteil verlagert, um den Effekt zu verdeutlichen. Kleinere Verhältnisse (z.B. $\alpha = 0.5$) würden sich weitestgehend in einem etwas steilen Machzahlprofil bei $x_\parallel = 0$ widerspiegeln. In den Profilen der Machzahl kann man deutlich erkennen, daß eine Ionisationsquelle vor der Wand zu einer Aufsteilung der parallelen Machzahlprofile führt. In den Dichteprofilen lässt sich ebenfalls mit einer Ionisationsquelle vor

der Wand eine Aufsteilung der Profile beobachten. Zusätzlich erkennt man aber noch, daß die Dichte weiterhin vom Staupunkt ($x_{\parallel} = 0$) zur Wand um den Faktor 0.5 abfällt. Diese grundlegende Eigenschaft des einfachen Abschälschichtmodells bleibt also erhlalten.

Anhang C

Krummlinige Koordinaten

Im Folgenden werden die krummlinigen Koordinaten u^1, u^2, u^3, und die kartesischen Abbildungen $x(u^1, u^2, u^3)$, $y(u^1, u^2, u^3)$ und $z(u^1, u^2, u^3)$ verwendet. Damit lassen sich folgende Eigenschaften unter Verwendung der Einstein'schen Summenkonvention in krummlinigen Koordinaten definieren [83]:

Ortsvektor:

$$\vec{R} = \big(x(u^1, u^2, u^3), y(u^1, u^2, u^3), z(u^1, u^2, u^3)\big) \tag{C.1}$$

Jacobideterminante:

$$J = \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial u^1} & \frac{\partial x}{\partial u^2} & \frac{\partial x}{\partial u^3} \\ \frac{\partial y}{\partial u^1} & \frac{\partial y}{\partial u^2} & \frac{\partial y}{\partial u^3} \\ \frac{\partial z}{\partial u^1} & \frac{\partial z}{\partial u^2} & \frac{\partial z}{\partial u^3} \end{vmatrix} = \frac{\partial \vec{R}}{\partial u^1} \cdot \frac{\partial \vec{R}}{\partial u^2} \times \frac{\partial \vec{R}}{\partial u^3} \tag{C.2}$$

kovariante Basisvektoren:

$$\vec{e}_i = \frac{\partial \vec{R}}{\partial u^i} \tag{C.3}$$

kontravariante Basisvektoren:

$$\vec{e}^{\,i} = \vec{\nabla} u^i \tag{C.4}$$

Zusammenhang kovariante $\leftrightarrow$ kontravariante Basisvektoren

$$\vec{e}_i = \frac{\vec{e}^{\,j} \times \vec{e}^{\,k}}{\vec{e}^{\,i} \cdot \vec{e}^{\,j} \times \vec{e}^{\,k}} = J(\vec{e}^{\,j} \times \vec{e}^{\,k}) \tag{C.5}$$

$$\vec{e}^{\,i} = \frac{\vec{e}_j \times \vec{e}_k}{\vec{e}_i \cdot \vec{e}_j \times \vec{e}_k} = \frac{\vec{e}_j \times \vec{e}_k}{J} \tag{C.6}$$

$$\vec{e}^{\,i} \cdot \vec{e}_j = \delta^i_j \tag{C.7}$$

Metrische Koeffizienten:

$$g^{ij} = \vec{e}^{\,i} \cdot \vec{e}^{\,j} \tag{C.8}$$

$$g_{ij} = \vec{e}_i \cdot \vec{e}_j \tag{C.9}$$

$$\vec{e}^{\,i} = g^{ij} \vec{e}_j \tag{C.10}$$

$$\vec{e}_i = g_{ij} \vec{e}^{\,j} \tag{C.11}$$

$$\begin{aligned}
\delta_i^k &= \vec{e}_i \cdot \vec{e}^k = g_{ij}\vec{e}^j \cdot \vec{e}^k \\
&= \left(g_{i1}\vec{e}^1 + g_{i2}\vec{e}^2 + g_{i3}\vec{e}^3\right) \cdot \vec{e}^k \\
&= g_{i1}g^{1k} + g_{i2}g^{2k} + g_{i3}g^{3k} \\
&= g_{ij}g^{jk} \qquad \text{(C.12)} \\
&= g^{kj}g_{ji} \qquad \text{(C.13)}
\end{aligned}$$

Identität:

$$\begin{aligned}
\bar{\bar{\mathrm{I}}} &= \vec{e}_1\vec{e}^1 + \vec{e}_2\vec{e}^2 + \vec{e}_3\vec{e}^3 \qquad \text{(C.14)} \\
&= \vec{e}^1\vec{e}_1 + \vec{e}^2\vec{e}_2 + \vec{e}^3\vec{e}_3 \qquad \text{(C.15)}
\end{aligned}$$

Gradient:

$$\vec{\nabla}\Phi = \frac{\partial\Phi}{\partial u^i}\vec{e}^i \qquad \text{(C.16)}$$

Divergenz:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{A} = \frac{\vec{e}_j}{J} \cdot \vec{\nabla}(JA^j) = \frac{\vec{e}_j}{J} \cdot \vec{e}^i \frac{\partial}{\partial u^i}(JA^j) = \frac{1}{J}\frac{\partial}{\partial u^i}(JA^i) \qquad \text{(C.17)}$$

Vektor:

$$\vec{a} = a^i\vec{e}_i = a_i\vec{e}^i \qquad \text{(C.18)}$$

Matrix:

$$\bar{\bar{\mathrm{A}}} = A^{ij}\vec{e}_i\vec{e}_j = A_{ij}\vec{e}^i\vec{e}^j = A_i^j\vec{e}_j\vec{e}^i = A_j^i\vec{e}^j\vec{e}_i \qquad \text{(C.19)}$$

Kovariante Komponenten eines Vektors:

$$a_i = \vec{a} \cdot \vec{e}_i \qquad \text{(C.20)}$$

Kontravariante Komponenten eines Vektors:

$$a^i = \vec{a} \cdot \vec{e}^i \qquad \text{(C.21)}$$

Eigenschaft des dyadischen Produktes:

$$(\vec{b} \cdot \vec{a})\vec{c} = \vec{b} \cdot \vec{a}\vec{c} \neq \vec{a}\vec{c} \cdot \vec{b} = \vec{a}(\vec{c} \cdot \vec{b}) \qquad \text{(C.22)}$$

Anhang D

Verwendete Symbole

Mathematische Symbole

$\vec{a}$:	Vektor (Tensor 1.Stufe)	156
$\overrightarrow{ac}$:	Vektor von Punkt $\vec{a}$ zu Punkt $\vec{c}$; $\overrightarrow{ac} := \vec{c} - \vec{a}$	50
$\overline{\overline{\mathrm{A}}}$:	Matrix (Tensor 2. Stufe)	156
$\overline{\overline{\mathrm{I}}}$:	Identität	30
$\vec{a}\vec{c}$:	Dyadisches Produkt der Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{c}$ (Tensor 2. Stufe)	156
$\vec{e}_i$:	Kovarianter Basisvektor	155
$\vec{e}^i$:	Kontravarianter Basisvektor	155
a_i :	Kovariante Komponenten des Vektors $\vec{a}$	156
a^i :	Kontravariante Komponenten des Vektors $\vec{a}$	156
$\delta_i^j,\ \delta_{ij}$:	Kronecker delta	155

Physikalische Symbole

$\vec{B}$:	Magnetfeld	30
$\vec{b}$:	Einheitsvektor entlang des Magnetfeldes	30
$\vec{E}$:	Elektrisches Feld	31
n :	Elektronen- und Ionendichte da $n = n_e = n_i$	31
n_e :	Elektronendichte	31
n_i :	Ionendichte	31
n_α :	Verunreinigungsdichte des Ladungszustands α	32
$\vec{V}$:	Mittlere Strömungsgeschwindigkeit des Plasmas	113
$\vec{V}_\parallel$:	Mittlere Strömungsgeschwindigkeit parallel zu $\vec{B}$	30
$\vec{V}_\perp$:	Mittlere Strömungsgeschwindigkeit senkrecht zu $\vec{B}$	31
T_e, T_i :	Elektronen- bzw. Ionentemperatur	30
$\vec{q}$:	Konduktive Wärmeflussdichte	31
v_{th} :	Thermische Geschwindigkeit der Elektronen	110
λ_e :	Mittlere freie Weglänge der Elektronen	110
L_{grad} :	Typische Gradientenlänge	110
L_{wall} :	Distanz entlang des Feldes zur nächsten Wand	110
L_C :	Verbindungslänge	16
$\kappa_\parallel$:	Klassische Wärmeleitfähigkeit parallel zu $\vec{B}$	110
$\kappa_\perp$:	Anomale Wärmeleitfähigkeit senkrecht zu $\vec{B}$	31
$\beta_{\kappa_{limit}}$:	Limitierender Faktor der klassischen parallelen Wärmeleitfähigkeit der Elektronen.	110

$\chi_\perp$: Anomaler senkrechter Diffusionskoeffizent der Energie $\kappa_\perp = n\chi_\perp$ 31
D : Anomaler senkrechter Diffusionskoeffizient der Ionen 31
$D_{\alpha\perp}$: Anomaler senkrechter Diffusionskoeffizient der Verunreinigungsionen 33
I_{DED} : Amplitude des Störfeldstroms in den DED-Spulen 52
r_{DED}: Radius der DED-Oberfläche (47.7 cm) bezogen auf $R = 175$ cm. 37
r_{ALT}: Radius des innersten Punktes der ALT-II Oberfläche bezogen auf $R = 175$ cm. 58
μ_0 : Magnetische Feldkonstante (Permeabilität des Vakuums) 49
R, Z, φ : Toroidales Koordinatensystem 39
r, θ, φ : Polar toroidales Koordinatensystem 42
Γ : Plasmateilchenfluss auf die Wand 56
Γ_{rec} : Recyclingfluss der Neutralteilchen von der Wand 56
n_0: Dichte auf der inneren Begrenzung (zum Kernplasma) der Simulationsdomäne 96
λ_n : Exponentielle Abfalllänge der Dichte in der Randschicht 96
λ_M : Exponentielle Abfalllänge des Impulses in der Randschicht 96
λ_T : Exponentielle Abfalllänge der Temperatur in der Randschicht 96
λ_C : Coulomb-Logarithmus 158
I_p : Totaler Plasmastrom 40
Q_{core}: Wärme, die aus dem Kernplasma in die Simulationsdomäne der Randschicht strömt 96
LCFS: Letzte geschlossene magnetische Flussfläche (Last Closed magnetic Flux Surface) 12
HFS : Hochfeldseite (engl. **h**igh **f**ield **s**ide) 42
LFS : Niederfeldseite (engl. **l**ow **f**ield **s**ide) 42
$\pi_{\parallel i,class}$: Parallele klassische viskose Spannung der Ionen 111
$\eta_{\parallel i,class}$: Parallele klassische Viskosität der Ionen 111
$\beta_{\eta_{limit}}$: Limitierender Faktor der klassischen parallelen Viskosität der Ionen. 111
Q_{ei}, Q_{ie}: Wärme, die durch Stöße von den Ionen auf die Elektronen, bzw. umgekehrt übertragen wird. $Q_{ei} = -Q_{ie} = \frac{3m_e n_e}{m_i \tau_e}(T_i - T_e)$ 31
τ_e : Stoßzeit der Elektronen $\tau_e = \frac{3\sqrt{m_e}(k_B T_e)^{3/2}}{4\sqrt{2\pi} n \lambda_C e^4}$ 31
τ_i : Stoßzeit der Ionen $\tau_i = \frac{3\sqrt{m_i}(k_B T_i)^{3/2}}{4\sqrt{\pi} n \lambda_C e^4}$ 31
S_{ion}: Volumenteilchenquelle des Plasmas aufgrund von Stößen mit Neutralteilchen (berechnet durch EIRENE) 30
S_M: Volumenimpulsquelle der Plasmateilchen aufgrund von Stößen mit Neutralteilchen (berechnet von EIRENE). 30
S_{Ee}, S_{Ei}: Volumenenergiequelle der Elektronen und Ionen aufgrund von Stößen mit Neutralteilchen (berechnet von EIRENE). 30
$S_{imp,cool}$: Volumenenergiesenke der Elektronen, die die Rückwirkung der Verunreinigungen auf das Hauptplasma beschreibt. 33
c_s : Ionenschallgeschwindigkeit im Plasma $c_s = \sqrt{\frac{k_B(T_e+T_i)}{m_i}}$ 117
M: Machzahl der parallelen Geschwindigkeit, so daß $V_\parallel = M c_s$ ist. 117
σ_{Chir} : Chirikov-Parameter 16

L_K : Kolmogorov-Länge 16

Anhang E

Verwendete Programme

- **EMC3-EIRENE** — Code Packet zur Lösung der Flüssigkeitsgleichungen. Lauffähig unter LINUX-Systemen und IBM REGATTA p690.
- **DIVA** — Zweidimensionaler MHD-Gleichgewichtscode. Lauffähig unter LINUX-Systemen.
- **gourdon_poincare** — GOURDON-Code für die Berechnung der Poincaré-Plots. Lauffähig unter LINUX-Systemen.
- **gourdon_der** — Version des GOURDON-Codes für die Berechnung des 3D-Magnetfeldgitters aus den 2D-Basisgittern.
- **gourdon_B** — Version des GOURDON-Codes für die Berechnung der Stärke des Magnetfeldes auf den Gitterpunkten des Magnetfeldgitters.
- **gourdon_ang** — Version des GOURDON-Code für die Berechnung des Einfallwinkels der B-Feldlinien auf der DED-Oberfläche.
- **gourdon_Lc_der** — Version des GOURDON-Code für Berechnung der Verbindungslänge einer Feldlinie.
- **gourdon_Lc_der_TORSYM** — Version des GOURDON-Code für Berechnung der Verbindungslänge einer Feldlinie mit verbesserter Schnittpunktberechnung der Feldlinie mit einer toroidal symmetrischen Wand.
- **gourdon_sample_BLine** — Version des GOURDON-Codes, um eine einzelne Feldlinie zu sampeln.
- **grid-LCFS11** — Programm zur Generation des 2D-Basisgitters für den EMC3-Code. Lauffähig unter LINUX-Systemen.
- **grid-sort** — Programm zur Generation des 3D-Magnetfeldgitters aus der Ausgabe der GOURDON-Version gourdon_der. Lauffähig unter LINUX-Systemen.
- **grid-lim_altII** — Programm zur Berechnung der Limiterdefinitionsdatei, die den DED und den ALT-II Limiter für den EMC3-Code in dem 3D-Magnetfeldgitter beschreibt. Lauffähig unter LINUX-Systemen.
- **grid-plot** — Programm, um einen 2D Schnitt des 3D-Magnetfeldgitters zu generieren und für gnuplot vorzubereiten. Lauffähig unter LINUX-Systemen.

- **display_V2.pro** — IDL-Programm zur interaktiven Darstellung der Simulationsergebnisse mit der EMC3-EIRENE-Code Package.
- **BpolPlot.pro** — IDL-Programm zur Darstellung des poloidalen Magnetfeldes des zweidimensionalen DIVA Gleichgewichtes.
- **angle.pro** — IDL-Programm zur Darstellung des Einfallwinkels der Magnetfeldlinien auf der DED-Oberfläche
- **foot.pro** — IDL-Programm zur Darstellung der Verbindungslänge auf der DED-Oberfläche in Metern oder poloidalen Umläufen.
- **lamPlot.pro** — IDL-Programm zur Darstellung der Verbindungslänge in einem poloidalen Schnitt (in Metern oder polidalen Umläufen).
- **lamPlotDirection.pro** — IDL-Programm zur Darstellung der kürzesten Verbindungslänge in einem poloidalen Schnitt (in Metern oder poloidalen Umläufen).

Literaturverzeichnis

[1] Liang, Y. ; Koslowski, H.R. ; Thomas, P.R. ; et al.: Active control of type-I edge localized modes on JET. In: *Plasma Phys. Control. Fusion* 49 (2007), S. B581–B589

[2] Evans, T.E. ; Moyer, R.A. ; Burrell, K.H. ; et al.: Edge stability and transport control with resonant magnetic perturbations in collisionless tokamak plasmas. In: *Nature Physics* 2 (2006), Jun, S. 419–423

[3] Finken, K.H. ; Unterberg, B. ; Xu, Y. ; Abdullaev, S.S. ; Jakubowski, M. ; Lehnen, M. ; de Bock, M.F.M. ; Bozhenkov, S. ; Brezinsek, S. ; Busch, C. ; Classen, I.G.J. ; Coenen, J.W. ; Harting, D. ; von Hellermann, M. ; Jachmich, S. ; Jaspers, R.J.E. ; Y.Kikuchi ; Krämer-Flecken, A. ; Liang, Y. ; Mitri, M. ; Peleman, P. ; Pospieszczyk, A. ; Reiser, D. ; Reiter, D. ; Samm, U. ; Schega, D. ; Schmitz, O. ; Soldatov, S. ; Van Schoor, M. ; Vergote, M. ; Weynants, R.R. ; Wolf, R. ; Zimmermann, O. ; the TEXTOR team: Influence of the dynamic ergodic divertor on transport properties in TEXTOR. In: *Nuclear Fusion* 47 (2007), S. 522–534

[4] Kap. 4.4.2 In: Schumacher, Uwe: *Fusionsforschung - Eine Einführung.* Wissenschaftliche Buchgesellschaft, Darmstadt, 1993, S. 120

[5] Finken, K.H. ; Wolf, G.H.: Background, motivation, concept and scientific aims for building a dynamic ergodic divertor. In: *Fusion Engineering and Design* 37 (1997), S. 337–340

[6] Finken, K.H. ; Fuchs, G. ; Giesen, B. ; Hassler, M. ; Koch, R. ; Mank, G. ; Nicolai, A. ; Rogister, A. ; Tokar, M.Z. ; Van Nieuwnhove, R. ; Van Oost, G. ; Wolf, G.H.: A scheme for a dynamic ergodic divertor in TEXTOR. In: *Journal of Nuclear Materials* 220-222 (1995), S. 448–451

[7] Neubauer, O. ; Czymek, G. ; Finken, K.H. ; Giesen, B. ; Hüttemann, P.W. ; Lambertz, H.T. ; Schruff, J.: The dynamic ergodic divertor in TEXTOR - A novel tool for studying megnetic perturbation field effects. In: *Fusion Engeneering and Design* 75-79 (2005), S. 495–498

[8] Finken, K.H. ; Abdullaev, S.S. ; Kaleck, A. ; Wolf, G.H.: Operation space of the Dynamic Ergodic Divertor for TEXTOR-94. In: *Nuclear Fusion* 39 (1999), Nr. 5, S. 637–662

[9] Abdullaev, S.S. ; Finken, K.H. ; Jakubowski, M.W. ; Kasilov, S.V. ; Kobayashi, M. ; Reiser, D. ; Runov, A.M. ; Wolf, R.: Overview of magnetic structure induced by the TEXTOR-DED and the related transport. In: *Nuclear Fusion* 43 (2003), S. 299–313

[10] Finken, K.H. ; Abdullaev, S.S. ; Jakubowski, M. ; et al.: The structure of magnetic field in the TEXTOR-DED. In: *Schriften des Forschungszentrums Jülich* 45 (2005). – ISSN 1433-5522, ISBN 3-89336-418-8

[11] Neubauer, O. ; S.Nowak: The power supply system of the Dynamic Ergodic Divertor at TEXTOR-94. In: *Fusion Engineering and Design* 58-59 (2001), S. 53–56

[12] Kap. 5 In: Goldston, R.J. ; Rutherford, P.H.: *Plasmaphysik - Eine Einführung*. Vieweg & Sohn Verlagsgesellschaft mbH, Braunschweig/Wiesbaden, 1998

[13] Rechester, A.B. ; Rosenbluth, M.N.: Electron Heat Transport in a Tokamak with Destroyed Magnetic Surfaces. In: *Physical Review Letters* 40 (1978), Nr. 1, S. 38–41

[14] Ghendri, P. ; Grosman, A. ; Kaleck, A.: In: *Controlled Fusion and Plasma Physics (Proc. 24th Eur. Conf. Berchdesgaden, 1997)* 21A (1997), Nr. IV, S. 1685. – European Physical Society, Geneva

[15] Kaleck, A. ; et al.: In: *Controlled Fusion and Plasma Physics (Proc. 24th Eur. Conf. Berchdesgaden, 1997)* 21A (1997), Nr. IV, S. 1689. – European Physical Society, Geneva

[16] Nguyen, F. ; Ghendrih, Ph. ; Samain, A.: Connexion topology and SOL physics induced by the ergodic divertor in Tore Supra. In: *Journal of Nuclear Materials* 176-177 (1990), S. 499–503

[17] Schmitz, O. ; Jakubowski, M.W. ; Frerichs, H. ; Harting, D. ; Lehnen, M. ; Unterberg, B. ; Abdullaev, S.S ; Brezinsek, S. ; Classen, I. ; Evans, T. ; Feng, Y. ; Finken, K.H. ; Kantor, M. ; Reiter, D. ; Samm, U. ; Schweer, B. ; Sergienko, G. ; Spakman, G.W. ; Tokar, M. ; Uzgel, E. ; Wolf, R.C. ; the TEXTOR team: Identification and analysis of transport domains in the stochstic boundary of TEXTOR-DED for different mode spectra. In: *Nuclear Fusion* 48 (2008). – 024009

[18] Jakubowski, M.W. ; Abdullaev, S.S. ; Finken, K.H. ; the TEXTOR team: Modelling of the megnetic field structures and first measurements of heat fluxes for TEXTOR-DED operation. In: *Nuclear Fusion* 44 (2004), S. S1–S11

[19] ans S. Abdullaev, K.H. F. ; Biel, W. ; de Bock, M.F.M ; S.Brezinsek ; Busch, C. ; Classen, I. ; Harting, D. ; von Helelrmann, M. ; Jachmich, S. ; Jakubowski, M. ; Jaspers, R. ; Koslowski, H.R. ; Krämer-Flecken, A. ; Kikuchi, Y. ; Lehnen, M. ; Liang, Y. ; Kobayashi, M. ; Nicolai, A. ; Pospieszczyk, A. ; Reiter, D. ; Van Rompuy, T. ; Samm, U. ; Schmitz, O. ; Sergienko, G. ; Unterberg, B. ; Westerhof, E. ; Wolf, R.C. ; Zimmermann, O.: Overview of Experiments with the Dynamic Ergodic Divertor on TEXTOR. In: *Contrib. Plasma Phys.* 46 (2006), Nr. 7-9, S. 515–526

[20] Schmitz, O. ; Harting, D. ; Abdullaev, S.S. ; Brezinsek, S. ; Finken, K.H. ; Frerichs, H. ; Jakubowski, M. ; Lehnen, M. ; Loozen, X. ; Mertens, Ph. ; Reiter, D. ; Samm, U. ; Schweer, B. ; Sergienko, G. ; Tokar, M.Z. ; Unterberg, B. ; Wolf, R.C. ; the TEXTOR team: Characterization of transport in the stochastic edge layer of TEXTOR by analysis of the radial and poloidal distribution of electron density and temperature. In: *Journal of Nuclear Materials* 363-365 (2007), S. 680–685

[21] Lehnen, M. ; Abdullaev, S.S. ; Beil, W. ; Brezinsek, S. ; Finken, K.H. ; Harting, D. ; von Hellermann, M. ; Jakubowski, M. ; Jaspers, R. ; Kobayashi, M. ; Koslowski, H.R. ; Krämer-Flecken, A. ; Matsunage, G. ; Pospieszczyk, A. ; Reiter, D. ; VAn Rompuy, T. ; Samm, U. ; Schmitz, O. ; Sergienko, G. ; Unterberg, B. ; Wolf, R. ; Zimmermann, O. ; the TEXTOR team: First results from the dynamic ergodic divertor at TEXTOR. In: *Journal of Nuclear Materials* 337-339 (2005), S. 171–175

[22] Tokar, M.Z. ; Lasaar, H. ; Mandl, W. ; Hess, W.R. ; De Michelis, C.: Modelling of plasma and impurity behaviour in a tokamak with stochastic layer. In: *Plasma Physics and Controlled Fusion* 39 (1997), S. 569–589

[23] Tokar, M.Z.: On transport, in particular of impurities, in a stochastic magnetic field. In: *Physics of Plasmas* 6 (1999), Nr. 7, S. 2808–2815

[24] Abdullaev, S.S. ; Finken, K.H. ; Jakubowski, M.W. ; et al.: Structure of stochastic field lines near the separatrix in poloidal divertor tokamaks. In: *Proceedings of the 32th European Physical Society Conference on Controlled Fusion and Plasma Physics* (2005)

[25] Telesca, G. ; Schmitz, O. ; Delabie, E. ; Evans, T. ; Finken, K.H. ; Harting, D. ; von Hellerman, M. ; Jakubowski, M. ; Kantor, M. ; Liang, Y. ; Pospieszczyk, A. ; Samm, U. ; Uzgel, E. ; Unterberg, B. ; Van Oost, G. ; the TEXTOR team: Screening of intrinsic carbon with a stochastic magnetic boundary on TEXTOR-DED. In: *Proc. of 34th EPS Conference on Plasma Phys. Warsaw* 31F (2007). – P-1.045

[26] Finken, K.H. ; Abdullaev, S.S. ; Jakubowski, M.W. ; de Bock, M.F.M ; Bozhenkov, S. ; Busch, C. ; von Hellermann, M. ; Jaspers, R. ; Kikuchi, Y. ; Krämer-Flecken, A. ; Lehnen, M. ; Schega, D. ; Schmitz, O. ; Spatschek, K.H. ; Unterberg, B. ; Wingen, A. ; Wolf, R.C. ; Zimmermann, O. ; the TEXTOR team: Improved Confinement due to Open Ergodic Field Lines Imposed by the Dynamic Ergodic Divertor in TEXTOR. In: *Physical Review Letters* 98 (2007), Nr. 065001, S. 065001–1—065001–4

[27] Finken, K.H. ; Eich, T. ; Kaleck, A.: First modelling of the TEXTOR DED near field divertor. In: *Nuclear Fusion* 38 (1998), Nr. 4, S. 515–529

[28] Eich, T. ; Reiser, D. ; Finken, K.H.: Two dimensional modelling approach to transport properties of the TEXTOR-DED laminar zone. In: *Nuclear Fusion* 40 (2000), Nr. 10, S. 1757–1772

[29] Eich, Th. ; Reiser, D. ; Finken, K.H.: Transport modelling of TEXTOR-DED laminar zone. In: *Journal of Nuclear Materials* 290-293 (2001), S. 849–853

[30] Kobayashi, M. ; Sewell, G. ; Finken, K.H. ; Eich, Th. ; Reiser, D. ; Abdullaev, S.S.: Modeling Analysis of the Transport Properties in TEXTOR-DED Laminar Zone with a Finite Element Code. In: *Contrib. Plasma Phys.* 42 (2002), Nr. 2-4, S. 163–168

[31] Kobayashi, M. ; Reiser, D. ; Sewell, G. ; Finken, K.H. ; Abdullaev, S.S.: Modeling approach to a 3D simulation of transport in TEXTOR-DED laminar zone with a finite element method. In: *Journal of Nuclear Materials* 313-316 (2003), S. 1056–1600

[32] Harting, D. ; Reiter, D.: 3D Simulation der ergodisierten Randschicht von TEXTOR-DED. In: *Berichte des Forschungszentrums Jülich, Verlag der Zentralbibliothek Forschungszentrum Jülich* Jül-4173 (2005), Mai

[33] Kobayashi, M. ; Feng, Y. ; Sardei, F. ; Reiter, D. ; Finken, K.H.: Implementation of the EMC3-EIRENE code on TEXTOR-DED: accuracy and convergence study. In: *Contrib. Plasma Phys.* 44 (2004), April, Nr. 1-3, S. 25–30

[34] Braginskii, S.I.: Transport Processes in a Plasma. In: *Reviews of Plasma Physics* 1 (1965), S. 205–311

[35] Schneider, R. ; Bonnin, X. ; Borrass, K. ; Coster, D.P. ; Kastelewicz, H. ; Reiter, D. ; Rozhansky, V.A. ; Braams, B.J.: Plasma Edge Physics with B2-Eirene. In: *Contrib. Plasma Phys.* 46 (2006), Nr. 1-2, S. 3–191

[36] Braams, B.J.: *Computational Studies in Tokamak Equilibrium and Transport*, Rijksuniversiteit, Utrecht, Netherlands, Diss., 1986

[37] Braams, B.J.: Radiative Divertor Modelling for ITER and TPX. In: *Contrib. Plasma Phys.* 36 (1996), Nr. 2-3, S. 276–281

[38] Schneider, R. ; Coster, D. ; Braams, B. ; Xantopoulos, P. ; Rozhansky, V. ; Voskoboynikov, S. ; Kovaltsova, L. ; Bürbaumer, H.: B2-solps5.0: SOL transport code with drifts and currents. In: *Contrib. Plasma Phys.* 40 (2000), Nr. 3-4, S. 328–333

[39] Taroni, A. ; Corrigan, G. ; Radford, G. ; Simonini, R. ; Spence, J. ; Weber, S.: The Multi-Fluid Codes Edgeid and Edge2D: Models and Results. In: *Contrib. Plasma Phys.* 32 (1992), Nr. 3-4, S. 438–443

[40] Simonini, R. ; Corrigan, G. ; Radford, G. ; Spence, J. ; Taroni, A.: Models and Numerics in the Multi-Fluid 2-D Edge Plasma Code EDGE2D/U. In: *Contrib. Plasma Phys.* 34 (1994), Nr. 2-3, S. 368–373

[41] Radford, G.J. ; Chankin, A.V. ; Corrigan, G. ; Simonini, R. ; Spence, J. ; Taroni, A.: The Particle and Heat Drift Fluxes and their Implementation into the EDGE2D Transport Code. In: *Contrib. Plasma Phys.* 36 (1996), Nr. 2-3, S. 187–191

[42] Rognlien, T.D. ; Brown, P.N. ; Campbell, R.B. ; Kaiser, T.B. ; Knoll, D.A. ; McHugh, P.R. ; Porter, G.D. ; Rensink, M.E. ; Smith, G.R.: 2-D Fluid Transport Simulations of Gaseous/Radiative Divertors. In: *Contrib. Plasma Phys.* 34 (1994), Nr. 2-3, S. 362–367

[43] Feng, Y. ; Sardei, F. ; Kisslinger, J.: 3D fluid moddeling of the edge plasma by means of a Monte Carlo technique. In: *Journal of Nuclear Materials* 266-269 (1999), S. 812–818

[44] Feng, Y. ; Kisslinger, J. ; Sardei, F.: Formulation of a Monte Carlo model for edge plasma transport. In: *27th EPS Conference on Contr. Fusion and Plasma Phys. ECA* 24B (2000), S. 1188–1191

[45] Feng, Y. ; Sardei, F. ; Grigull, P. ; McCormick, K. ; Kisslinger, J. ; Reiter, D. ; Igitkhanov, Y.: Transport in island divertors: physics, 3D modeling and comparison to first experiments on W7-AS. In: *Plasma Phys. Control. Fusion* 44 (2002), S. 611–625

[46] Feng, Y. ; Sardei, F. ; Kisslinger, J. ; Grigull, P. ; McCormick, K. ; Reiter, D.: 3D Edge Modeling and Island Divertor Physics. In: *Contrib. Plasma Physics* (2004)

[47] Runov, A.M. ; Reiter, D. ; Kasilov, S.V. ; Heyn, M.F. ; Kernbichler, W.: Monte Carlo study of heat conductivity in stochastic boundaries: Application to the TEXTOR ergodic divertor. In: *Physics of Plasmas* 8 (2001), March, S. 916–930

[48] Runov, A. ; Kasilov, S. ; Riemann, J. ; Borchardt, M. ; Reiter, D. ; Schneider, R.: Benchmark of the 3-Dimensional Plasma Transport Codes E3D and BoRiS. In: *Contrib. Plasma Phys.* 42 (2002), Nr. 2-4, S. 169–174

[49] Runov, A. ; Kasilov, S. ; Reiter, D. ; McTaggart, N. ; Bonnin, X. ; Schneider, R.: Transport in complex magnetic geometries: 3D modelling of ergodic edge plasmas in fusion experiments. In: *Journal of Nuclear Materials* 313-316 (2003), March, S. 1292–1297

[50] Runov, A. ; Kasilov, S. ; Schneider, R. ; Reiter, D.: Extensions of the 3-Dimensional Plasma Transport Code E3D. In: *Contrib. Plasma Phys.* 44 (2004), Nr. 1-3, S. 18–24

[51] Schneider, R. ; Borchard, M. ; Riemann, J. ; Mutzke, A. ; Weber, S.: Concept and Status of a 3D SOL Fluid Code. In: *Contrib. Plasma Phys.* 40 (2000), June, Nr. 3-4, S. 340–345

[52] Borchardt, M. ; Riemann, J. ; Schneider, R. ; Bonnin, X.: W7-X edge modelling with the 3D SOL fluid code BoRiS. In: *Journal of Nuclear Materials* 290-293 (2001), S. 546–550

[53] Patankar, S.V.: *Numerical heat tranfer and fluid flow.* McGraw-Hill Book Company, 1980

[54] Kobayashi, M. ; Feng, Y. ; Sardei, F. ; Reiter, D. ; Finken, K.H. ; Reiser, D.: 3D numerical transport study of the edge ergodized plasma in TEXTOR-DED. In: *Nuclear Fusion* 44 (2004), S. 64–73

[55] Reiter, D.: Technical Report. In: *Berichte des Forschungszentrums Jülich, Verlag der Zentralbibliothek Forschungszentrum Jülich* Jül-1947 (1984)

[56] Reiter, D.: Homepage und Manual des Neutralteilchencodes EIRENE. In: *http://www.eirene.de*

[57] Goldston, Robert J. ; Rutherford, Paul H.: *Plasmaphysik - Eine Einführung.* Vieweg & Sohn Verlagsgesellschaft mbH, Braunschweig/Wiesbaden, 1998

[58] Sharma, D. ; Sardei, F. ; Feng, Y.: 3D Studies of the Island Divertor Transport inW7-X. In: *Contrib. Plasma Phys.* 46 (2006), Nr. 7-9, S. 534–538

[59] Frerichs, H. ; et al.: 3D numerische Parameterstudien zum Verunreinigungstransport in TEXTOR-DED. In: *www.eirene.de/recent reports, paper in preparation*

[60] Chapman, S.: Thermal Diffusion in Ionized Gases. In: *Proc. Phys. Soc.* 72 (1958), S. 353

[61] Risken, H.: *The Fokker-Planck Equation.* Springer-Verlag Berlin, 1984

[62] Abdullaev, S.S.: On mapping models of field lines in a stochastic magnetic field. In: *Nuclear Fusion* 44 (2004), S. 12–27

[63] Abdullaev, S.S. ; Finken, K.H. ; Spatschek, K.H.: Asymtotical and mapping methods in study of ergodic divertor magnetic field in a toroidal system. In: *Physics of Plasmas* 6 (1999), Nr. 1, S. 153–174

[64] Gourdon, C.: *Programme optimise de calculs numeriques dans les configurations magnetiques toroidales. Specifications - version provisoire destinee aux utilisateurs du laboratoire de Garching.* 1970

[65] Lotz, W.: *Optimiertes Programm für numerische Rechnungen in toroidalen Magnetfeld-Konfigurationen. Fassung für Benutzer der GOURDON-Programme, die von W. Lotz revidiert wurden. Zweiter Teil: Programmstruktur Gebrauchs-Spezifikationen*, Max-Planck-Institut für Plasmaphysik Garching, Diplomarbeit, 1983 unveröffentlicht

[66] Haberscheidt, T.: *MHD-Gleichgewichte im TEXTOR Tokamak*, Diplomarbeit im Fach Physik an der Heinrich-Heine-Universität Düsseldorf, Diplomarbeit, 2002

[67] Y. Feng, F. S. ; Kisslinger, J.: A simple hihghly accurate field-line mapping technique for three dimensional Monte Carlo modeling of plasma edge transport. In: *Physics of Plasmas* 12 (2005), Nr. 052505, S. 1–7

[68] Evans, T.E. ; Burrell, K.H. ; Fenstermacher, M.E. ; Moyer, R.A. ; Osborne, T.H. ; Schaffer, M.J. ; West, W.P. ; Yan, L.W. ; Boedo, J.A. ; Doyle, E.J. ; Jackson, G.L. ; Joseph, I. ; Lasnier, C.J. ; Leonard, A.W. ; Rhodes, T.L. ; Thomas, P.R. ; Watkins, J.G. ; Zeng, L.: The physics of edge resonant magnetic perturbations in hot tokamak plasmas. In: *Physics Of Plasmas* 13 (2006), S. 13

[69] Kap. 4 In: Stangeby, P.C.: *The Plasma Boundary of Magnetic Fusion Devices*. Institute of Physics (IOP) Publishing Ltd, Bristol, UK, 2000, S. 155–161

[70] Schmitz, O.: Experimentelle Untersuchung der Plasmastruktur und Charakterisierung des Transportverhaltens in der laminaren Zone einer stochastisierten Plasmarandschicht. In: *Berichte des Forschungszentrums Jülich, Verlag der Zentralbibliothek Forschungszentrum Jülich* Jül-4220 (2006), Juli

[71] Koslowski, H.R. ; Soltwisch, H.: Electron density and q profile measurements with the far-IR interferometer-polarimeter on the TEXTOR tokamak. In: *Fusion Engineering and Design* 34-35 (1997), S. 143–150

[72] Harting, D. ; Reiter, D. ; Feng, Y. ; O.Schmitz ; Reiser, D. ; Frerichs, H.: 3D Edge Transport Studies with EMC3-EIRENE for the Dynamic Ergodic Divertor (DED) at TEXTOR. In: *Contrib. Plasma Phys.* 48 (2008), Nr. 1-3

[73] Coster, D.P. ; Bonnin, X. ; Corrigan, G. ; Kirnev, G.S. ; Matthews, G. ; Spence, J.: Benchmarking Tokamak edge modelling codes. In: *Journal of Nuclear Materials* 337-339 (2005), S. 366–370

[74] Maddison, G.P. ; Hoston, E.S. ; Reiter, D. ; et al.: Towards fully authentic modelling of ITER divertor plasmas European Conference on Controlled Fusion and Plasma Physics, 03.06.91 - 07.06.91 in Berlin, BRD (European Physical Society), 1991

[75] Kap. 26 In: Stangeby, P.C.: *The Plasma Boundary of Magnetic Fusion Devices*. Institute of Physics (IOP) Publishing Ltd, Bristol, UK, 2000

[76] Kap. 14.8 In: Press, W.H. ; Teukolsky, S.A. ; Vetterling, W.T. ; Flannery, B.P.: *Numerical Recipes in Fortran 77 - The Art of Scientific Computing*. second edition. Cambridge University Press, 2001. – www.nr.com

[77] Wei, T. ; Hon, Y.C.: Numerical derivatives from one-dimensional scattered noisy data. In: *Journal of Physics: Conference Series* 12 (2005), S. 171–179

[78] Radford, G.J.: The Application of Moment Equations to Scrape off Layer Plasmas. In: *Contributions to Plasma Physics* 32 (1992), Nr. 3-4, S. 297–302

[79] Kap. 10.7 In: Stangeby, P.C.: *The Plasma Boundary of Magnetic Fusion Devices*. Institute of Physics (IOP) Publishing Ltd, Bristol, UK, 2000

[80] Tokar, M.Z. ; Evans, T.E. ; Gupta, A. ; Singh, R. ; Kaw, P. ; Wolf, R.C.: Mechanisms of Edge-Localized-Mode Mitigation by External-Magnetic-Field Perturbations. In: *Physical Review Letters* 98 (2007), Nr. 095001

[81] Malone, R.C. ; McCrory, R.L. ; Morse, R.L.: Indications of Strongly Flux-Limited Electron Thermal Conduction in Laser-Target Experiments. In: *Physical Review Letters* 34 (1975), Nr. 12, S. 721–724

[82] Luciani, J.F. ; Mora, P. ; Virmont, J.: Nonlocal Heat Transport Due to Steep Temperature Gradients. In: *Physical Review Letters* 51 (1983), Nr. 18, S. 1664–1667

[83] D'haeseleer, W.D. ; Hitchon, W.N.G. ; Callen, J.D. ; Shohet, J.L.: *Flux Coordinates and Magnetic Field Structure – A Guide to a Fundamental Tool of Plasma Theory*. Springer-Verlag, Berlin (Springer Series in Computational Physics)

Danksagung

Hiermit möchte ich mich bei allen Kollegen, Kommilitonen, Freunden und Verwandten für deren Unterstützung während meines Studiums und bei der Durchführung meiner Doktorarbeit bedanken.

Besonderer Dank gilt vor allem meinen Eltern Anne und Peter Harting, die immer für mich da waren, und ohne deren finanzielle Unterstützung mein Physikstudium nicht möglich gewesen wäre.

Herzlich bedanken möchte ich mich auch bei meinem Doktorvater Herrn Prof. Dr. Detlev Reiter, für das Vertrauen, welches er in mich gesetzt hat, die interessante Aufgabenstellung und die vielen klärenden Diskussionen über die physikalischen Hintergründe.

Bedanken möchte ich mich auch bei Herrn Dr. Dirk Reiser für die anregenden Diskussionen und Vorschläge, durch die einige physikalische Fragen meinerseits geklärt werden konnten und für die Unterstützung, die er mir mit Literaturquellen zukommen ließ.

Herrn Dr. Oliver Schmitz gilt auch ein besonderer Dank für die sehr gute und fruchtbare Zusammenarbeit von experimenteller Seite. Die vielen Diskussionen haben oft Anregungen zu neuen Untersuchungen gegeben und die vielen Vergleiche mit dem Experiment erst möglich gemacht.

Besonderer Dank gilt auch meiner Kollegin Petra Börner, die immer ein offenes Ohr und eine offene Tür bei Fragen zu dem Neutralteilchencode EIRENE für mich hatte. Auch für die vielen kleinen Tipps bei Computerproblemen möchte ich ihr danken.

Danken möchte ich auch Herrn Heinke Frerichs für die gute Zusammenarbeit und einige schöne Klettererlebnisse.

Besonderer Dank gilt vor allem meiner Verlobten Maren Wosnitza, die mich während meines Studiums und meiner Doktorarbeit immer tatkräftig unterstützt und viel Verständis mir gegenüber aufgebracht hat.

Natürlich möchte ich mich auch bei meinen Freunden und meinem zukünftigen Kollegen Herrn Dr. Sven Wiesen bedanken, daß sie mich während meiner Dissertation unterstützt haben und ich mit ihnen manch lustige Zeit verbringen konnte.

Derek Harting

Hiermit bestätige ich, Derek Harting, meine Dissertation mit dem Titel “3-dimensionale Plasmarandschicht-Simulationen in unvollständig ergodisierten Magnetfeldern” selbständig verfasst und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt zu haben. Zitate wurden kenntlich gemacht.

Düsseldorf, den 10. Juli 2008